

PHMO

Moderne Physik

Physik des 20. Jahrhunderts

Relativitätstheorie
Atomphysik
Quantenmechanik
Kern- und Teilchenphysik
Kosmologie

Patrik Eschle, ZHAW IAMP

Version 5. Februar 2018

Im Lichte bereits erlangter Erkenntnis
erscheint das glücklich Erreichte fast wie
selbstverständlich, und jeder intelligente
Student erfasst es ohne zu grosse Mühe.

Aber das ahnungsvolle, Jahre währende
Suchen im Dunkeln mit seine gespannten
Sehnsucht, seiner Abwechslung von
Zuversicht und Ermattung und seinem
endlichen Durchbrechen zur Klarheit, das
kennt nur, wer es selber erlebt hat.

Albert Einstein

Inhalt

Einleitung und Repetition.....	7
1 Einleitung.....	8
2 Grundlagen – Beschreibung der Welt.....	9
3 Repetition der klassischen Mechanik.....	14
Spezielle Relativitätstheorie (SRT).....	17
1 Universelle Lichtgeschwindigkeit.....	18
2 Spezielle Relativitätstheorie (SRT).....	27
Atomphysik.....	49
1 Kann man Atome sehen?.....	50
2 Aufbau der Atome und Natur des Lichts.....	55
3 Röntgenstrahlung.....	70
4 Strahlungsgesetze.....	74
5 Das Bohrsche Atommodell (1913).....	88
Quantenmechanik.....	93
1 Einführung in die Quantenmechanik.....	94
2 Was macht die Quantenmechanik so speziell?.....	104
3 Lösungen der Schrödingergleichung.....	113
4 Quantencomputer.....	120
Kern- und Teilchenphysik.....	123
1 Kernphysik.....	124
2 Der Teilchenzoo.....	133
Kosmologie.....	145
1 Kosmologie.....	146
Geschichte und Biographien.....	161
1 Zeittafel.....	162
2 Biografien.....	163
3 Einheiten, Konstanten, Umrechnungen.....	173
4 Lösungen zu den Aufgaben im Text.....	177
Verzeichnisse.....	191
1 Quellenverzeichnis.....	192
2 Stichwortverzeichnis.....	194
3 Tabellenverzeichnis.....	198
4 Abbildungsverzeichnis.....	199

Inhalt (ausführlich)

Einleitung und Repetition.....	7
1 Einleitung.....	8
2 Grundlagen – Beschreibung der Welt.....	9
2.1 Arbeitsweise der Physik.....	9
2.2 Andere Beschreibungsmöglichkeiten.....	10
2.3 Herkunft der Materie.....	10
2.4 Aufbau der Materie.....	11
2.5 Stand der Physik um 1850 bis 1900.....	11
2.6 Kleine Probleme.....	11
2.7 Vier Revolutionen.....	12
2.8 Die Nichtbetroffenen.....	12
3 Repetition der klassischen Mechanik.....	14
3.1 Beschreibung von Bewegungen (Kinematik).....	14
3.2 Kräfte und Bewegungsgleichung.....	14
3.3 Kraftgesetze.....	15
3.4 Erhaltungssätze.....	16
Spezielle Relativitätstheorie (SRT).....	17
1 Universelle Lichtgeschwindigkeit.....	18
1.1 Bezugssysteme, Galileitransformation.....	18
1.2 Galileitransformation.....	20
1.3 Maxwell und Michelson-Morley.....	22
1.4 Das Experiment von Fizeau.....	24
1.5 Exkurs: Messgeräte.....	25
2 Spezielle Relativitätstheorie (SRT).....	27
2.1 Der radikale Ansatz von Einstein.....	27
2.2 Zeit und Raum werden verzerrt.....	28
2.3 Lorentztransformation.....	32
2.4 Messungen.....	35
2.5 Was wir sehen können – und was nicht.....	37
2.6 Relativistischer Impuls und relativistische Energie.....	38
2.7 Anwendungen und Bestätigungen der SRT.....	43
2.8 Hätte es Newton besser wissen können?.....	46
Atomphysik.....	49
1 Kann man Atome sehen?.....	50

1.1	Einleitung.....	50
1.2	Historische Ansichten.....	50
1.3	Entwicklung der modernen Vorstellung.....	51
1.4	Einfache experimentelle Nachweise.....	52
1.5	Wissen um 1900.....	54
2	Aufbau der Atome und Natur des Lichts.....	55
2.1	Einleitung.....	55
2.2	Spektrallinien.....	55
2.3	Balmer-Formel (1885).....	56
2.4	Plancksches Strahlungsgesetz (1900).....	60
2.5	Photoeffekt (1905).....	60
2.6	Rutherford-Streuung (1913).....	61
2.7	Franck-Hertz-Versuch (1914).....	61
2.8	Compton Effekt (1922).....	64
2.9	Die Wellen von De Broglie (1924).....	67
3	Röntgenstrahlung.....	70
3.1	Wozu Röntgenstrahlung?.....	70
3.2	Erzeugung.....	70
3.3	Charakteristik von Bremsstrahlung.....	72
3.4	Anwendung.....	73
4	Strahlungsgesetze.....	74
4.1	Strahlende Materie.....	74
4.2	Geschichte der Schwarzkörperstrahlung.....	76
4.3	Plancks Strahlungsgesetz.....	81
4.4	Anwendungen.....	84
5	Das Bohrsche Atommodell (1913).....	88
5.1	Bekanntes Wissen um 1900.....	88
5.2	Lösungsvorschläge.....	88
5.3	Mathematische Formulierung des Bohrschen Modells.....	89
	Quantenmechanik.....	93
1	Einführung in die Quantenmechanik.....	94
1.1	Die Schrödingergleichung.....	94
1.2	Die Wellenfunktion.....	95
1.3	Interferenz mit sich selber.....	97
1.4	Die Unschärferelation.....	98
1.5	Der Tunneleffekt.....	100
2	Was macht die Quantenmechanik so speziell?.....	104
2.1	Verwirrung und Reaktion darauf.....	104

2.2 Bohr und Einstein, Solvay Konferenz.....	105
2.3 Einstein-Podolsky-Rosen Paradoxon (EPR).....	108
2.4 Bells Ungleichung und Nichtlokalität.....	110
2.5 Schrödingers Katze.....	111
2.6 Dekohärenz.....	112
3 Lösungen der Schrödingergleichung.....	113
3.1 Die allgemeine Schrödingergleichung.....	113
3.2 Das freie Teilchen.....	113
3.3 Potentialtopf mit senkrechten Wänden.....	115
3.4 Das Wasserstoffatom.....	115
4 Quantencomputer.....	120
4.1 Übersicht.....	120
4.2 Links.....	121
Kern- und Teilchenphysik.....	123
1 Kernphysik.....	124
1.1 Atomkerne.....	124
1.2 Die Kernkraft.....	125
1.3 Bindungsenergie des Kerns.....	125
1.4 Fission und Fusion - Anwendung der Bindungsenergie.....	129
1.5 Radioaktivität.....	131
2 Der Teilchenzoo.....	133
2.1 Vorhersage neuer Teilchen, zwei Beispiele.....	133
2.2 Weitere Teilchen.....	136
2.3 Hochenergiephysik.....	138
2.4 Der Teilchenzoo.....	138
2.5 Bosonen.....	140
2.6 Standardmodell der Teilchenphysik.....	140
Kosmologie.....	145
1 Kosmologie.....	146
1.1 Geschichte der Kosmologie.....	146
1.2 Die Expansion des Universums.....	148
1.3 Der Urknall.....	153
1.4 Die Dynamik des Universums.....	157
1.5 Dunkle Materie und dunkle Energie.....	158
Geschichte und Biographien.....	161
1 Zeittafel.....	162

2 Biografien.....	163
2.1 Die Pioniere bis 1750.....	163
2.2 Ausbau der klassischen Physik bis 1900.....	164
2.3 Moderne PhysikerInnen ab 1850.....	166
2.4 Wer mit wem in der QM?.....	171
3 Einheiten, Konstanten, Umrechnungen.....	173
3.1 Abgeleitete Einheiten.....	173
3.2 Konstanten und Grössenordnungen.....	173
3.3 Elektromagnetisches Spektrum.....	175
3.4 Formeln.....	175
4 Lösungen zu den Aufgaben im Text.....	177
Verzeichnisse.....	191
1 Quellenverzeichnis.....	192
2 Stichwortverzeichnis.....	194
3 Tabellenverzeichnis.....	198
4 Abbildungsverzeichnis.....	199

Einleitung und Repetition

1 Einleitung

Im Modul «Einführung in die moderne Physik» verfolgen wir die Entwicklung von der *klassischen Physik* zur sogenannten *modernen Physik* ab 1900. Die klassische Physik ist kontinuierlich (zum Beispiel kann Energie beliebig fein unterteilt werden), streng deterministisch (eine Ursache hat eine bestimmte Wirkung) und sie findet im uns vertrauten dreidimensionalen Raum mit einer überall gleichen getakteten Zeit statt. In der modernen Physik macht die Quantenphysik im Atomaren Wahrscheinlichkeitsaussagen, die Relativitätstheorie verzerrt Raum und Zeit, die Teilchenphysik erweitert den Teilchenzoo weit jenseits von Protonen und Neutronen, und die Kosmologie findet Hinweise auf unsichtbare (dunkle) Materie.

Der Kurs dauert ein Semester mit zwei Wochenstunden. Das ist wenig Zeit für ein Jahrhundert Physik; wir werden viele Themen nur streifen. Sie lernen im Kurs die wesentlich Merkmale der modernen Physik mit ihren zum Teil scheinbar widersinnigen Schlussfolgerungen kennen. Und Sie erhalten einen tieferen Einblick in die Arbeitsweise der Physik und die Denkweise der Naturwissenschaften.

Ich folge, wenn möglich, den historische Irrtümern, die sich schliesslich in einer umfassenden Theorie klären. Das lässt uns teilhaben am Leiden und Feiern der Wissenschaft und erkennen, wieviel Mühe und Frustration sich hinter den am Schluss oft einfachen Zusammenhängen verbergen.

Die Vorlesung folgt im Aufbau mit den vier Revolutionen dem Buch von David Griffiths *Einführung in die Physik des 20. Jahrhunderts* (Griffiths 2015), das eine einfache Einführung fast ohne Mathematik in das Thema gibt. Die Quantenmechanik behandelt Jochen Pade (Pade 2012a) in zwei Bänden mit wenig Ballast (aber schon auf mathematisch deutlich höherem Niveau).

Das Eingangszitat von Einstein entstammt dem Beitrag von Norbert Straumann in (Thomas 1979).

Jürg Krieg hat diesen Kurs aufgebaut und während Jahren mit viel Begeisterung für die Physik vorgetragen. Er hat mir den Kurs 2016 übergeben und ich führe ihn in seinem Sinne weiter.

Andreas Varga, Shahin Iravani, Charles Chojnowski, Marc Iseli (in zeitlicher Reihenfolge) haben das Skript kritisch gelesen und durch ihre Anregungen und Korrekturen wesentlich zur fertigen Form beigetragen. Ergänzungen, Korrekturen und Kritik an Skript und Vorlesung sind jederzeit willkommen (escl@zhaw.ch).

Das Skript ist als Begleitmaterial für den Unterricht geschrieben. Sein Inhalt sollte deshalb nicht ohne kritische Prüfung für andere Zwecke übernommen werden.

2 Grundlagen – Beschreibung der Welt

Bevor wir uns in Details vertiefen, skizzieren wir in grossen Zügen, wie die Physik und andere Wissenschaften den Aufbau der Welt beschreiben und was der Stand der klassischen Physik am Ende des 19. Jahrhunderts war.

2.1 Arbeitsweise der Physik

Die Physik beschreibt die Welt mit Hilfe mathematischer Modelle.

- Beschreibung logisch konsistent, aber nicht wahr
- Modelle beschreiben einen grossen Teil der beobachteten Phänomene
- Modelle müssen für neue Beobachtungen erweitert werden
- Einfache, umfassende Modelle sind besser als komplexe, spezialisierte Modelle
- Wissenschaftliche Erkenntnis ändert sich, sie ist der aktuelle Stand des Irrtums

Komplexität: Game of Life

- Ist die Welt nicht zu komplex, um sie mit einigen Formeln zu erklären?
- Wenige Regeln können bei vielen Kombinationsmöglichkeiten komplexes Verhalten zeigen
- Beispiel Game of Life, gerasterte Welt von Zellen.
- Regeln: (1) Leere Zelle mit genau 3 Nachbarn wird geboren, (2) lebende Zelle mit weniger als zwei oder mehr als drei Nachbarn stirbt, (3) Zelle mit zwei oder drei Nachbarn bleibt am Leben

Aufgabe 1: Game-of-Life Muster

Verfolgen Sie nach den Regeln von Game of Life das Verhalten von 1, 2, oder 3 lebenden Zellen übereinander.

Entwicklung, Stand des Irrtums: Planetensystem

- Alte Griechen: Beschreibung mit komplizierten Zahnradmechanismen. Modell stimmte mit Beobachtungen überein.
- Sonne im Zentrum: Beschreibung einfacher, nicht zwingend präziser. Modell erscheint «wahrer», erklärt ist nichts.
- Gravitationsgesetz und Bewegungsgleichung: Sehr allgemein (Mond fällt wie Apfel). Gravitation bleibt unerklärt.

- Kleine Abweichungen (Periheldrehung des Merkurs) werden durch die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) beschrieben. Die Gravitation ist nur noch ein geometrischer Effekt.
- Galaxien rotieren nicht gemäss ART. Dunkle Materie?
- Erklärt ist nie etwas, die Gründe werden subtiler. Die Physik gibt nie eine Antwort auf die Frage «Warum?», sie beschreibt nur, was sie misst.
- Die letzte Instanz ist die Natur selber, jedes Experiment ist eine Frage an die Natur.

2.2 Andere Beschreibungsmöglichkeiten

- Verschiedene Systeme verlangen nach unterschiedlichen Beschreibungen.
- Die Physik ist dort geeignet, wo sich das System mathematisch abbilden lässt.
- Damit lassen sich Vorhersagen experimentell überprüfen.

<i>System</i>	<i>Beschreibung</i>
Universum	Kosmologie, Teilchenphysik
Welt (z.B. globale Klimamodelle)	Klassische Physik
Gesellschaften	Soziologie, Politik
Menschen	Psychologie
Mensch, Tier, Pflanze	Medizin, Biologie
Moleküle	Chemie
Atome	Atomphysik
Atomkerne	Kernphysik
Elementarteilchen	Teilchenphysik

Tabelle 1: Verschiedene Systeme und geeignete Beschreibungen. Nicht alle eignen sich für eine mathematische Beschreibung.

Aufgabe 2: Zoom auf Mona Lisa

Zoomen Sie in Schritten von einem Faktor 100 aus 1 m Distanz auf das Bild der Mona Lisa. Welche Beschreibung ist in jedem Zoomschritt sinnvoll?

2.3 Herkunft der Materie

- Vor 13 Milliarden Jahren ($13 \cdot 10^9$ a) dehnt sich sehr viel Energie in einem sehr kleinen Raumbereich aus (Urknall).
- Materie kondensiert aus, Wasserstoffatome bilden sich (1 Proton, 1 Elektron).

- Antimaterie verschwindet.
- Schweren Elemente werden in Sternen erbrütet und durch Sternenkollaps verstreut.
- Jedes Atom schwerer als Wasserstoff ist Sternenstaub.
- Die Herkunft der Gesetze, nach denen Materie sich bildet und bewegt, ist unbekannt.

2.4 Aufbau der Materie

- Die bekannte Materie ist aus Atomen aufgebaut.
- Atomkern: Positiv geladene Protonen (p) und neutralen Neutronen (n)
- Elektronen (2000 x leichter als p und n) umgeben Kern (Atomphysik).
- p und n sind zusammengesetzt aus fundamentalen Teilchen (Teilchenphysik).
- Atome verbinden sich zu Molekülen und Festkörpern (Chemie, Materialwissenschaft, Biologie, Psychologie).
- Die uns bekannte Materie macht nur rund 4 % des Universums aus. Der Rest ist noch unbekannt.

2.5 Stand der Physik um 1850 bis 1900

- Klassische Mechanik: Newtonsche Bewegungsgleichung
- Integral/Differenzialrechnung zur Lösung der Bewegungsgleichung entwickelt, erklärt die Himmelsmechanik (Planetensystem) vollständig
- Thermodynamik: Verstehen der Dampfmaschine, Carnot-Prozess
- Elektrische und magnetische Felder: Galvanische Elektrizität, Einfluss auf Magnetnadeln, Maxwell-Gleichungen
- Periodensystem der Elemente zum Teil bekannt, Materie ist aus diskreten Teilchen aufgebaut
- Chemiker anerkennen die Existenz von Atomen, Periodensystem im Aufbau

Um 1890 ist die Beschreibung der Welt praktisch abgeschlossen bis auf wenige kleine Probleme. Ihre Lösung erwartet man in den nächsten Jahren.

2.6 Kleine Probleme

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts gab es in der Physik einige offene Fragen, die nach Meinung vieler Physiker bald gelöst sein würden:

- Die Natur der Materieteilchen (Atome) ist noch unbekannt.
- Ein heisser Körper strahlt unendlich viel Energie ab.
- Elektromagnetische Strahlung breitet sich auch im Vakuum aus.
- Man misst keinen Unterschied der Lichtgeschwindigkeit parallel und senkrecht zur Bewegung um die Sonne.
- Die Entladung einer elektrisch geladenen Platte durch Lichtstrahlung hängt von der Frequenz des Lichts ab, nicht von dessen Intensität.
- Spektren von Gasentladungen zeigt einzelne Frequenzen.
- Röntgenstrahlung und Radioaktivität passten nicht in das Bild der klassischen Physik.

Diese Probleme sind mit den Methoden der klassischen Physik nicht lösbar. Es braucht in Ergänzung eine vollständig neue Beschreibung. Die klassische Physik bleibt im Rahmen der bisherigen Beobachtungsgenauigkeit gültig.

2.7 Vier Revolutionen

Die kleinen Probleme führten zu vier Revolutionen, die wir in dieser Vorlesung anschauen werden (Griffiths 2015):

- Spezielle Relativitätstheorie: Raum und Zeit hängen von der gegenseitigen Bewegung ab.
- Quantenmechanik: Im Atom wird die Welt von Wahrscheinlichkeiten bestimmt.
- Teilchenphysik: Proton und Neutron sind nicht das Ende
- Kosmologie: Wir verstehen nur einen kleinen Bruchteil des Universums

2.8 Die Nichtbetroffenen

- Die Thermodynamik überlebte diese Neuerungen fast unbeschadet. Sie betreibt Statistik mit Vorgängen, die durch die mikroskopische Physik beschrieben werden.
- Eine neue mikroskopische Physik (z.B. relativistische Beschreibung von Stossprozessen in einem sehr heissen Gas) bedingt keine grundsätzlich neue Thermodynamik, sondern nur nachrechnen.
- Die Elektrodynamik überlebt die SRT, weil sie schon relativistisch korrekt ist. Sie wird erst später in der Quantenelektrodynamik verfeinert.

Aufgabe 3: Bezugssysteme

Die Bewegung der Himmelskörper um die Erde lässt sich neben anderen mit einem erdfesten (geozentrischen, gz) oder einem sonnenfesten (heliozentrischen, hz) Bezugssystem beschreiben.

- (a) Welches der beiden ist zu bevorzugen und weshalb?
- (b) Gibt es eine eindeutige Antwort auf Frage (a)?
- (c) Was wäre nach der Newtonschen Mechanik ein geeignetes Bezugssystem?

3 Repetition der klassischen Mechanik

Wir werden häufig zu den Methoden der klassischen Mechanik greifen. Hier wiederholen wir die wichtigsten Grundzüge. Der Stoff sollte Ihnen aus dem ersten Jahr bekannt sein.

3.1 Beschreibung von Bewegungen (Kinematik)

Translation

- Ein Punkt wird durch seinen Ortsvektor beschrieben: $\vec{r}=(x, y, z)$
- Die Geschwindigkeit ist die Ableitung des Ortes nach der Zeit $\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=(v_x, v_y, v_z)$
- Die Beschleunigung ist die Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=(a_x, a_y, a_z)$$
- Umgekehrt gelangt man durch Integrieren von a zu v zu r.
- Der Impuls ist das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit $\vec{p}=m\vec{v}$

Rotation

- Die drei Bewegungsgrößen sind Winkel, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung
- Sie haben eine Grösse und eine Richtung, die sich aus der Zapfenzieherregel (rechte Hand) herleitet.
- Die Winkelgeschwindigkeit ist die Ableitung des Winkels nach der Zeit $\vec{\omega}=\frac{d\vec{\phi}}{dt}$
- Die Winkelbeschleunigung ist die Ableitung der Winkelgeschwindigkeit nach der Zeit

$$\vec{\alpha}=\frac{d\vec{\omega}}{dt}$$
- Der Drehimpuls ist das Produkt von Trägheitsmoment und Winkelgeschwindigkeit

$$\vec{L}=J\vec{\omega}$$

3.2 Kräfte und Bewegungsgleichung

Translation

- Die Kräfte auf einen Körper werden vektoriell addiert und ergeben die resultierende Kraft.

- Die resultierende Kraft bewirkt eine Beschleunigung oder Impulsänderung $\vec{F} = \vec{a} m = \frac{d\vec{p}}{dt}$
- Die Masse m eines Körpers beschreibt seinen Widerstand gegen eine Änderung des Impulses.

Aufgabe 4: Kraft und Beschleunigung

Eine Kugel der Masse m fällt mit konstanter Geschwindigkeit im Öl und erfährt dabei eine Reibungskraft F_R . Drücken Sie die Reibungskraft durch die Gewichtskraft aus.

Rotation

- Die Drehmomente auf einen Körper werden vektoriell addiert und ergeben das resultierende Drehmoment
- Das resultierende Drehmoment bewirkt eine Winkelbeschleunigung oder Änderung des Drehimpulses $\vec{M} = J \vec{\alpha} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
- Das Trägheitsmoment J eines Körpers beschreibt seinen Widerstand gegen eine Änderung des Drehimpulses. $J = \sum_{\text{Körper}} m_i d_i^2$ wobei d der senkrechte Abstand eines Massenpunktes zur Drehachse ist.

Aufgabe 5: Drehimpuls

Sie schwingen einen mit Wasser gefüllten Eimer der Masse m im Kreis herum. Für eine Umdrehung braucht es 1 Sekunde. Was ist der Drehimpuls des Eimers?

3.3 Kraftgesetze

Gravitation

- Zwei Körper im Abstand r ziehen einander an proportional zum Produkt ihrer Massen:

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 m_2}{r^2} . G \text{ ist die Gravitationskonstante}$$

Elektrostatik

- Zwei Ladungen im Abstand r üben eine Kraft aus proportional zum Produkt ihrer Ladungen: $|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$. Gleiches Vorzeichen: Abstossung, ungleiches Vorzeichen: Anziehung.

Aufgabe 6: Umlaufzeit des Jupiters um die Sonne

Der Jupiter ist im Mittel 45 Lichtminuten von der Sonne entfernt. Wie lange braucht er für einen Umlauf?

3.4 Erhaltungssätze

Gewisse Grössen bleiben über Prozesse hinweg erhalten. Damit lassen sich Probleme lösen, ohne die Details zu kennen.

Energieerhaltung

- Treten bei einem Prozess nur konservative Kräfte auf (Gravitation, Elektrostatik, Federn), so bleibt die mechanische Energie erhalten.
- Die mechanische Energie ist die Summe aus potenzieller (Lageenergie in einem Feld) und kinetischer Energie (Bewegung).
- Die kinetische Energie ist die Summe aus Translations- und Rotationsenergie

$$T = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2 .$$

Impulserhaltung

- Ohne äussere Kräfte bleibt die Summe der Impulse innerhalb eines Systems erhalten.
- Der Impuls ist das Produkt von Masse mal Geschwindigkeit.
- $\vec{p} = \sum_i \gamma_i m_i v_i \stackrel{F=0}{=} konst .$
- Relativistisch korrekt wird die Masse mit dem Lorentzfaktor γ ($\gamma \geq 1$) multipliziert. Für $v \ll c$ ist $\gamma = 1$ (klassischer Fall).

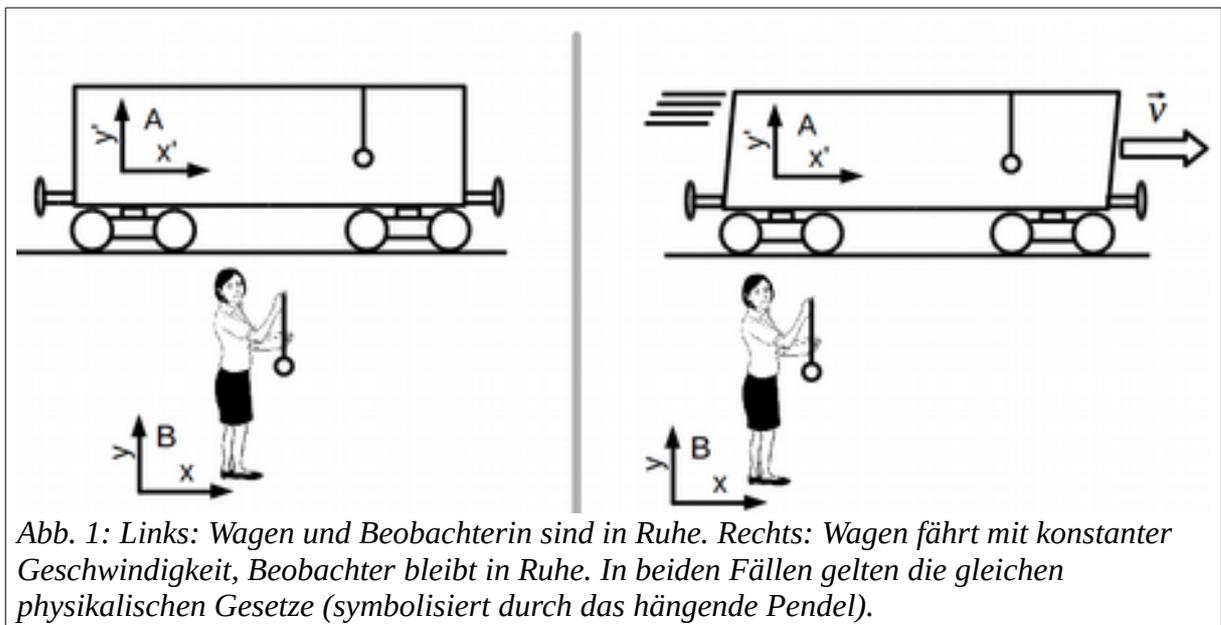
Spezielle Relativitätstheorie (SRT)

1 Universelle Lichtgeschwindigkeit

Die klassische Mechanik von Newton nimmt Raum und Zeit als festen und unveränderlichen Rahmen an. Alle Ereignisse geschehen mit den gleichen Massstäben und Uhren. Es gibt aber schon bei Newton ein Relativitätsprinzip: In gleichförmig zueinander bewegten Bezugssystemen – sogenannten Inertialsystemen – gelten die gleichen physikalischen Gesetze zur Beschreibung von Bewegungen.

Einstein verallgemeinert dieses Prinzip: Alle (dh. nicht nur die Newtonsche Mechanik) physikalischen Gesetze sind in jedem Inertialsystem gleich. Diese Forderung führt zu seltsamen Konsequenzen, die jedoch in der Natur realisiert sind.

1.1 Bezugssysteme, Galileitransformation



Gleiche Physik in A und B

- Wir betrachten zwei zueinander parallele Koordinatensysteme A und B. Zur Zeit $t=0$ fallen die beiden Nullpunkte zusammen (Abb. 1).
- In der Newtonschen Mechanik gelten in zwei gleichförmig (konstante Geschwindigkeit) zueinander bewegten Systemen A und B die gleichen Gesetze der Mechanik.
- Die Physik im Bahnwagen ist die gleiche, egal ob der Wagen im Vergleich zum System B der Beobachterin ruht (Abb. 1, links) oder mit konstanter Geschwindigkeit fährt (Abb. 1, rechts).

- Gleiche Physik heisst: Pendel schwingen mit gleicher Frequenz, Kugeln fallen gleich schnell, ein Körper in Ruhe bleibt in Ruhe, die Newtonsche Bewegungsgleichung $F=a \cdot m$ gilt.

Vom bewegten System A aus den Ursprung von B beschreiben

- Von der $x^{(B)}$ -Koordinate des ruhenden Systems B gelangen wir mit einer *Galileitransformation* zur $x^{(A)}$ -Koordinate des bewegten Systems A.

$$x^{(A)} = x^{(B)} - vt \quad (1)$$

- Für $v=0$ fallen $x^{(A)}$ und $x^{(B)}$ zusammen (Abb. 1 links)
- Bewegt sich der Zug mit positivem v nach rechts, so erscheint der Ursprung von A im bewegten System A bei immer weiter negativen $x^{(B)}$.

Vom ruhenden System B aus den Ursprung von A beschreiben

- Umgekehrt nimmt die Beobachterin in B den Ursprung des bewegten Systems A bei immer positiveren Koordinaten wahr:

$$x^{(B)} = x^{(A)} + vt \quad (2)$$

Transformation von Geschwindigkeiten

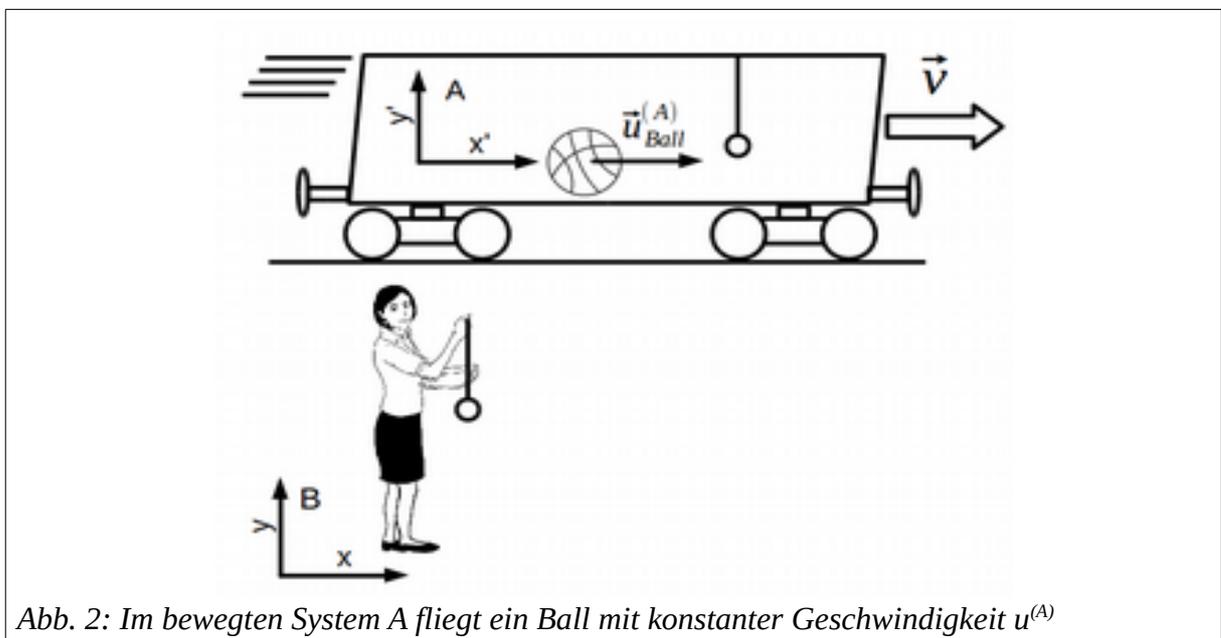


Abb. 2: Im bewegten System A fliegt ein Ball mit konstanter Geschwindigkeit $u^{(A)}$

- Im bewegten System A fliegt ein Ball mit konstanter Geschwindigkeit $u^{(A)}$ in positiver x -Richtung.

- Zum Zeitpunkt $t=0$ ist der Ball im Ursprung. Die $x^{(A)}$ -Koordinate des Balls im bewegten System A ist dann

$$x_{\text{Ball}}^{(A)} = u_{\text{Ball}}^{(A)} t \quad (3)$$

- Vom ruhenden System B aus sieht die Beobachterin den Ball mit Gleichung (2) an der Koordinate

$$x^{(B)} = x^{(A)} + v t = (u_{\text{Ball}}^{(A)} + v) t \quad (4)$$

- Seine Geschwindigkeit ist

$$u_{\text{Ball}}^{(B)} = \frac{dx^{(B)}}{dt} = u_{\text{Ball}}^{(A)} + v \quad (5)$$

- Der Ball bewegt sich mit der Summe der Geschwindigkeiten $u_{\text{Ball}}^{(A)} + v$ von Ball und Wagen nach rechts.
- Die Beschleunigung ist in beiden Bezugssystemen gleich, weil die Geschwindigkeit v konstant und damit ihre Ableitung null ist.

$$a^{(B)} = \frac{dv^{(B)}}{dt^{(B)}} = \frac{dv^{(A)}}{dt^{(A)}} + 0 = a^{(A)} \quad (6)$$

1.2 Galileitransformation

Zusammenfassung der Umrechnungen

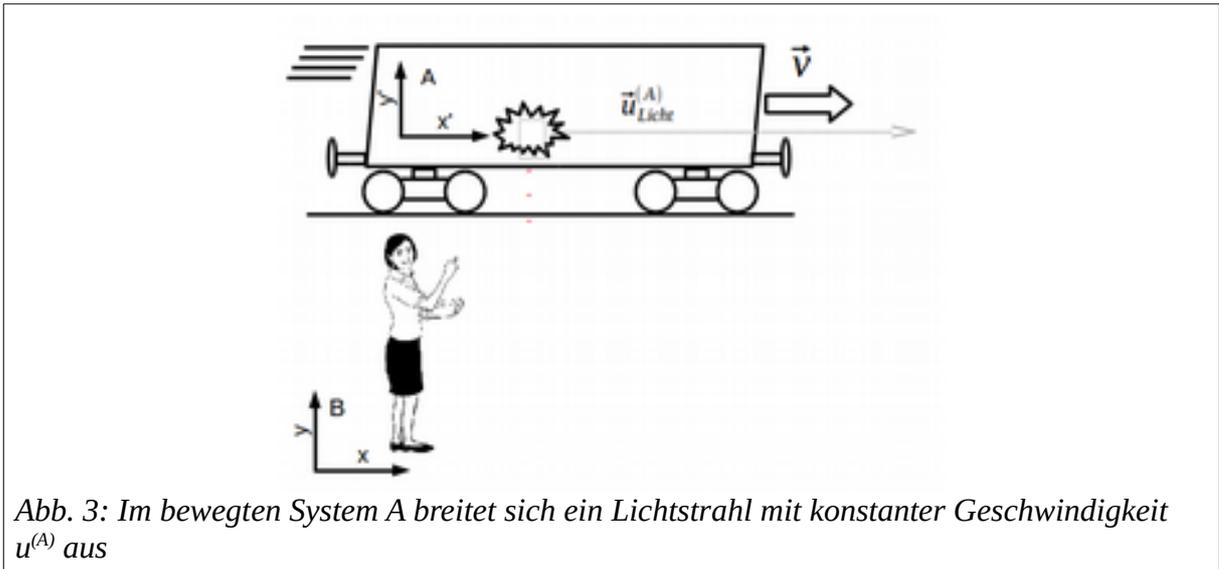
Wenn wir in der klassischen Physik vom Bezugssystem B aus einen Vorgang in einem Bezugssystem A beschreiben, das sich zu B gleichförmig mit einer Geschwindigkeit v in Richtung der positiven x-Achse bewegt, so gelten die folgenden Umrechnungen. Mit dem Index (A) oder (B) geben wir an, von welchem System aus die Grösse gemessen wird.

Galileitransformation:

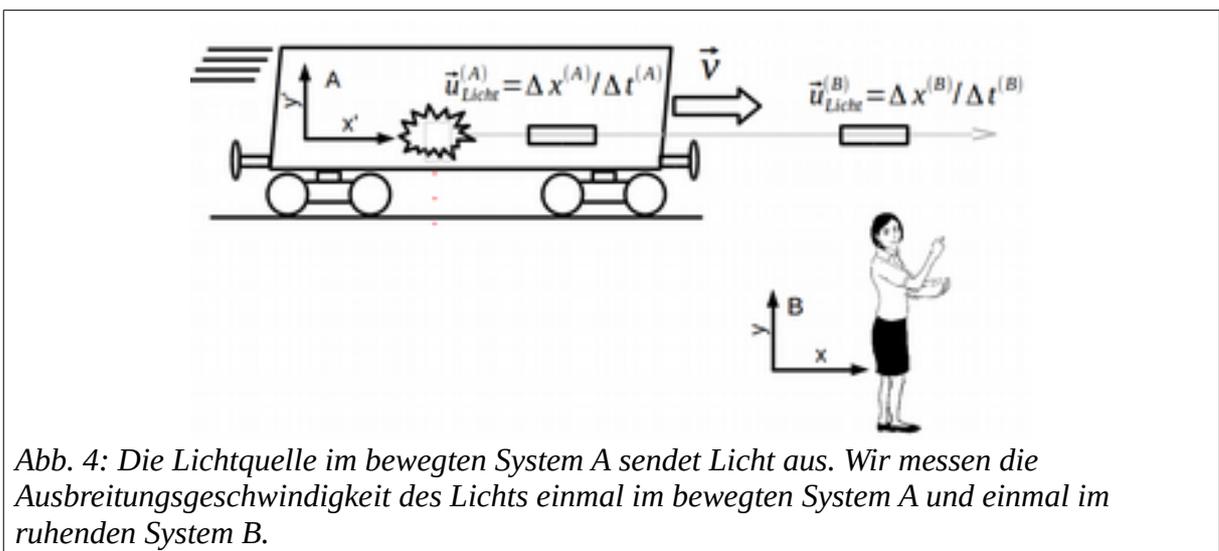
$$\begin{aligned} x^{(B)} &= x^{(A)} + v t^{(B)}, \quad y^{(B)} = y^{(A)}, \quad z^{(B)} = z^{(A)}, \quad t^{(B)} = t^{(A)} \\ u^{(B)} &= u^{(A)} + v \quad (\text{Betrachtung nur x-Richtung}) \\ a^{(B)} &= a^{(A)} \quad (\text{Betrachtung nur x-Richtung}) \end{aligned} \quad (7)$$

Der Berg hat eine Maus geboren – scheint es. Natürlich addieren sich die Geschwindigkeiten! Wie könnte es auch anders sein? Die Natur verhält sich aber anders, wie wir im folgenden Abschnitt einen Lichtstrahl statt eines Balls.

Galileitransformation für Licht?



- Die Anordnung bleibt gleich wie in Abb. 2. Wir ersetzen den Ball durch eine relativ zum bewegten System A ruhende Lichtquelle.
- Im bewegten System A sendet eine Lampe Licht aus. Ein Gerät zur Messung der Geschwindigkeit des Lichts misst die Geschwindigkeit (Designvorschlag Abb. 8 auf Seite 25).
- Wir installieren das gleiche Gerät ausserhalb des Zuges im ruhenden System B (Abb. 4).



- Aus unserer Erfahrung mit der Galileitransformation erwarten wir, im ruhenden System die Summe $u^{(A)}+v$ von Lichtgeschwindigkeit und Geschwindigkeit des Wagens zu messen.

- Diese Erwartung wird sich als falsch erweisen.

1.3 Maxwell und Michelson-Morley

Lichtgeschwindigkeit aus den Maxwell-Gleichungen

- Um 1850 fasst Maxwell das bekannte Wissen über elektrische und magnetische Felder zusammen und formuliert eine Wellengleichung für die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen (zu denen auch Licht gehört).
- Das Licht breitet sich demnach mit einer konstanten Geschwindigkeit c aus.
- Aus der Galilei-Transformation erwarten wir aber eine unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeit je nach Bewegungszustand des Systems.
- Es muss deshalb ein ausgezeichnetes Inertialsystem geben, in dem sich das Licht tatsächlich mit c ausbreitet, und die Galilei-Transformation gilt relativ zu diesem System.
- Dieses System nannten schon die Griechen den *Äther*. Es soll im Weltall ruhen und das Medium bilden, in dem sich Licht ausbreitet.

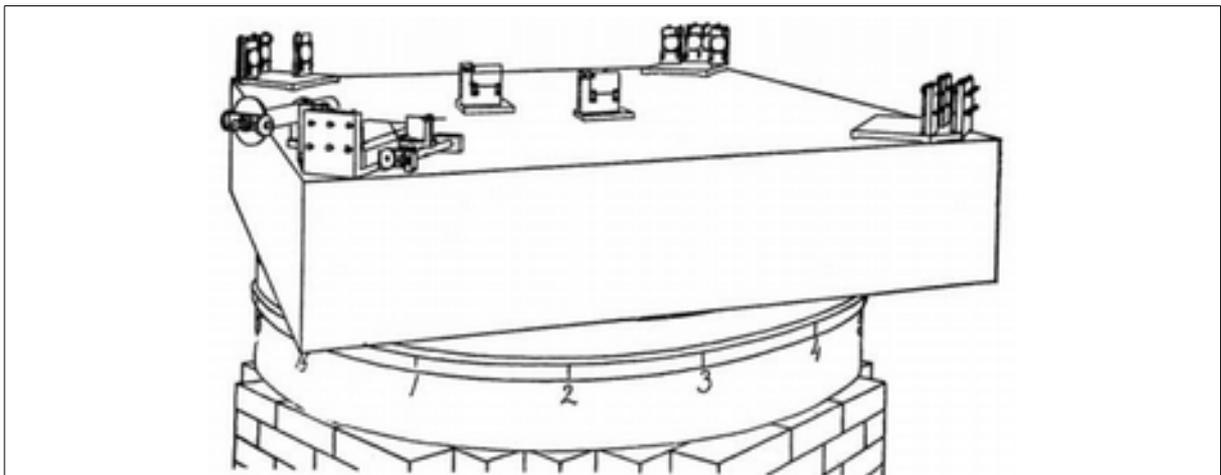


Abb. 5: Ansicht des Interferometers. «The stone is about 1.5 meter square and 0.3 meter thick. It rests on an annular wooden float [...]. The float rests on mercury contained in the cast-iron trough cc, 1.5 cm thick, and of such dimensions as to leave a clearance of about one centimeter around the float.»

Das gescheiterte Experiment von Michelson und Morley

- Die Erde bewegt sich mit rund 30 km pro Sekunde um die Sonne.
- Misst man die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Lichtstrahls ähnlich zu Abb. 8 mit der Erde an Stelle des Eisenbahnwagens einmal in Fahrtrichtung und einmal senkrecht zur Fahrtrichtung, sollte man einen Unterschied feststellen.



Abb. 6: Galilei und sein Assistent, einige Kilometer voneinander entfernt (Bild: <https://www.youtube.com/watch?v=ScN-btW8ST8>)

- Michelson und Morley versuchten 1887, die Geschwindigkeitsdifferenz mit einem Interferometer (Abschnitt) zu messen.
- Sie konnten keinen Unterschied der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes feststellen, obwohl ihr Gerät dazu genau genug war («On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether», American Journal of Science No. 203, November 1887).
- Man vermutete danach, die Erde würden den Äther wie die Lufthülle mitschleppen. Das hätte man aber in der Ausbreitung des Sternenlichts sehen müssen.
- Die Schlussfolgerung: Es scheint keinen Äther zu geben und die Galileitransformation scheint für Licht nicht zu gelten. Die Gleichungen von Maxwell sind nicht unveränderlich bei Galilei-Transformationen.
- Der Niederländische Physiker Lorentz versuchte um 1900 einen anderen Ansatz: Er postulierte eine Verkürzung des Raumes in Bewegungsrichtung, was sich bei Einsteins radikalem Ansatz als richtig erweisen sollte.

Es geht nicht um irgendeine Messung. Die physikalischen Gesetze sind untereinander vollständig vernetzt und konsistent. Eine Lücke in irgendeinem Gebiet führt unweigerlich zum Einsturz des ganzen Gebäudes. Umgekehrt hatte sich das Gebäude der Physik über Jahrhunderte als äusserst robust und zuverlässig erwiesen.

Naturwissenschaften müssen sich diesen Widersprüchen stellen. Leugnen ist zwecklos, das Experiment hat immer recht.

Abschnitt 2 beschreibt Einsteins Lösung, die als spezielle Relativitätstheorie bekannt wurde.

1.4 Das Experiment von Fizeau

Messung der Lichtgeschwindigkeit

- Im Jahre 1849 verfeinerte der französische Physiker Fizeau die Messung der Lichtgeschwindigkeit mit einer Methode, die auf Galilei zurückgeht.
- Galilei stellte einen Assistenten mit einer Laterne auf einen kilometerweit entfernten Hügel. Das Licht der Laterne war mit einer Klappe verdeckt. Galilei öffnete die Klappe seiner Laterne. Sobald der Assistent das Licht sah, öffnete er die Klappe seiner Laterne. Das Licht ist viel zu schnell verglichen mit der Reaktionszeit, man kann die Lichtgeschwindigkeit so nicht messen.
- Fizeau ersetzte den zweiten Mann durch einen Spiegel und die Klappen durch ein schnell rotierendes Zahnrad. Dreht das Rad langsam, kommt das Licht in der gleichen Lücke zurück. Erhöht man die Drehzahl, trifft es auf den nächsten Zahn. Man erhält die Lichtgeschwindigkeit auf der leicht zu messenden Umdrehungszahl.

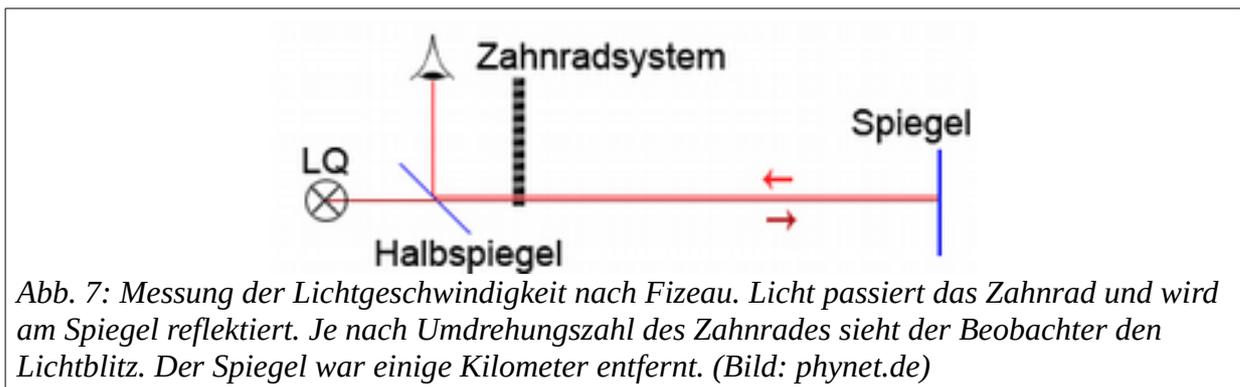


Abb. 7: Messung der Lichtgeschwindigkeit nach Fizeau. Licht passiert das Zahnrad und wird am Spiegel reflektiert. Je nach Umdrehungszahl des Zahnrades sieht der Beobachter den Lichtblitz. Der Spiegel war einige Kilometer entfernt. (Bild: phynet.de)

Lichtgeschwindigkeit im bewegten Medium

- Fizeau erweiterte seine Messung, in dem er Licht durch wasserdurchflossene Röhren schickte. Indem er das gleiche Licht wie bei einem Interferometer einmal mit und einmal gegen die Strömungsrichtung schickte, konnte er einen Geschwindigkeitsunterschied feststellen.
- Die Lichtgeschwindigkeit c ist nur im Vakuum in allen Inertialsystemen gleich. In einem Medium breitet sich das Licht um einen Faktor n (den Brechungsindex) langsamer aus.
- Die Geschwindigkeit c von Licht und u von strömendem Wasser addieren sich *nicht* mit einer Galileitransformation $v=c+u$, sondern gemäss dem Additionstheorem für Geschwindigkeiten der Relativitätstheorie (Gleichung 18 auf Seite 34).
- Der Ausdruck dafür wurde bereits 1814 von Fresnel angegeben.

1.5 Exkurs: Messgeräte

Absolute Messung der Lichtgeschwindigkeit

- Abb. 8 zeigt das Prinzipschema eines Gerätes zur Messung der Lichtgeschwindigkeit.
- Die nötigen Bestandteile sind heute für wenig Geld erhältlich.
- Am Anfang und Ende einer Strecke bekannter Länge wird ein Teil des Lichts durch einen halbdurchlässigen Spiegel ausgekoppelt und auf zwei Photodioden (Lichtempfänger) gelenkt.
- Das Signal der ersten Diode startet eine Uhr, das Signal der zweiten Diode stoppt die Uhr.
- Bei konstanter Geschwindigkeit ist $v = \Delta x / \Delta t$.

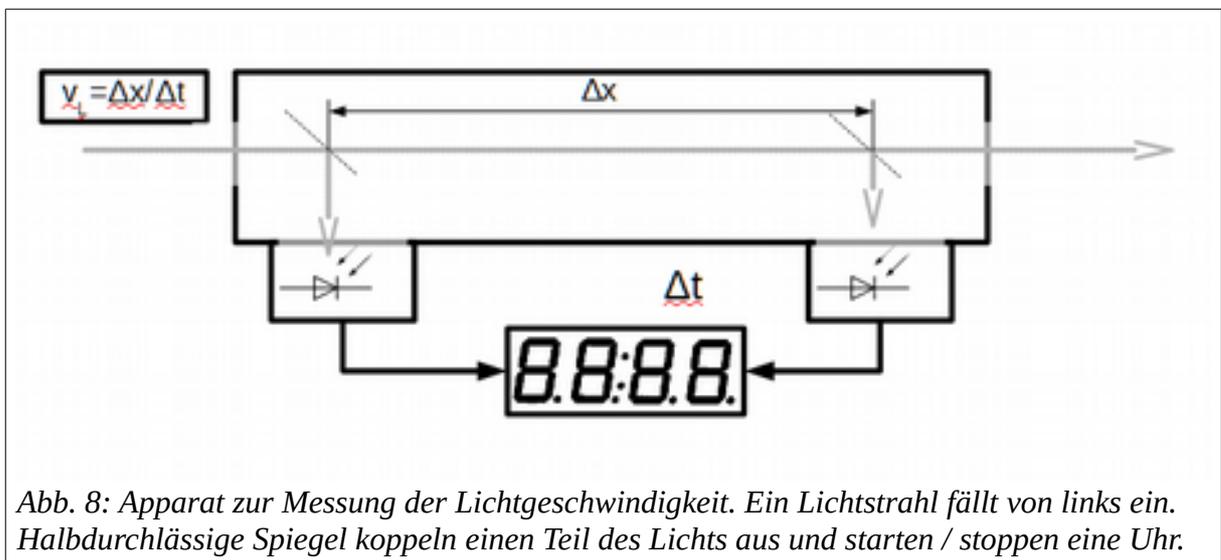


Abb. 8: Apparat zur Messung der Lichtgeschwindigkeit. Ein Lichtstrahl fällt von links ein. Halbdurchlässige Spiegel koppeln einen Teil des Lichts aus und starten / stoppen eine Uhr.

Relative Messung der Lichtgeschwindigkeit – Michelson-Morley

- In einem Interferometer wird ein Lichtstrahl an einem halbdurchlässigen Spiegel unter 90° geteilt. Beide Lichtstrahlen werden durch Spiegel reflektiert und wieder zusammengeführt.
- Durch Interferenz bildet sich ein Streifenmuster. Sind beide Wege unterschiedlich lang, verschieben sich die Streifen.
- Das Interferometer liess sich um 90° drehen. Dabei zeigt jeweils ein Arm entlang der Umlaufbahn der Erde und der andere senkrecht dazu. Somit wurde einmal die Lichtgeschwindigkeit mit und gegen die Bewegungsrichtung verglichen mit der Lichtgeschwindigkeit senkrecht dazu.

- Welche Zeitdifferenz erwarten wir? In Abb. 9 sind die Geschwindigkeiten quer und längs zum Ätherwind dargestellt. Ein Arm soll die Länge L haben. Die Zeiten hin und zurück und ihre Differenz sind damit (L ist so lang, weil der Strahl mehrfach gespiegelt wird)

$$t_{\text{quer}} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}}, \quad t_{\text{längs}} = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v} = \frac{2Lc}{(c+v)(c-v)}$$

$$\Delta t = t_{\text{quer}} - t_{\text{längs}} = 2L \left(\frac{1}{\sqrt{c^2 - v^2}} - \frac{c}{(c+v)(c-v)} \right) \quad (8)$$

Mit $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $v = 30 \cdot 10^3$ m/s, $L = 10$ m: $\Delta t = 3.7 \cdot 10^{-16}$ s

- Diese Zeitdifferenz müssen wir vergleichen mit der Perioden sichtbaren Lichts (z.B. grün)

$$T = \frac{\lambda}{c} \approx \frac{500 \text{ nm}}{c} = 1.7 \cdot 10^{-15} \text{ s}, \quad \frac{\Delta t}{T} = 0.22 \quad (9)$$

- Wir erwarten, dass die beiden Lichtstrahlen um 0.22 einer Periode verschoben sind. Das sollte im Bild der Interferenzstreifen deutlich sichtbar sein. Michelson-Morley verdoppelten diesen Wert, indem Sie das Interferometer um 90° drehten. Trotzdem sahen sie keine Verschiebung.

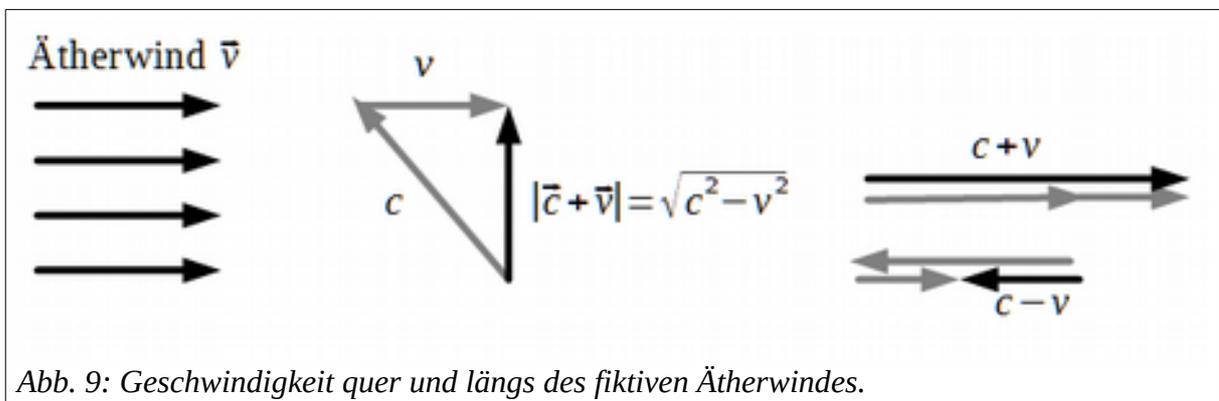


Abb. 9: Geschwindigkeit quer und längs des fiktiven Ätherwindes.

Aufgabe 7: Michelson-Morley durchdenken

Mit welchem Modell der Wellenausbreitung kommen Michelson-Morley darauf, dass sie einen Unterschied in der Ausbreitungsgeschwindigkeit sehen könnten?

2 Spezielle Relativitätstheorie (SRT)

Im Abschnitt 1 haben wir die Galilei-Transformation eingeführt. Das Experiment von Michelson und Morley zeigt, dass sie für Licht nicht anwendbar ist. Einstein kannte das Experiment, seine Motivation war jedoch grundsätzlicher.

2.1 Der radikale Ansatz von Einstein

Die Physik soll überall gleich sein

- Inertialsysteme sind Bezugssysteme, die sich gleichförmig zueinander bewegen. Die Newtonsche Mechanik ist in allen Inertialsystemen gleich.
- Einsteins Antrieb war ästhetisch: Die *ganze* Physik (also auch die elektromagnetischen Erscheinungen) sollte in allen Inertialsystemen gleich sein. Die Theorie des Ätherwindes hätte ein bestimmtes Inertialsystem bevorzugt.
- Die Antwort auf das Experiment von Michelson-Morley war für Einstein eine Schlussfolgerung, nicht die Motivation.
- Im Jahr 1905 war Einstein 26 Jahre alt und arbeitete als Beamter auf dem Patentamt in Bern. Seine Idee hatte viele Vordenker, aber diese Radikalität und Einfachheit hatte noch keiner gewagt.

Einsteins Postulate 1905:

(1) die physikalischen Gesetze sind in allen Inertialsystemen gleich (es gibt kein ausgezeichnetes Inertialsystem) und

(2) die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist in allen Inertialsystemen gleich gross.

- Diese Postulate tönen vernünftig und harmlos, haben aber höchst unvernünftige Konsequenzen.

Lichtgeschwindigkeit beim Eisenbahnwagen

- In Abb. 4 (p. 21) messen wir die Lichtgeschwindigkeit im fahrenden System A und im ruhenden System B.
- Beide Systeme B und A sind Inertialsysteme.

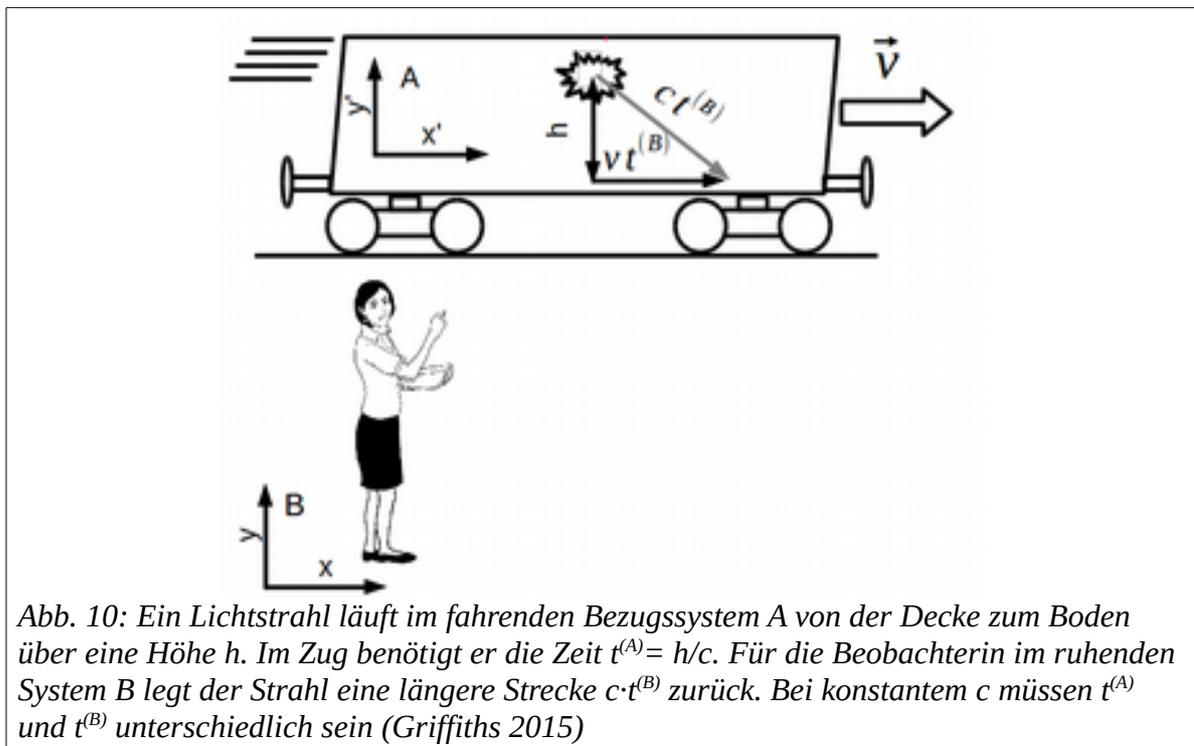
- Nach Einsteins Forderung müssen deshalb beide Messgeräte denselben Wert für die Geschwindigkeit der Lichtausbreitung anzeigen. Die Galilei-Transformation würde nicht mehr gelten.
- Wir suchen eine alternative zur Galilei-Transformation, bei der die Lichtgeschwindigkeit konstant bleibt. Für kleine Geschwindigkeiten wie bei fliegenden Fussbällen soll aber die bekannte und gut bestätigte Galilei-Transformation herauskommen.

Gemessene Tatsachen bleiben immer wahr, eine neue Theorie ändert nicht die Fallzeit des Apfels vom Tisch innerhalb der alten experimentellen Genauigkeit.

Die neue Theorie erklärt neue Phänomene oder trifft genauer auf präzisere Messungen bekannter Phänomene zu.

2.2 Zeit und Raum werden verzerrt

Die Zeitdilatation



- In Abb. 10 sendet die Lampe an der Decke des Zuges einen Lichtstrahl zum Boden aus.

- Im bewegten Bezugssystem des Zuges legt der Strahl die Strecke h zurück ($h^{(A)}$ und $h^{(B)}$ sind gleich gross, weil sie senkrecht zur Geschwindigkeit des Zuges gemessen werden). Der Lichtstrahl benötigt dazu die Zeit $t^{(A)} = h / c$ (wir bezeichnen die Zeit im Zug als $t^{(A)}$, sie wird nicht gleich sein wie die Zeit $t^{(B)}$ im ruhenden Bezugssystem).
- Die Beobachterin im ruhenden Bezugssystem B misst eine Zeit $t^{(B)}$ bis der Strahl auftrifft. In dieser Zeit legt der Wagen die Strecke $v t^{(B)}$ zurück. Die Strecke des Lichtstrahls vom ruhenden Bezugssystem B aus gesehen ist mit Pythagoras $s^{(B)} = \sqrt{h^2 + (v t^{(B)})^2}$.
- Die Strecke $s^{(B)}$ ist gleich der universellen Lichtgeschwindigkeit c mal der Zeit $t^{(B)}$ im ruhenden Bezugssystem B: $s^{(B)} = c t^{(B)}$

Hier passiert es: Wir setzen in B und A die gleiche Geschwindigkeit c für die Ausbreitung des Lichtes ein, wie Einstein sie fordert.

- Wir lösen das nach der Zeit $t^{(B)}$ im ruhenden Bezugssystem B auf. In der Formel lassen wir den Index (B) teilweise weg, weil er graphisch mit dem Exponenten 2 kollidiert.

$$s^{(B)} = \sqrt{h^2 + (v t^{(B)})^2} = c t^{(B)}$$

$$c^2 t^2 = h^2 + v^2 t^2 \Rightarrow t^2 (c^2 - v^2) = h^2 \Rightarrow t^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{h^2}{c^2} \quad (10)$$

$$t^{(B)} = \frac{h}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

- Der Quotient h/c ist gerade die Zeit $t^{(A)}$, die der Lichtstrahl im bewegten Bezugssystem A braucht, um vom Boden zur Decke zu gelangen: $t^{(A)} = h/c$
- Die Wurzel im Nenner werden wir noch häufig brauchen, wir nennen sie γ (kleines griechisches Gamma):

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (11)$$

- Der Wert von γ ist immer grösser als 1 und wird unendlich für $v=c$. Für $v=0$ ist $\gamma = 1$. Für $v = 1000 \text{ m/s}$ weicht γ erst in der 12. Stelle von 1 ab, ist also praktisch gleich 1.
- Damit können wir das Ergebnis von Gleichung (10) schreiben als

$$t^{(B)} = \gamma t^{(A)} \quad (12)$$

- Die Zeit $t^{(B)}$ im ruhenden Bezugssystem B verläuft schneller als die Zeit $t^{(A)}$ im bewegten Bezugssystem A.

Unsere Feststellung folgt zwingend aus Einsteins zweitem Postulat, dass die Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen gleich ist. Unser Resultat ist *nicht* einfach ein geometrischer Effekt.

Sie ist auch nicht ein exotischer Spezialfall. Vom ruhenden Bezugssystem B aus gesehen läuft die Zeit im bewegten Bezugssystem A *tatsächlich* langsamer. Ein radioaktives Element hat von B aus gesehen in A eine längere Lebensdauer, eine Eintagsfliege lebt länger, eine Atomuhr läuft langsamer.

Wir rütteln damit an einem elementaren Pfeiler unseres Weltverständnisses: Es gibt keine absolute Zeit. Sie hängt von der relativen Geschwindigkeit der Bezugssysteme ab.

Diesen Effekt nennt man *Zeitdilatation*.

Der Effekt gilt natürlich auch umgekehrt: A und B sind gleichberechtigt.

- Auf den offensichtlichen Widerspruch (der aber keiner ist), dass ja von A aus die Uhren in B langsamer laufen, gehen wir am Schluss des Kapitels ein.

Die Längenkontraktion

- In Abb. 11 läuft ein Lichtstrahl im bewegten Bezugssystem A zuerst mit der Fahrtrichtung, wird reflektiert und läuft zurück. Die gesamte Strecke in A ist $L^{(A)}$. Der Lichtstrahl braucht dafür $t^{(A)} = 2 L^{(A)} / c$ Sekunden (c ist in jedem Bezugssystem gleich). Oder nach $L^{(A)}$ aufgelöst:

$$L^{(A)} = c t^{(A)} / 2 \quad (13)$$

- Vom ruhenden Bezugssystem B aus gesehen fährt der Spiegel dem Strahl davon. Der Hinweg beträgt $L^{(B)} + v t_{\text{Hin}}^{(B)} = c t_{\text{Hin}}^{(B)}$, die Zeit dafür ist $t_{\text{Hin}}^{(B)} = L^{(B)} / (c - v)$.
- Der Rückweg ist dafür verkürzt und beträgt $L^{(B)} - v t_{\text{Rück}}^{(B)} = c t_{\text{Rück}}^{(B)}$, die Zeit dafür ist $t_{\text{Rück}}^{(B)} = L^{(B)} / (c + v)$. Die gesamte Zeit im ruhenden Bezugssystem B ist damit

$$\begin{aligned} t^{(B)} = t_{\text{Hin}}^{(B)} + t_{\text{Rück}}^{(B)} &= L^{(B)} \left(\frac{1}{c - v} + \frac{1}{c + v} \right) = \frac{2 L^{(B)}}{c} \gamma^2 \\ &\Rightarrow L^{(B)} = \frac{c t^{(B)}}{2 \gamma^2} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{Mit } \gamma = 1 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

- Wir ersetzen $t^{(B)}$ durch $t^{(A)}$ aus Gleichung (12) auf Seite 29 und erhalten für die Länge $L^{(B)}$ im ruhenden System B:

$$L^{(B)} = c t^{(A)} \gamma / 2 \gamma^2 = \frac{1}{\gamma} \frac{c t^{(A)}}{2} = \frac{1}{\gamma} \frac{2 L^{(A)}}{2} = \frac{L^{(A)}}{\gamma} = L^{(A)} \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (15)$$

- Der Faktor γ ist immer grösser als 1. Die Länge $L^{(B)}$ im ruhenden Bezugssystem B ist deshalb kürzer als die Länge $L^{(A)}$ im bewegten Bezugssystem A.

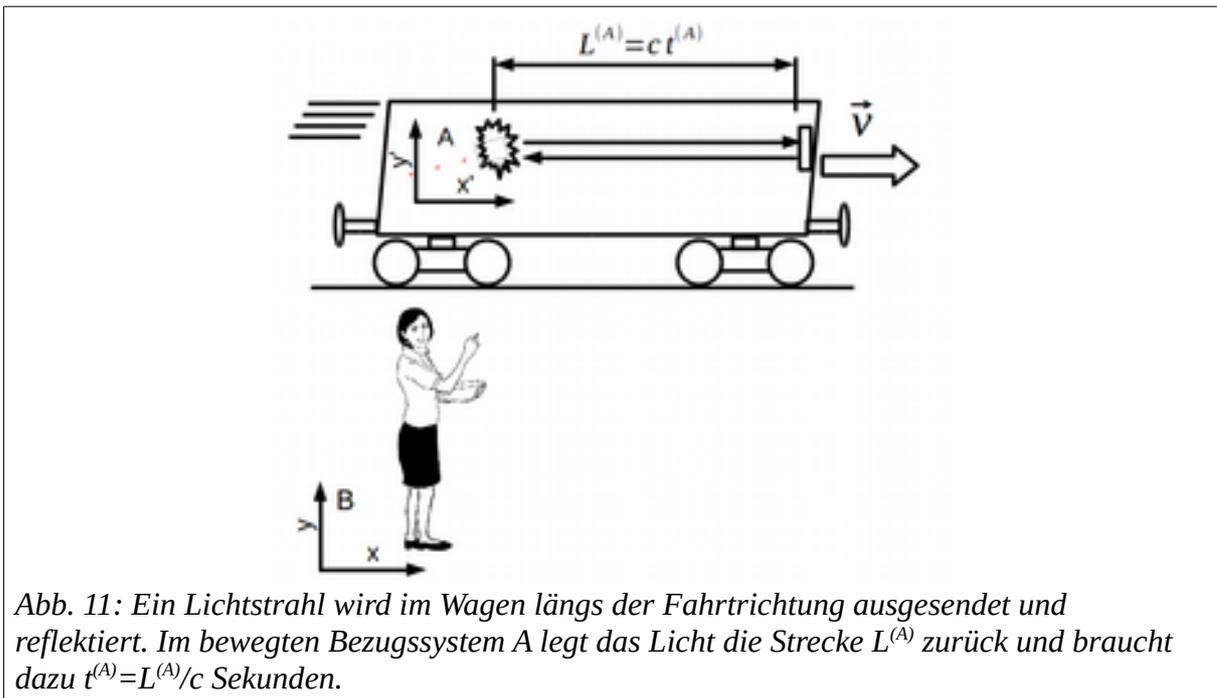


Abb. 11: Ein Lichtstrahl wird im Wagen längs der Fahrtrichtung ausgesendet und reflektiert. Im bewegten Bezugssystem A legt das Licht die Strecke $L^{(A)}$ zurück und braucht dazu $t^{(A)} = L^{(A)}/c$ Sekunden.

Ein Objekt im gleichförmig zu uns bewegten Bezugssystem A ist kürzer, als wenn wir seine Länge im ruhenden Bezugssystem B messen würden.

Wie bei der Zeitdilatation gilt: Das Objekt *scheint nicht* kürzer zu sein. Das Objekt *ist tatsächlich* kürzer.

Diesen Effekt nennt man *Längenkontraktion*. Er tritt nur längs der Bewegungsrichtung auf, nicht quer dazu.

- Die Längenkontraktion führt interessanterweise *nicht* dazu, dass wir bei einer schnellen Raumreise alle Kugeln zu zu Eier gequetscht sehen. «Sehen» heisst Licht registrieren, dass

zur gleichen Zeit im Auge auftritt. Es wurde deshalb von entfernten Punkten der Kugel früher gesendet. Das Objekt erscheint gedreht, nicht gequetscht. Diese Fehlvorstellung hielt sich bis 1959 auch in Lehrbüchern, es hatte sich wieder einmal niemand die Sache gründlich überlegt. Die Korrektur geht auf James Terrell zurück¹.

- In einem Leserbrief² findet sich der Kommentar über James Terrells Entdeckung:

[..] the physicist who discovered this intriguing result when so many of us who had the opportunity had overlooked it. Are we not fortunate to have a subject in which such a simple yet interesting effect can lie undiscovered for 50 years, an effect that could have been discovered by any undergraduate physics major willing to engage in clear thinking about special relativity? In making that remark, I do not intend in any way to lessen my appreciation of Terrell's contribution; on the contrary, he deserves credit for noticing what had gone unnoticed for so long.

2.3 Lorentztransformation

Die relativistisch korrekte Transformation zwischen zwei zueinander bewegten Inertialsystemen A und B nennt man Lorentztransformation. Für kleine Geschwindigkeiten muss sie in die Galileitransformation (Abschnitt 1.2, p. 20) übergehen. In der Darstellung folge ich Göbel (Göbel 2014).

Transformation der Ortskoordinate

- Wir messen von B aus zur Zeit $t^{(B)}$ die Länge des fahrenden Wagens. Der Anfang des Zuges befindet bei $x_1^{(B)} = vt^{(B)}$. Weil wir die Länge des Wagens durch die Längenkontraktion um den Faktor γ verkürzt wahrnehmen, ist das Ende bei x_2 .
- Wir setzen $L = x_2^{(A)}$ ein und erhalten $x_2^{(B)} = vt^{(B)} + x_2^{(A)}/\gamma$ und lösen nach $x_2^{(A)}$ auf.
- Die Umrechnung von B nach A ist damit $x^{(A)} = \gamma(x^{(B)} - vt^{(B)})$
- Einsetzen Zug links: $x_1^{(B)} = vt^{(B)} \Rightarrow x_1^{(A)} = 0$ - ok.
- Einsetzen Zug rechts: $x_2^{(B)} = vt^{(B)} + \frac{L}{\gamma} \Rightarrow x_2^{(A)} = \gamma(vt^{(B)} + \frac{L}{\gamma} - vt^{(B)}) = L$ - ok.

¹ James Terrell, Physical Review 116, 1041 – Published 15 November 1959

² American Journal of Physics 57 (1), January 1989

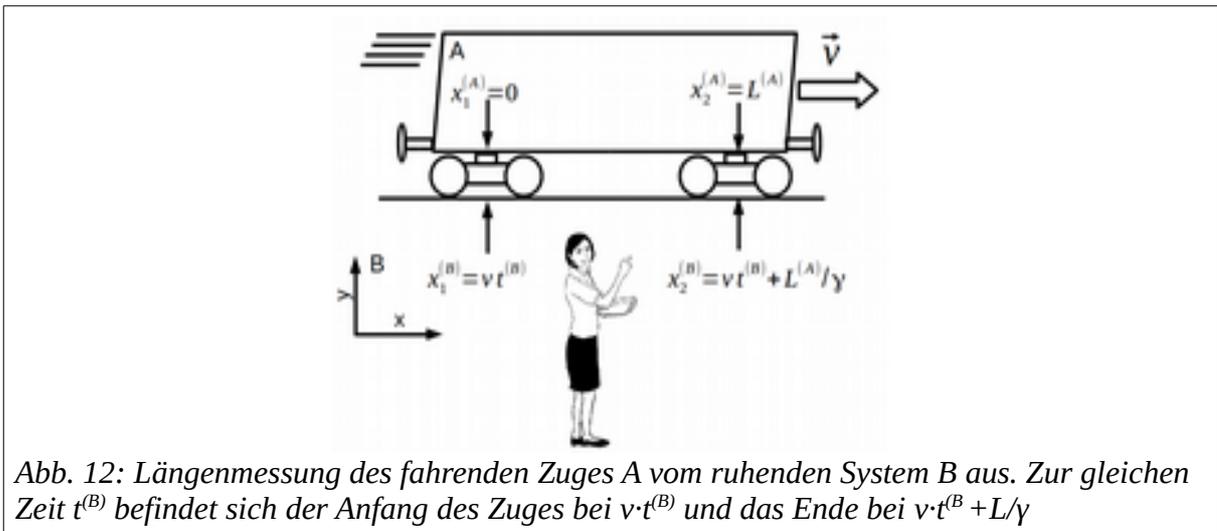


Abb. 12: Längenmessung des fahrenden Zuges A vom ruhenden System B aus. Zur gleichen Zeit $t^{(B)}$ befindet sich der Anfang des Zuges bei $v \cdot t^{(B)}$ und das Ende bei $v \cdot t^{(B)} + L/\gamma$

Transformation der Zeit

- Eine analoge Überlegung lässt sich für die Transformation der Zeit machen. Man erhält für die Umrechnung vom ruhenden Beobachter B zum bewegten System A die Umrechnung

$$\text{der Zeit als } t^{(A)} = \gamma \left(t^{(B)} - \frac{v x^{(B)}}{c^2} \right).$$

Lorentztransformation

- Wir erhalten für die Umrechnung vom ruhenden Beobachter B in das bewegte System A die folgende Umrechnung. Man nennt sie Lorentztransformation:

$$\begin{aligned} x^{(A)} &= \gamma (x^{(B)} - v t^{(B)}) \\ y^{(A)} &= y^{(B)} \\ z^{(A)} &= z^{(B)} \\ t^{(A)} &= \gamma \left(t^{(B)} - \frac{v}{c^2} x^{(B)} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

- Wenn wir vom bewegten System A aus beobachten, müssen wir die Indices A und B vertauschen und das Vorzeichen der Geschwindigkeit umkehren.

$$\begin{aligned} x^{(B)} &= \gamma (x^{(A)} + v t^{(A)}) \\ y^{(B)} &= y^{(A)} \\ z^{(B)} &= z^{(A)} \\ t^{(B)} &= \gamma \left(t^{(A)} + \frac{v}{c^2} x^{(A)} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

- Die Lorentztransformation ist symmetrisch: Jeder misst beim andern verkürzte Strecken und verlängerte Zeiten.

- Der Faktor γ ist grösser oder gleich 1. Wenn im bewegten System A 1 Sekunde vergangen ist ($t^{(A)}=1$), dann ist im ruhenden System B mehr Zeit vergangen ($t^{(B)}>1$).

Relativistische Addition von Geschwindigkeiten

- Aus der Lorentztransformation erhält man auch die Vorschrift für die Addition von Geschwindigkeiten (Herleitung unten).
- In Abbildung 2 auf Seite 19 fliegt ein Ball mit der Geschwindigkeit u relativ zum bewegten System A. A selber bewegt sich mit einer Geschwindigkeit v relativ zum ruhenden Beobachter B. Welche Geschwindigkeit misst der ruhende Beobachter B für den Ball?

$$u^{(B)} = \frac{u^{(A)} + v}{1 + \frac{u^{(A)} v}{c^2}} \quad (18)$$

- Wir betrachten die beiden bekannten Grenzfälle: (1) $v=0$, dann messen wir im ruhenden System B die gleiche Geschwindigkeit wie im (hier ebenfalls ruhenden) System A. (2) $u=v=c$, dann messen wir als Geschwindigkeit des Balls trotzdem c .
- Die Additionsvorschrift (18) liefert korrekt den klassischen und den relativistischen Grenzfall.
- Gleichung (18) ist symmetrisch in u und v . Ein schnelles Objekt in einem langsamen Bezugssystem messen wir als gleich schnell wie ein langsames Objekt in einem schnellen Bezugssystem.

Addition von Geschwindigkeiten in allen drei Raumrichtungen

- Das bewegte System A bewegt sich mit einer Geschwindigkeit $\vec{v}=(v_x, 0, 0)$ entlang der x -Achse. Der Ball soll jetzt im bewegten System A eine Geschwindigkeit in alle 3 Raumrichtungen haben $u^{(A)}=(u_x^{(A)}, u_y^{(A)}, u_z^{(A)})$.
- Die Geschwindigkeitskomponenten im ruhenden System B (ohne Herleitung für y, z) sind:

$$\begin{aligned} x: u_x^{(B)} &= \frac{u_x^{(A)} + v}{1 + u_x^{(A)} v/c^2} \quad (\text{wie oben}) \\ y: u_y^{(B)} &= \frac{u_y^{(A)}}{\gamma (1 + u_x^{(A)} v/c^2)} \\ z: u_z^{(B)} &= \frac{u_z^{(A)}}{\gamma (1 + u_x^{(A)} v/c^2)} \end{aligned} \quad (19)$$

Die Komponenten y, z vertikal zur Bewegungsrichtung von A werden ebenfalls verändert. Längen senkrecht zur Bewegung bleiben gleich, aber die Geschwindigkeiten senkrecht zur Bewegung sind von (B) aus kleiner.

Herleitung der Addition in x-Richtung

- Zur Herleitung³ berechnen wir die Geschwindigkeit v des Balls im ruhenden System B als das Verhältnis

$$v_{\text{Ball}}^{(B)} = \frac{\Delta x^{(B)}}{\Delta t^{(B)}} \quad (20)$$

- Die beiden Delta erhalten wir aus der Lorentztransformation (17)

$$\begin{aligned} \Delta x^{(B)} &= x_2^{(B)} - x_1^{(B)} = \gamma (\Delta x^{(A)} + v \Delta t^{(A)}) \\ \Delta t^{(B)} &= t_2^{(B)} - t_1^{(B)} = \gamma (\Delta t^{(A)} + v/c^2 \Delta x^{(A)}) \end{aligned} \quad (21)$$

- Daraus können wir jetzt die Geschwindigkeit des Balls im ruhenden System B berechnen

$$u_{\text{Ball}}^{(B)} = \frac{\Delta x^{(B)}}{\Delta t^{(B)}} = \frac{\gamma (\Delta x^{(A)} + v \Delta t^{(A)})}{\gamma (\Delta t^{(A)} + v/c^2 \Delta x^{(A)})} \stackrel{u=x/t}{=} \frac{u_{\text{Ball}}^{(A)} + v}{1 + v u_{\text{Ball}}^{(A)} / c^2} \quad (22)$$

Aufgabe 8: Geschwindigkeits-Addition

Berechnen Sie die Geschwindigkeit des bewegten Objekt im ruhenden Bezugssystem für folgende Fälle klassisch und relativistisch. Wo weichen die beiden Berechnungen deutlich voneinander ab?

- (1) Ein Zug fährt mit $v = 300 \text{ km/h}$, darin kicken Sie einen Ball mit 20 km/h in Fahrtrichtung
- (2) Eine Rakete fliegt mit 11 km/s , darin bewegt sich eine Schallwelle im Metall mit 1 km/s
- (3) Eine Rakete fliegt mit 11 km/s , darin leuchten Sie mit einem Laserpointer in Flugrichtung
- (4) Ein Ion wird auf $0.2 c$ beschleunigt und emittiert ein Elektron mit $0.9 c$

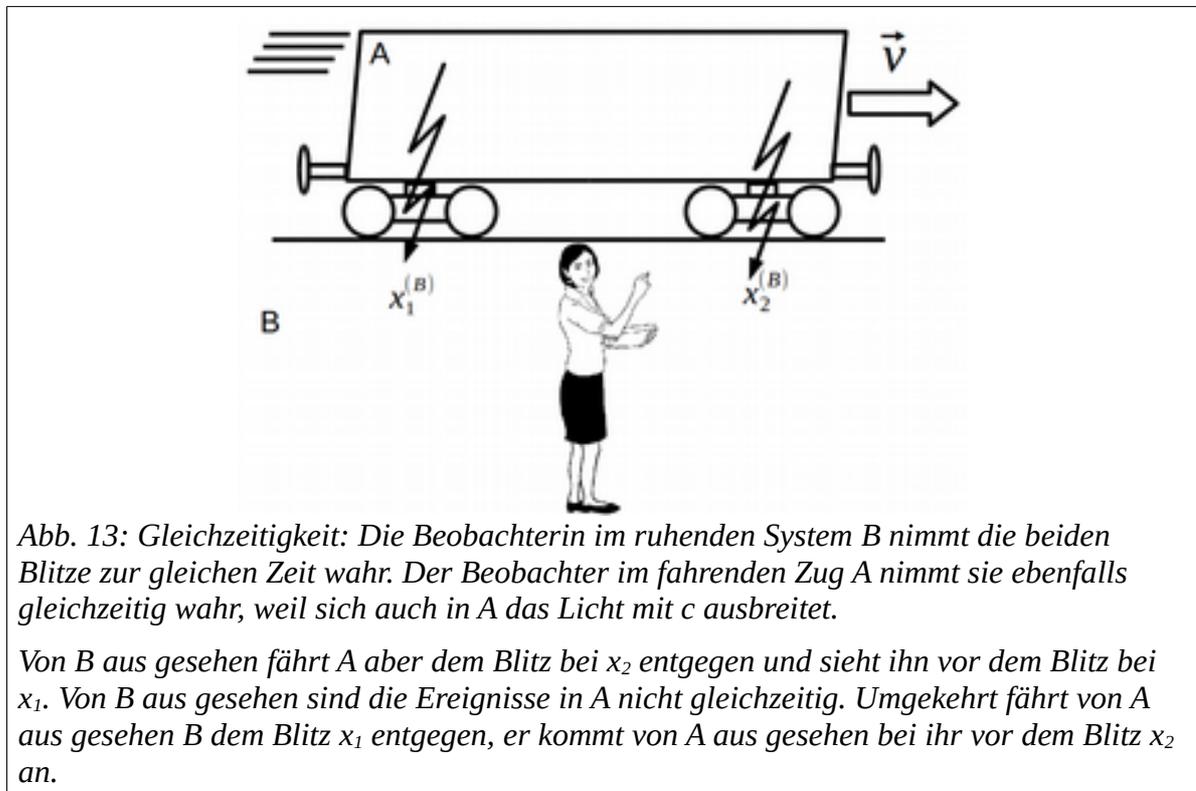
2.4 Messungen

Wenn wir uns nicht mehr auf Längen und Zeiten verlassen können, müssen wir genau analysieren, wie wir Längen und Zeiten messen. Damit klären sich die scheinbaren Widersprüche, die sich aus Zeitdilatation und Längenkontraktion ergeben. Aber Vorsicht: Verwirrung ist programmiert, wir müssen sehr sorgfältig vorgehen.

³ Nach <https://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/physik-abitur/artikel/addition-von-geschwindigkeiten>

Gleichzeitigkeit

- Definition: Zwei Ereignisse sind gleichzeitig, wenn sie von einem Beobachter zur gleichen Zeit wahrgenommen werden. Dabei berücksichtigen wir die unterschiedlichen Abstände zum Ort der Ereignisse. Wenn möglich, stellen wir uns in die Mitte.
- In Abbildung 13 steht die Beobachterin im ruhenden System B in der Mitte zwischen den beiden Punkten $x_1^{(B)}$ und $x_2^{(B)}$. Sie nimmt zwei Lichtblitze, die von diesen Punkten ausgesendet wurden, gleichzeitig wahr: Die Lichtblitze sind in B gleichzeitig.
- Schaut die Beobachterin in B aber den fahrenden Wagen A an, fährt der Beobachter in A dem einen Lichtblitz davon und dem anderen entgegen. Die Blitze für A sind von B aus gesehen nicht gleichzeitig.
- Für einen Beobachter in der Mitte des bewegten Bezugssystems A breiten sich die Blitze aber beide mit Lichtgeschwindigkeit gegen ihn aus. Es spielt keine Rolle, ob die Blitzlampen auf dem Bahndamm stehen oder im Zug montiert sind. Er sieht die Blitze ebenfalls gleichzeitig.
- Wenn wir die Länge des fahrenden Zuges messen oder verstrichene vergleichen, messen wir an zwei Punkten gleichzeitig. Gleichzeitig in A ist aber nicht gleichzeitig in B, das Rätsel der langsamen Uhr und verkürzten Länge klärt sich über die Gleichzeitigkeit.



2.5 Was wir sehen können – und was nicht

- Information kann nicht schneller ausgetauscht werden als mit Lichtgeschwindigkeit. Damit können wir die Welt unterteilen in einen *zeitartigen* Bereich, der uns beeinflusst (Vergangenheit) und den wir künftig beeinflussen können. Und in einen *raumartigen* Bereich, der ausserhalb unseres Einflusses liegt, weil wir ihn auch mit Lichtgeschwindigkeit nicht erreichen können (Abb. 14).
- Das wird oft auch als Kegel dargestellt, wenn der Raum statt nur die x -Koordinate auch noch eine y -Koordinate hat. Vollständig ist die Raumzeit vierdimensional (t,x,y,z), was schwierig darzustellen ist.

Abb. 14: Raumzeit, Ort-Zeit Diagramm in der Relativitätstheorie. Die Zeit t (genauer ct) ist vertikal aufgetragen, der Ort x horizontal. Ich stehe bei Punkt (a). Wenn ich am gleichen Ort $x=0$ bleibe, bewege ich mich vertikal entlang der ct -Achse. Reise ich mit $v < c$ bin ich nach dem Zeitintervall Δt am Ort (b). Mit $v=c$ bin ich am Ort (c). Den Ort (d) kann ich nie erreichen, weil ich dazu schneller als mit Lichtgeschwindigkeit reisen müsste (Quelle (Göbel 2014))

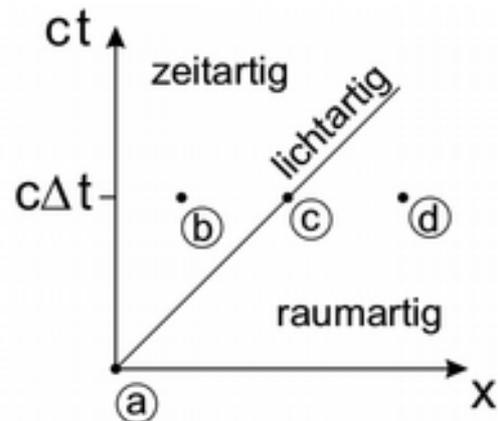
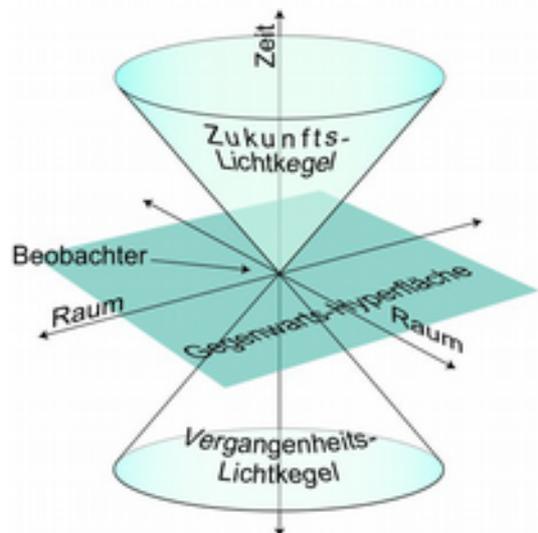


Abb. 15: Raumzeit als Kegel dargestellt, Ergänzung von Abb. 14. Der Ort ist zweidimensional (x,y). Ich stehe am Nullpunkt in der Taille des Kegels.

Was innerhalb des Vergangenheits-Lichtkegels liegt, kann mich erreichen. Das Gebiet innerhalb des Zukunfts-Lichtkegels kann ich im Prinzip erreichen. Dieses Gebiet nennt man «zeitartig».

Was ausserhalb des Kegels liegt, kann mich nicht beeinflussen und werde ich nicht beeinflussen können. Dieses Gebiet nennt man «raumartig».

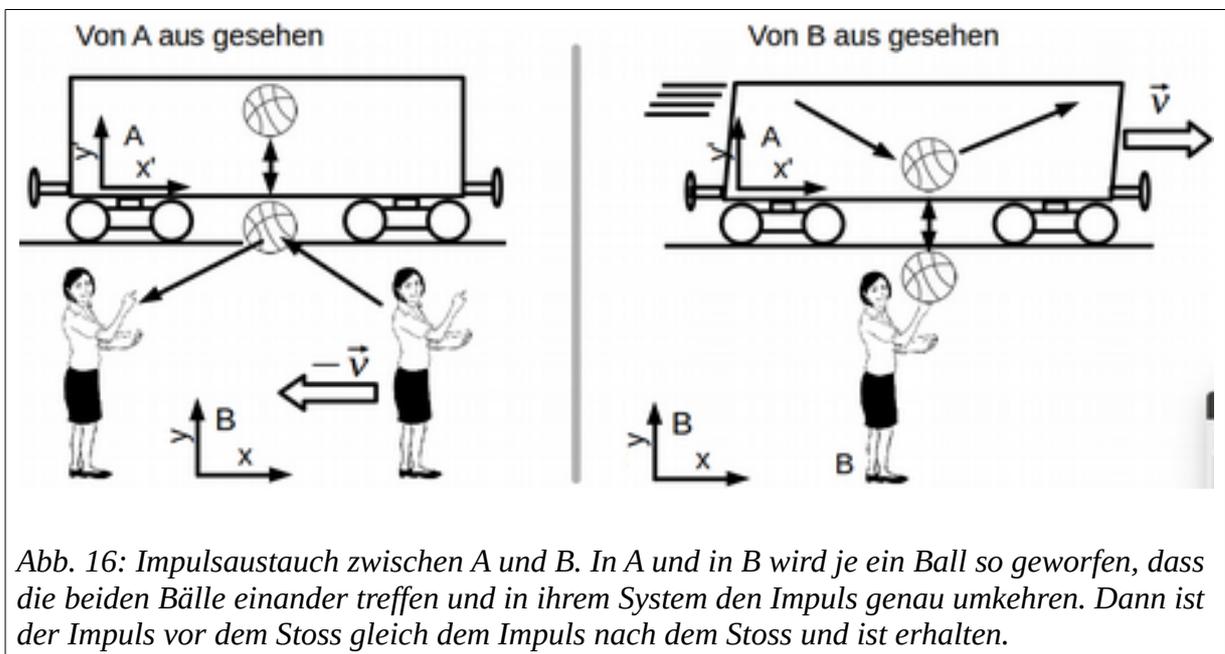
Die Oberfläche des Kegels entspricht einer Bewegung mit der Lichtgeschwindigkeit, man nennt sie «lichtartig».



2.6 Relativistischer Impuls und relativistische Energie

Relativistischer Impuls

- Wir haben die Transformation der Geschwindigkeiten hergeleitet. Wie transformiert sich der Impuls?
- Wir nehmen an, dass ohne äussere Kräfte der Impuls erhalten bleibt, wenn zwischen dem ruhenden und dem bewegten System Impuls ausgetauscht wird (Abb. 16).
- Von A wird ein Ball mit der Schnelligkeit u_0 nach unten ($-y$) geworfen, von A aus ein gleichartiger Ball ebenfalls mit u_0 nach oben ($+y$).



- Von B aus gesehen (Abb. 16, rechts) bewegt sich der Ball in A mit einer Geschwindigkeit $u_y^{(B)} = -u_0/\gamma$ nach unten. Diese Beziehung erhält man mit Gleichung (19), indem man dort $u_x = 0$ setzt (nur vertikale Bewegung in A).
- Der Ball in B fliegt mit u_0 nach oben.
- Die beiden Bälle sollen den entgegengesetzten Impuls in vertikaler Richtung haben. Wir unterscheiden die Masse in B und die Masse in A und nehmen an, dass wir den Impuls wie klassisch als $\vec{p} = m \vec{v}$ schreiben dürfen: $m^{(B)} u_0 = -m^{(A)} (-u_0)/\gamma$.
- Daraus erhalten wir $m^{(B)} = m^{(A)}/\gamma \Rightarrow m^{(A)} = \gamma m^{(B)}$. Die Masse in A erscheint um den Faktor γ grösser als die Masse in B.
- Der relativistische Impuls ist damit

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad (23)$$

- Dieser Ansatz für die relativistische Masse ist experimentell gut abgesichert. Zum Beispiel täglich milliardenfach am CERN, wenn Protonen mit praktisch Lichtgeschwindigkeit und dem tausendfachen ihrer Ruhemasse aufeinanderprallen.
- Man darf jetzt aber nicht annehmen, jeder bewegte Körper sei einfach um den Faktor γ schwerer. Für die kinetische Energie gilt das zum Beispiel nicht, wie wir unten sehen.

Das scheint logisch zu sein: «Hängen wir überall ein γ dran und es ist relativistisch korrekt». Diese Aussage ist falsch: Fundamentale physikalische Gesetze lassen sich nicht ableiten, man muss sie erraten. Das Alte muss sich als Grenzfall aus dem Neuen herleiten lassen, den umgekehrten Weg gibt es nicht.

Wenn ein Gesetz formuliert ist, können wir es mit Hilfe der Mathematik umformen. Hier erst kommt die Logik dazu, und es scheint, dass die Physik sich mathematisch beschreiben lässt. Danach erst können wir die Vorhersagen mit Experimenten vergleichen, erst dann wissen wir, ob wir gut geraten haben.

Relativistische Kraft

- Die fundamentale Bewegungsgrösse in der Physik ist der Impuls.
- Die Kraft ist definiert als Impulsänderung pro Zeit: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(\gamma m \vec{v})$. Diese Definition gilt immer.

Relativistische Energie

- Die Energie eines Körpers nimmt zu, man ihn entlang eines Weges mit einer Kraft stösst.
- Stossen wir einen aus der Ruhe Körper entlang der x-Achse von Punkt a nach Punkt b, so ist seine kinetische Energie bei b $E_{kin} = \int_a^b F dx$.
- Mit einigen Umformungen⁴ erhalten wir: $E_{kin} = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$. Dabei bezeichnet m_0 die Masse des Körpers in unserem ruhenden System.
-

⁴ Zum Beispiel bei Giancoli oder in allen anderen Grundlagenbüchern

- Die relativistische Gesamtenergie eines Körpers der Ruhemasse m_0 und Geschwindigkeit v ist (ohne Herleitung):

$$E_{tot} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} m_0 c^2 = \gamma m_0 c^2 = m c^2 \quad (24)$$

- m_0 ist wie oben die Ruhemasse. Das ist die Masse, die wir bei Geschwindigkeit $v=0$ messen, sie ist die Masse der klassischen Mechanik.
- Diese Gesamtenergie setzt sich zusammen aus einer Ruheenergie $m_0 c^2$ und einer kinetischen Energie T :

$$\begin{aligned} E_{tot} &= \gamma m_0 c^2 = (\gamma - 1) m_0 c^2 + m_0 c^2 = T + m_0 c^2 \\ T &= (\gamma - 1) m_0 c^2 \end{aligned} \quad (25)$$

- Dieser Ausdruck entspricht *nicht* unserem gewohnten Ausdruck für die kinetische Energie ($1/2 m \cdot v^2$). Für kleine Geschwindigkeiten geht er aber in die klassische kinetische Energie über. Wir verwenden dazu die Taylorentwicklung des Kehrwertes einer Wurzel und nehmen nur den ersten Term mit. Die Terme mit höheren Potenzen von x vernachlässigen wir für kleine x ($x \ll 1$)

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = (1+x)^{-1/2} \stackrel{x \ll 1}{\approx} 1 - \frac{1}{2} x \quad (26)$$

- Damit können wir γ für kleine Geschwindigkeiten schreiben als

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \stackrel{v^2 \ll c^2}{\approx} 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \quad (27)$$

- Das können wir jetzt einsetzen in den Ausdruck für die kinetische Energie

$$T = (\gamma - 1) m_0 c^2 \stackrel{v^2 \ll c^2}{\approx} \left(\left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) - 1 \right) m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2 \quad (28)$$

- Wieder geht der relativistische Ausdruck für kleine Geschwindigkeiten in unsere kinetische Energie über. Der umgekehrte Weg funktioniert diesmal aber *nicht*.
- Die Ruhemasse eines Körpers ist gleich in allen Bezugssystemen. Masse und Energie unterscheiden sich nur durch den Faktor c^2 , in der Physik verwendet man deshalb die Ruheenergie. Statt zu sagen, ein Proton wiege $1.67 \cdot 10^{-27}$ kg sagt man, seine Masse sei $1 \text{ GeV}/c^2$. Ein GeV sind $1.602 \cdot 10^{-10}$ J. Das ist die kinetische Energie, die z.B. eine Elektron erfährt, wenn es in einer Potenzialdifferenz von 1 GV (10^9 V) beschleunigt wird.

Aufgabe 9: Umrechnung von 1 GeV/c² in kg

Rechnen Sie die Ruhemasse des Protons von 1 GeV/c² in kg um

Geschwindigkeit aus der relativistischen Energie

- Der relativistische Faktor $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ lässt sich nach v auflösen

$$v = \frac{c\sqrt{(\gamma-1)(\gamma+1)}}{\gamma} \quad (29)$$

- Für $\gamma=1$ wird $v=0$, für sehr grosse γ (unendlich gross) wird $v=c$, wie es sein muss.
 – Wir lösen den Ausdruck (25) für die kinetische Energie nach γ auf und erhalten dann die Geschwindigkeit als Funktion der kinetischen Energie:

$$\gamma = \frac{T}{m_0 c^2} + 1 \stackrel{\text{def}}{=} q + 1 \quad (30)$$

- Dabei bezeichnen wir mit q das Verhältnis von kinetischer Energie T zur Ruheenergie $m_0 c^2$. Setzen wir γ aus Gleichung (30) in den Ausdruck (29) für die Geschwindigkeit ein, erhalten wir

$$v = c \frac{\sqrt{q(q+2)}}{q+1} = c \frac{\sqrt{q^2+2q}}{q+1} = c \sqrt{1 - \frac{1}{(1+q)^2}} \quad (31)$$

- Der letzte Ausdruck entspricht der Darstellung in Wikipedia⁵.
 – Setzen wir $T=0$ (keine kinetische Energie) wird $q=0$ und damit ist $v=0$
 – Setzen wir T gleich der Ruheenergie, wird $q=1$ und $v = c\sqrt{3/4} = 0.867c = 2.6 \cdot 10^8$ m/s
 – Setzen wir T viel grösser als die Ruheenergie, wird q sehr gross und $v \sim c$
 – Die folgende Tabelle gibt für das Verhältnis q von kinetischer zu Ruheenergie den Bruchteil von c, der erreicht wird und die Differenz zur Lichtgeschwindigkeit.

q	0	0.01	0.1	0.5	1	10	100	1000
v/c	0	0.14	0.42	0.75	0.87	0.9959	1 - 45E-6	1 - 5E-7
c-v (m/s)	c	2.58E8	1.75E8	76.3E6	40.2E6	1.24E6	14'700	150

- Wenn die kinetische Energie 1 % der Ruheenergie beträgt (Spalte 0.01), ist die Geschwindigkeit 14 % der Lichtgeschwindigkeit. Dann machen sich relativistische Effekte schon bemerkbar ($\gamma = 1.01$)

⁵ https://de.wikipedia.org/wiki/Kinetische_Energie

- Für Elektronen mit einer Ruhemasse von 511 keV ist das schon bei 5 keV kinetischer Energie der Fall. Für Protonen mit einer Ruhemasse von 1 GeV bei 10 MeV kinetischer Energie.
- Elektronen von 511 MeV (1000 mal die Ruheenergie) nähern sich auf eine Bruchteil von $5E-7$ der Lichtgeschwindigkeit sind nur noch 150 m/s langsamer als c .

Energie und Impuls

- Wir haben den relativistischen Impuls und die relativistische Energie kennengelernt (Gl. 23 und 24). Wir bilden das Verhältnis von Impuls zu Energie und lösen es nach der Geschwindigkeit v auf⁶

$$\frac{p}{E} = \frac{v}{c^2} \Rightarrow v = \frac{c^2 p}{E} \quad (32)$$

- Wir formen den Ausdruck (24) für die Energie um: $E/\gamma = m_0 c^2$ und setzen in γ für die Geschwindigkeit den Ausdruck aus Gleichung (32) ein:

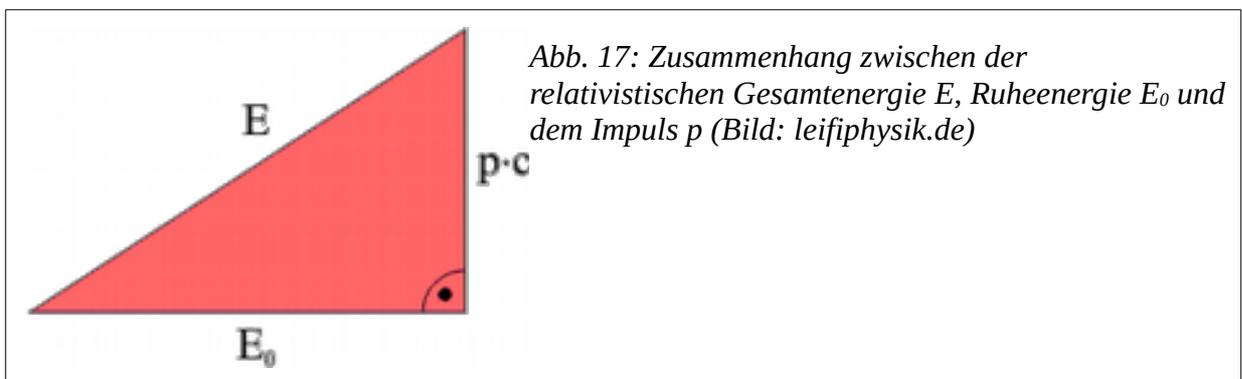
$$E \sqrt{1 - \left(\frac{c^2 p/E}{c}\right)^2} = E \sqrt{1 - \left(\frac{c p}{E}\right)^2} = m_0 c^2 = E_0 \quad (33)$$

- Wir quadrieren und vereinfachen zu

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2 \quad (34)$$

- Dabei ist E die Gesamtenergie, p der Impuls, c die Lichtgeschwindigkeit, E_0 die Ruheenergie. Das lässt sich schön in einem rechtwinkligen Dreieck darstellen (Abb. 17). Der Impuls p ergibt sich daraus als

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - E_0^2} = \frac{1}{c} \sqrt{(T + E_0)^2 - E_0^2} = \frac{1}{c} \sqrt{2 E_0 T + T^2} \quad (35)$$



⁶ Herleitung gemäss leifiphysik.de

Die Vorstellung einer Ruheenergie $E_0 = m_0 \cdot c^2$ hat keine Entsprechung in der klassischen Physik.

Die Ruheenergie öffnet Abgründe: Energie und Masse sind nicht mehr unterscheidbar, sie sind verschiedener Ausdruck derselben Erscheinung⁷. Aus Masse entsteht Energie (z.B. Kernenergie) und aus Energie entsteht Masse (z.B. ein Elektron-Positron-Paar aus einem Photon).

2.7 Anwendungen und Bestätigungen der SRT

Nach viel Koordinatensystemen einige Anwendungen. Die SRT ist nicht einfach «eine Theorie». Sie beschreibt, wie alle physikalischen Gesetze, die Natur.

Der Zerfall des Myons aus der Höhenstrahlung

- Myonen sind geladene Elementarteilchen mit ungefähr der 200-fachen Masse des Elektrons. Sie werden natürlich erzeugt durch hochenergetische Protonen, die aus dem Welt- raum in rund 20 km Höhe auf die Erdatmosphäre treffen. Die Lebensdauer eines Myons im Labor beträgt rund $2.2 \mu\text{s}$ ($2.2 \cdot 10^{-6}$ Sekunden).
- Nach ihrer Erzeugung fliegen die Myonen fast mit Lichtgeschwindigkeit. Damit kämen sie nur ungefähr $s = vt = 3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)} \cdot 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ (s)} \approx 660 \text{ m}$ weit. Auf der Erdoberfläche beobachtet man aber viele Myonen. Weshalb?
- Wir rechnen die Zeit und Länge vom System des Myons um in unser ruhendes System mit der Lorentztransformation in Gleichung (17) auf Seite 33 um und nehmen an, das Myon fliege mit $v = 0.998 c$. Dann ist $\gamma = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)} \approx 16$.
- Im bewegten System A des Myons ist das Myon immer am gleichen Ort, den wir null setzen dürfen: $x^{(A)} = 0$. Damit: $x^{(B)} = \gamma(x^{(A)} + vt^{(A)}) \approx 16 \cdot 660 \text{ m} = 10'500 \text{ m}$
- Entsprechend lebt von B aus gesehen das Myon $t^{(B)} = \gamma t^{(A)} \approx 16 \cdot 2.2 \mu\text{s} = 35 \mu\text{s}$.
- Umgekehrt schrumpft vom Myon aus die Atmosphäre der Erde. Das Myon sieht sich als ruhenden Beobachter und die Atmosphäre rast vorbei, und hat vom Myon aus gesehen noch eine Dicke von $L^{(B)} = L/\gamma = 30 \text{ km}/16 = 1.9 \text{ km}$.
- Für uns und das Myon geht die Rechnung auf.

⁷ Diese Mehrdeutigkeit gibt es auch in der Quantenmechanik, wo ein Partikel Welle und Teilchen sein kann und in der christlichen Religion, wo Gott in dreifacher Erscheinung (Vater, Sohn, heiliger Geist) auftritt.

Der Zerfall des Myons im Beschleuniger-Experiment

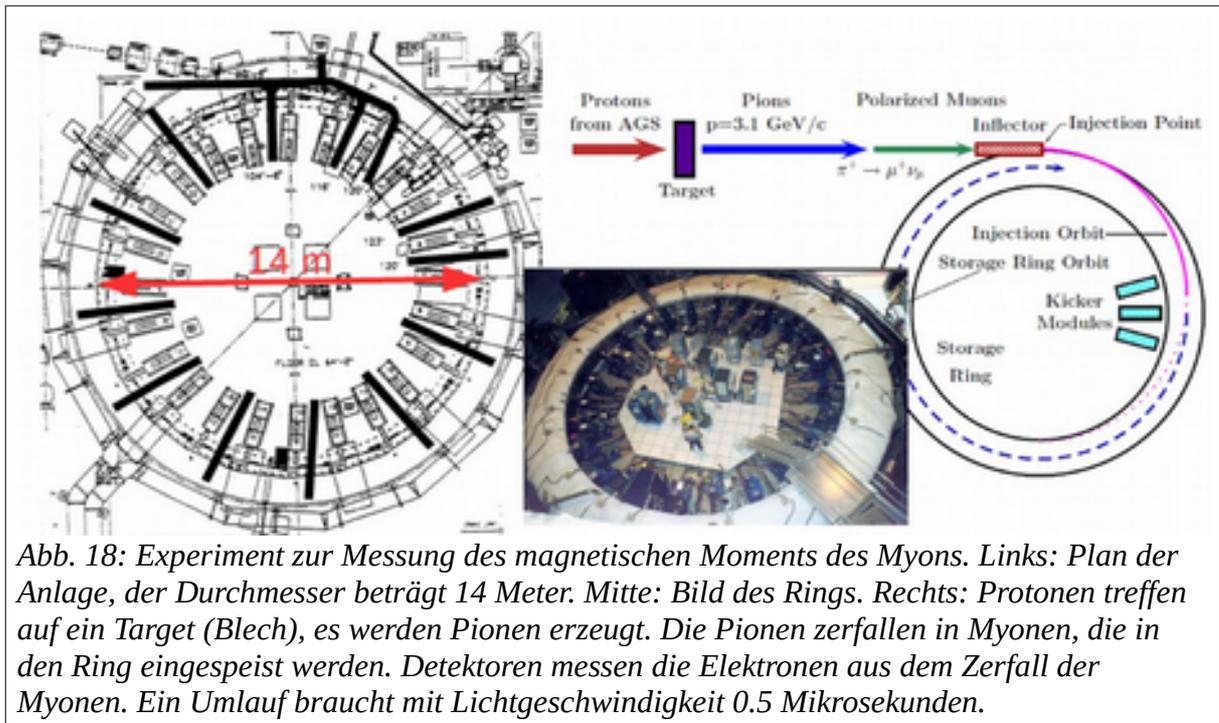
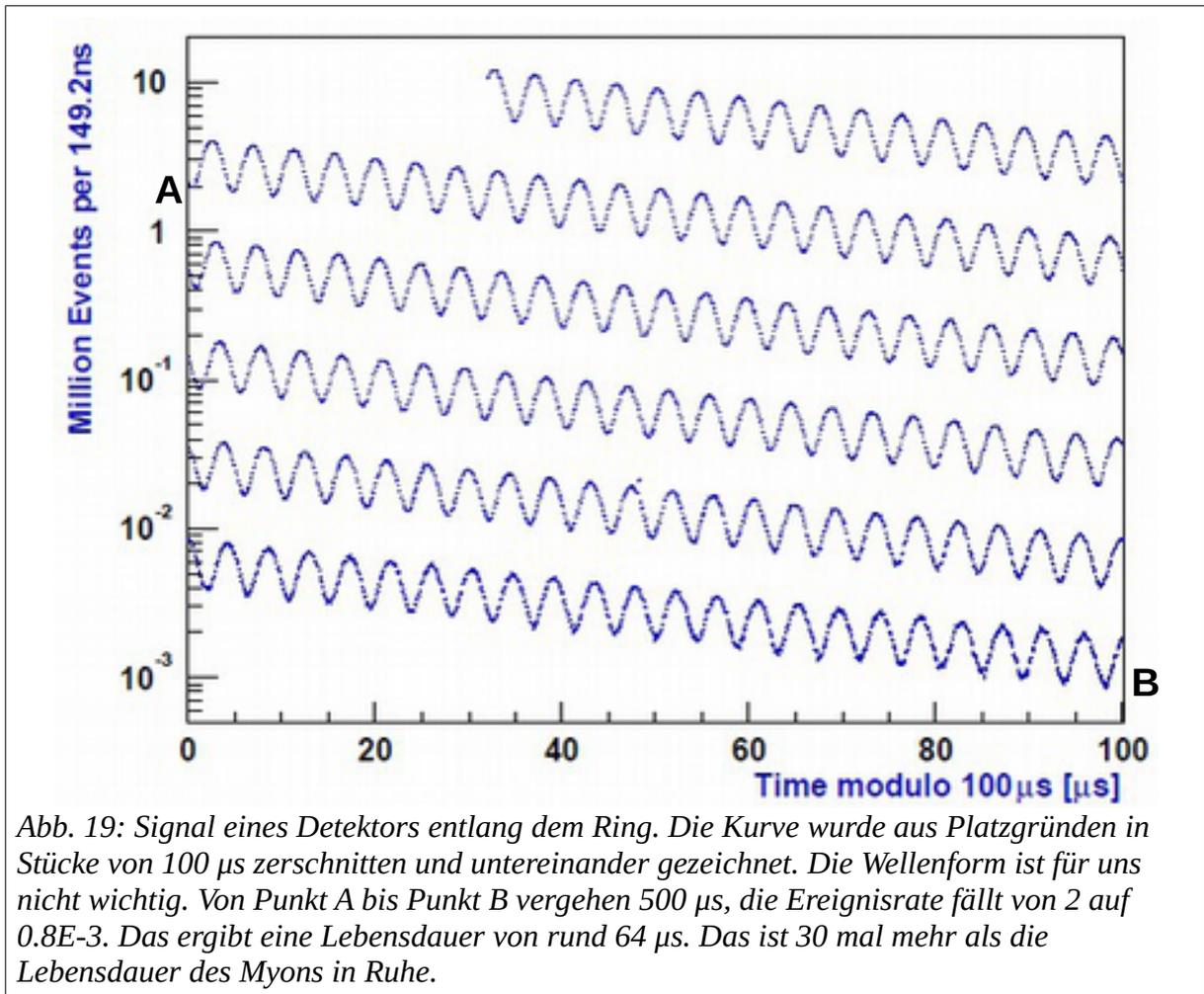


Abb. 18: Experiment zur Messung des magnetischen Moments des Myons. Links: Plan der Anlage, der Durchmesser beträgt 14 Meter. Mitte: Bild des Rings. Rechts: Protonen treffen auf ein Target (Blech), es werden Pionen erzeugt. Die Pionen zerfallen in Myonen, die in den Ring eingespeist werden. Detektoren messen die Elektronen aus dem Zerfall der Myonen. Ein Umlauf braucht mit Lichtgeschwindigkeit 0.5 Mikrosekunden.

- Um das Jahr 2000 herum wurde am Brookhaven National Laboratory (BNL) das magnetische Moment des Myons vermessen (Bailey und Picasso 1970). Als Nebenprodukt misst man die Lebensdauer der schnellen Myonen (Abb. 18).
- Die Myonen kreisen im Ring und zerfallen dabei exponentiell. Aus der Zerfallsrate kann man die Lebensdauer berechnen.
- Bei einem exponentiellen Zerfall ist nach einer Zeit t noch ein Anteil $q = e^{-t/\tau}$ vorhanden. Daraus erhalten wir die Lebensdauer τ als $\tau = -t / \ln(q)$.
- Aus Abbildung 18 lesen wir $q = 0.8 \cdot 10^{-3/2}$ und $t = 500 \mu\text{s}$ heraus und erhalten $\tau = 64 \mu\text{s}$ ($64.4 \mu\text{s}$ mit genauer Auswertung im Artikel, p. 361).
- Aus der Energie des Myons erhält man den Lorentz-Faktor $\gamma = 29.3$. Die Lebensdauer des Myons in Ruhe ist $\tau_0 = 2.2 \mu\text{s}$. Gemäss SRT erwartet man deshalb im Experiment eine Lebensdauer von $\tau = 29.3 \cdot 2.2 = 64.5 \mu\text{s}$ in Übereinstimmung mit dem Experiment.



Die Zyklotronfrequenz

- Ein Zyklotron beschleunigt geladene Teilchen, indem es sie mit einem starken Magnetfeld auf eine Kreisbahn zwingt (Abb. 27). Eine Wechselspannung, die mit der Umlauffrequenz der Teilchen synchronisiert ist, gibt ihnen bei jedem Umlauf etwas Energie.
- Der Radius nimmt proportional zur Geschwindigkeit zu, der Umfang auch,

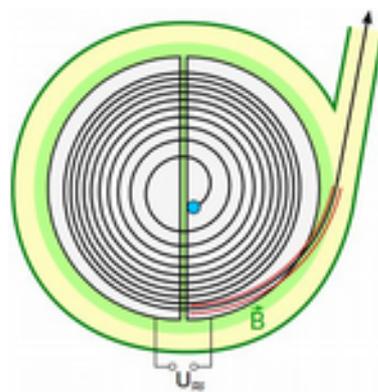


Abb. 20: Zyklotron. Ionen werden vom Zentrum aus beschleunigt. An den beiden Halbschalen liegt eine Wechselspannung an.

die Umlaufzeit bleibt konstant und damit auch die Frequenz der Wechselspannung. Für kleine v !

- Für ein schnelles Teilchen mit $v \sim c$ nimmt die Energie zwar immer noch zu, es wird aber nicht mehr schneller. Die kinetische Energie geht in die Masse (Abschnitt , p. 38). Der Radius der Kreisbahn wird wegen der grösseren Masse ebenfalls grösser, aber v bleibt fast gleich. Das Teilchen braucht länger und gerät aus dem Takt.
- Um ein Zyklotron zu betreiben, muss man relativistisch korrekt rechnen.

Energie bei Kollisionen am CERN

- Am CERN werden Protonen auf einige TeV (Tera-Elektronenvolt) beschleunigt. Ein TeV entspricht $10^{12} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \sim 10^{-7} \text{ J}$. Das ist makroskopisch nicht viel Energie. Wie schnell müsste ein Proton fliegen, um diese Energie zu erreichen?
- $E = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2E/m} = \sqrt{2 \cdot 10^7 / 1.6 \cdot 10^{-27}} \approx 10^{10} \text{ m/s}$ - grösser als c ! Kann das sein?
- Ja, wie beim Zyklotron geht die zusätzliche Energie in die Masse der Protonen, sie werden schwerer, aber nicht schneller. Im LHC (Large Hadron Collider) zwei Protonenstrahlen in Gegenrichtung erzeugt und zur Kollision gebracht. Dadurch steht im Kollisionspunkt die doppelte Energie eines Strahls (14 TeV pro Protonenpaar) zur Verfügung.

Direkte Experimente

- Die SRT wird täglich erprobt, z.B. jedes mal, wenn wir mit dem GPS eine Position feststellen oder jedes mal, wenn am CERN zwei Protonen aufeinanderprallen.
- Es gibt auch direkte Experimente, wie die Messungen von Hafele und Keating⁸ von 1972 mit ost- und westwärts fliegenden Uhren, eine Wiederholung durch National Physics Laboratory von 1996 und das Maryland Experiment⁹ von 1975 (auf Moodle).
- Diese Messungen stimmen sehr gut mit den Vorhersagen überein. Sie enthalten aber neben den Effekten der SRT auch Effekte der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART). Nach der ART hängt der Gang einer Uhr auch vom Gravitationspotenzial ab (Tal oder Bergspitze).
- Eine detaillierte Behandlung im Rahmen dieses Kurses führt deshalb zu weit.

2.8 Hätte es Newton besser wissen können?

Neue Mechanik im alten absoluten Raum

- Newtons Mechanik findet in einem absoluten Raum statt, in dem alle Uhren immer die gleiche Zeit anzeigen. Das entspricht unserem naiven Verständnis der Mechanik.

⁸ J. Hafele, Keating, R.: Around the world atomic clocks, Science, 177, Nr. 4044, 14. Juli 1972

⁹ Proceedings of the 33rd Annual Symposium on Frequency Control 1979, DOI 10.1109/FREQ.1979.200296

- Die Regeln der Mechanik gehen über unser naives Verständnis hinaus. Vor allem die Reibung als zusätzliche äussere Kraft und nicht als inhärente Eigenschaft von Bewegung erfordert ein hohes Mass an Abstraktion. Hier hatten sich Newton und seine Zeitgenossen von der Physik des Aristoteles gelöst. Die absolute Zeit behielten sie bei.

Breitet sich das Licht mit endlicher oder unendlicher Geschwindigkeit aus?

- Es war zu jener Zeit (~1650) umstritten, ob das Licht sich mit unendlicher oder endlicher Geschwindigkeit ausbreitet.
- Um 1670 stellte man Unregelmässigkeiten beim Umlauf des Jupitermondes Io fest, der den Jupiter in 1.77 Tagen umkreist. Die Umlaufzeit schien kürzer, wenn sich die Erde auf ihrem Umlauf um die Sonne dem Jupiter näherte. Und sie schien länger, wenn die Erde sich von Jupiter entfernte. Der Unterschied beträgt eine Viertelstunde auf 103 Tage.
- *Olaf Römer* interpretierte diese Verschiebung als endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts. Aus Römers Beobachtungen berechnete Christian Huygens 1678 einen Wert von 212'000 km/s (2/3 des heutigen Wertes von 300'000 km/s). Dieser Wert war Newton bekannt.
- Licht breitet sich mit endlicher Geschwindigkeit aus.

Aufgabe 10: Laufzeitunterschied abschätzen

Schätzen Sie mit Ihrem heutigen Wissen den maximalen Laufzeitunterschied ab, den Römer beobachtet hat. Hinweis: Das Licht der Sonne braucht 8 Minuten bis zur Erde.

Genauer Wert um 1725

- Im Jahr 1725 berechnete *James Bradley* die Lichtgeschwindigkeit aus der Aberration des Lichts
- Aberration kennen wir vom Regen: Gehen wir durch senkrecht fallenden Regen, scheint die Tropfen von schräg vorne zu kommen. Der Winkel hängt von der Fallgeschwindigkeit der Regentropfen und unserer Geschwindigkeit ab.
- Bei der Beobachtung von Sternen, die senkrecht zur Umlaufebene der Erde um die Sonne stehen, fällt das Licht ebenfalls schräg ein. Der Tangens des Winkels ist das Verhältnis der unbekanntes Lichtgeschwindigkeit zur bekannten Umlaufgeschwindigkeit um die Sonne.
- Die Messung der Lichtgeschwindigkeit wird auf eine Winkelmessung zurückgeführt. Bradleys Wert von 301'000 km/s stimmt auf 1 % genau mit dem heutigen Wert überein.
- Der Effekt ist klein: $\alpha = \text{atan}(v_E/c) = \text{atan}(30 \text{ km/s} / 300'000 \text{ km/s}) = 0.0057^\circ = 21 \text{ Bogensekunden}$. Mit einem halben Jahr Unterschied misst man 42 Bogensekunden Differenz.

Lange keine Auswirkung auf Raum und Zeit

- Newton wusste um die endliche Lichtgeschwindigkeit und seit 1725 war ein sehr genauer Wert bekannt. Die Mathematik der SRT geht nicht über das Wurzelziehen hinaus. Es wäre technisch möglich gewesen, die SRT um 1700 zu entwickeln.
- Es scheint für nach 1905 Geborene ein kleiner Schritt, sich die Frage nach der Zeitmessung zu stellen. Wenn schon Licht sich nicht unendlich schnell ausbreitet, wird es auch sonst niemandem gelingen.
- Für Newton bewegten wir uns in einem äusseren, unveränderlichen Raum wie auf einer Theaterbühne. Dieses Gerüst durfte nicht angegriffen werden.
- Erst Einstein hat die Universalität der Lichtgeschwindigkeit erkannt (postuliert) und die «dumme Frage» gestellt, wie man denn Uhren synchronisiere.
- Einsteins Motivation war nicht Problemlösung, sondern Ästhetik. Die Maxwellgleichung, die die Ausbreitung von Licht beschreiben, sollten gleich transformiert werden können wie die klassische Mechanik. Er ging dann notgedrungen den anderen Weg: Die klassische Mechanik muss gleich transformiert werden (Lorentztransformation) wie die Maxwell-Gleichungen.

Aufgabe 11: Die SRT etwas bereinigen

Das Parlament kann in einem Gesetz Artikel umformulieren. In der SRT ist die Längenkontraktion noch verkraftbar und die Lebensdauer des Myons kann ja etwas länger dauern. Aber dass ein Lebewesen langsamer altern soll, ist Unsinn! Können wir diese «Bestimmung» streichen? Wieviel Freiheit haben wir in der Physik?

Atomphysik

1 Kann man Atome sehen?

Wenn ich einen Kuchen halbiere, wie oft kann ich das machen¹⁰, und was bleibt übrig? In diesem Abschnitt schauen wir uns historische Meinungen zu diesem Thema an, betrachten die ersten experimentellen Befunde und blicken auf die Welt jenseits der Atome, die wir gegen Ende der Vorlesung genauer anschauen werden.

1.1 Einleitung

Die atomare Struktur der Materie liess sich lange nur vermuten und indirekt nachweisen. Obwohl Atome klein sind ($\sim 10^{-10}$ m), lassen sie sich aber schon in einem einfachen Hörsaalversuch nachweisen. Um ihren Aufbau zu verstehen, braucht es die Quantenmechanik.

1.2 Historische Ansichten

Alte Griechen und Atomismus

- Die Idee eines Urstoffes war schon immer präsent – und wir suchen immer noch danach.
- Kandidaten waren Wasser, Luft (auch für die Seele), Feuer.
- Bei Anaximander (um -560) gab es die Idee von Urteilchen, die sich verschieden zusammensetzen können. Der ganze Raum ist davon erfüllt, es gibt keine Leere («Horror Vacui»).
- Demokrit (um -430) hatte dagegen die Vorstellung eines leeren Raumes, in dem sich kleinste Teilchen frei bewegen können, die unteilbaren «Atome». Sie setzen sich zu den verschiedenen Erscheinungsformen der Materie zusammen: «Der gebräuchlichen Rede-weise nach gibt es Farbe, Süsses, Bitteres, in Wahrheit nur Atome und Leere».
- Epikur (um -300) verfeinerte diese Lehre und führte auch zusammengesetzte Atome ein, etwas wie Moleküle.
- Der Atomismus geriet durch die Lehre der Vier Elemente in Vergessenheit.

Die Vier Elemente

- Empedokles (um -430) baute die Welt aus den vier Stoffen Erde, Wasser, Feuer, Luft auf.
- Diese Idee wurde auch von Aristoteles aufgenommen und verfeinert. Er verknüpfte die Elemente mit den Eigenschaften warm, kalt, trocken, feucht.

¹⁰ Wenn der Kuchen 10 cm Durchmesser hat und ein Atom 10^{-10} m misst, sind rund 30 Schnitte erforderlich. Jeder Schnitt halbiert und 30 Schnitten reduzieren die Grösse um $2^{30} \approx 10^9$.

- Diese Idee hielt sich in Europa bis um 1650, weil sie einfach und anschaulich war. Sie spielte auch in der Alchemie und Astrologie eine Rolle.
- Aus China kennt man eine ähnliche Vorstellung: Metall, Holz, Erde, Wasser und Feuer sind die Grundelemente.

Aus heutiger Sicht

- Diese Ansätze sind rein philosophisch und weltanschaulich. Sie haben mit Naturwissenschaft nichts zu tun. Eine Theorie sollte überprüfbare Aussagen machen können.
- Naturverständnis in Analogien ist weit verbreitet, weil es sich dem mühsamen quantitativen Nachweis entzieht, und weil es scheinbar den Dingen einen Sinn verleiht.

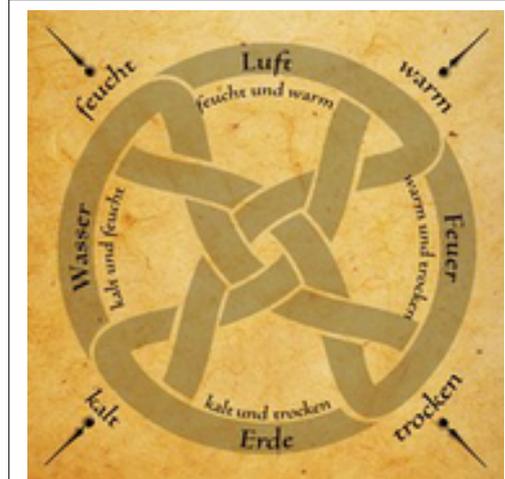


Abb. 21: Die vier Elemente und ihr Zusammenhang mit den Eigenschaften warm, kalt, trocken, feucht (Quelle: Wikipedia)

1.3 Entwicklung der modernen Vorstellung

- Robert Boyle kam 1661 auf die Idee von Demokrit zurück: Es gibt verschiedene Grundkörper (*corpuscles*), nicht die vier Elemente. Er begründete die Chemie (die Wissenschaft von der Verbindung der Atome) und unterschied sie von der esoterischen Alchemie.

The Sceptical Chymist deals with the experimental evidence, and the reasoning based thereon, adduced by the »hermetick philosophers" – that is, the followers of the Aristotelian doctrine – to prove that all «mixt bodies" are compounded of four elements earth, air, fire, and water; and with the experiments and reasoning whereto the vulgar spagyrist of more than two centuries ago that is, those who analyse and synthesise material things appealed for proof of their assertion that the principles of things are three in number, and are salt, sulphur, and mercury. (Introduction to «The sceptical Chymist» by M.M. Pattison Muir)

- Um 1800 entdeckte John Dalton die festen Proportionen in chemischen Reaktionen (2 H+1 O ergeben Wasser). Er schloss auf gleichartige Atome jedes Elements.
- Avogadro begründete die Idee, dass Gase bei gleichen Bedingungen gleichviele Teilchen enthalten und Loschmidt zählte sie 1866. Die Loschmidtzahl ist die Anzahl Moleküle pro Volumen ($N_L = 2.69 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$), die Avogadrozahl gibt die Zahl der Moleküle in einem Mol ($N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$) an.
- Um 1895 wurden auch einatomige Gase identifiziert.

- Atome waren aber vorerst eine Hypothese. Erst Einsteins – und unabhängig davon Marian von Smoluchowskis – Arbeiten von 1905 über die Brownsche Bewegung (die schon 1827 entdeckt wurde) verhalf der Idee der Atome zum Durchbruch.

1.4 Einfache experimentelle Nachweise

Die körnige Struktur der Materie kann mit einfachen Experimenten nachgewiesen werden.

Brownsche Bewegung

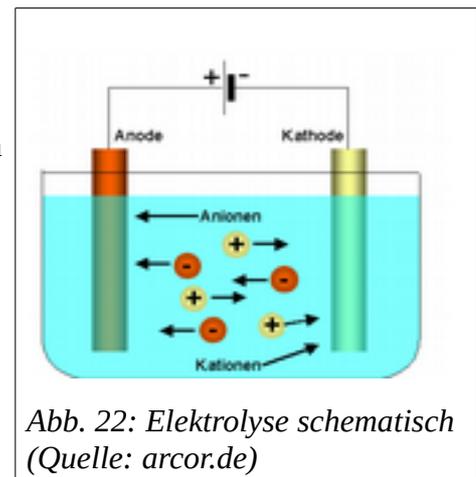
- Atomare Stöße lassen makroskopische Teilchen zittern.
- Botaniker Robert Brown beobachtet 1827 Pollen im Mikroskop, sie bewegen sich ungerichtet und ziellos. Leben sie?
- Andere Pollen, getrocknete Pollen, Steinstaub: Immer das gleiche Phänomen.
- Erklärt von Einstein 1905 (einer seiner vier Artikel im «annus mirabilis»): «Wenn sich [...] die Bewegung [...] wirklich beobachten lässt, so ist die klassische Thermodynamik schon für mikroskopisch unterscheidbare Räume nicht mehr als genau gültig anzusehen. Erwies sich umgekehrt die Voraussage dieser Bewegung als unzutreffend, so wäre damit ein schwerwiegendes Argument gegen die molekularkinetische Auffassung der Wärme gegeben.»

Massenverhältnisse in chemischen Verbindungen

- Joseph-Louis Proust (1797), von John Dalton erweitert
- Chemische Reaktionen erhalten die Masse.
- In chemischen Verbindungen kommen die einzelnen Elemente immer im gleichen Massenverhältnis vor. Gleiche Elemente können verschiedene Verbindungen bilden (C,H,O bilden Alkohol oder Benzin).

Faradaysche Gesetze (um 1850)

- Ablagerung von Stoffen durch Elektrolyse.
- An der *Anode* (Plus-Pol der Batterie) gibt Metall ein Elektron ab, ein negatives Metall-Ion geht in Lösung und wandert zur *Kathode* (Minus-Pol der Batterie). Dort nimmt das Metall-Ion wieder ein Elektron auf und lagert sich an der Kathode ab.
- Die abgelagerte Stoffmenge ist proportional der transportierten Ladung (Strom x Zeit):

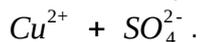


$$m = \frac{M_A}{N_A} \frac{I t}{z e} \quad (36)$$

- m: abgelagerte Masse (kg), M_A : molare Masse (kg/mol), N_A : Avogadro-Zahl (Teilchen pro Mol), I: Strom (Ampere), t: Zeit (Sekunden), z: Ladung des Ions (Zahl 1,2,3..), e: Elementarladung ($1.602 \cdot 10^{-19}$ C).
- Faraday misst: Eine Ladung von 96'485 As (Ampere-Sekunden = Coulomb) führt zu einer Ablagerung von 1 Mol (soviel Gramm wie das Atomgewicht des Stoffes) oder $6.022 \cdot 10^{23}$ Teilchen.
- Daraus ergibt sich die Elementarladung als $e = 96'485 \text{ (As)} / 6.022 \cdot 10^{23} = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ (As)}$.

Aufgabe 12: Verkupfern

Sie wollen eine Alu-Kugel von 10 cm Durchmesser 1 μm dick verkupfern und hängen die Kugel in eine Lösung mit Kupfersulfat (CuSO_4). Die Kugel ist mit der Kathode (Minuspol) verbunden, an der Anode (Pluspol) hängt ein Kupferstab. Das Kupfersulfat wird aufgespalten in



Sie stellen den Strom auf 1 mA ein. Wie lange müssen Sie warten, bis die Kugel mit 1 μm Kupfer bedeckt ist?

Ölfleckenversuch – Avogadrozahl

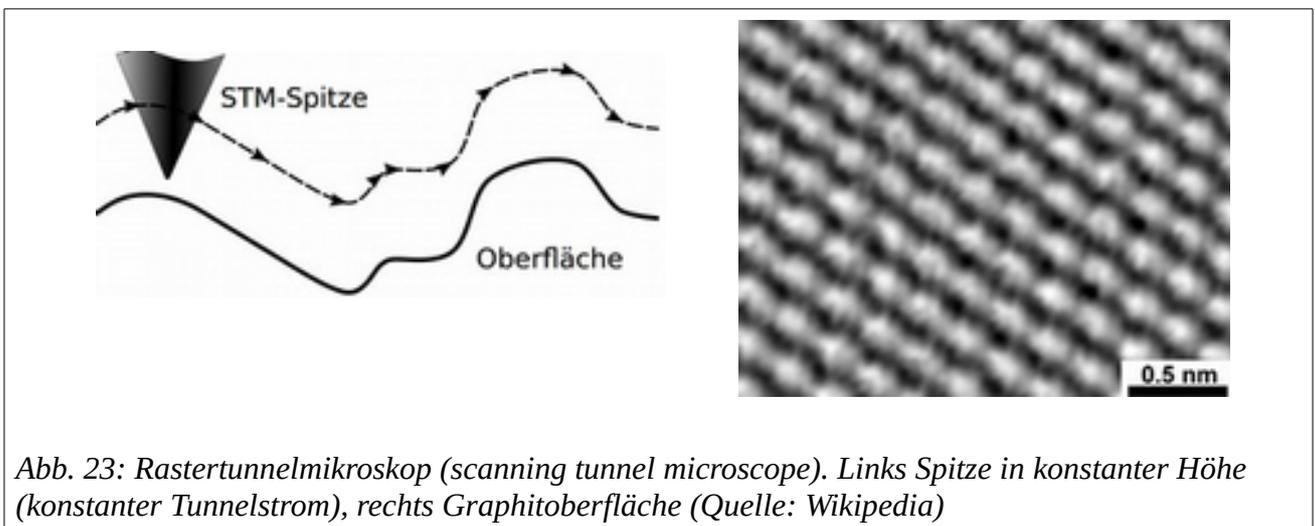
- Eine monomolekulare Ölschicht bekannter Masse dehnt sich auf Wasser aus mit Radius r. Aus r lässt sich die Zahl der Moleküle abschätzen.
- 0.025 g Ölsäure $\text{C}_{16}\text{H}_{34}\text{O}_2$ und 20 g Hexan C_6H_{14} werden im Verhältnis 1:800 gemischt. Ein Tropfen mit $V_T = 1.4 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$ enthält $V_{\text{Oel}} \approx V_T \frac{m_{\text{Oel}}/\rho_{\text{Oel}}}{m_{\text{Hexan}}/\rho_{\text{Hexan}}} = 1.1 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3$ Öl.
- Ein Molekül ist ein Würfel mit Seitenlänge $a = V_{\text{Oel}}/(r^2 \pi)$. Im Ölfleck hat es deshalb $N = V_{\text{Oel}}/a^3 = (r^2 \pi)^3 / V_{\text{Oel}}^2$ Moleküle. Wir wollen die Anzahl Moleküle pro Mol abschätzen. Ein Mol des Öls hat das Volumen $V_{\text{Mol}} = M_{\text{Mol}}/\rho_{\text{Oel}}$, mit der Molmasse $M_{\text{Mol}} = 12 \cdot 16 + 1 \cdot 34 + 16 \cdot 2 = 258$ Gramm. In einem Mol sind damit N Moleküle.

$$N_{\text{Avogadro}} = N \frac{V_{\text{Mol}}}{V_{\text{Oel}}} = \left(\frac{r^2 \pi}{V_{\text{Oel}}^2} \right) \left(\frac{M_{\text{Mol}}}{\rho_{\text{Oel}}} \right) \frac{1}{V_{\text{Oel}}} = \frac{(r^2 \pi)^3}{V_{\text{Oel}}^3} \frac{M_{\text{Mol}}}{\rho_{\text{Oel}}} \quad (37)$$

- Eingesetzt erhält man $6.7 \cdot 10^{23}$ Teilchen pro Mol, etwa auf 10 % genau.
- Die Abschätzung ist sehr einfach, ihre Grössenordnung ist richtig. Das ist ein typisches Vorgehen in der Physik.

Rastertunnelmikroskop

- Die Methode ist weder historisch noch technisch einfach. Aber sie erlaubt es, Atome abzubilden. Sie wurde 1981 von Gerd Binnig und Heinrich Rohrer am IBM-Labor in Rüslikon entwickelt.
- Man war lange der Meinung, es sei nicht möglich, Gegenstände kleiner als die Wellenlänge des Lichts abzubilden. Das ist korrekt, Rohrer und Binnig wählten aber einen radikal anderen Weg.
- Eine Spitze wird zeilenweise über eine Oberfläche geführt. Der Tunnelstrom (Abschnitt 1.5, p. 100) und damit die Höhe über den Atomen wird konstant gehalten. Daraus erhält man ein zweidimensionales Höhenprofil.



Aufgabe 13: Körnigkeit der Materie

Beschreiben Sie, wie man mit einer Vakuumpumpe einen Behälter leer pumpt. Nehmen Sie eine einfache Kolbenpumpe mit perfekten Ventilen an. Schliessen Sie die Pumpe einmal über einen kurzen dicken und einmal über einen langen dünnen Schlauch an.

1.5 Wissen um 1900

- Das Experiment (nicht das Nachdenken über die Natur) zeigt Hinweise auf eine körnige (diskrete, abzählbare) Struktur der Materie.
- Spektrallinien (nächstes Kapitel) weisen darauf hin, dass auch Vorgänge innerhalb der Materie diskret sind.
- Aufbau und Wechselwirkung der Körnchen sind komplett unverstanden.

2 Aufbau der Atome und Natur des Lichts

Auch wenn kleinste Teile existieren, weiss man noch nicht, wie sie aufgebaut sind. Es zeigt sich, dass die von der Natur realisierte Lösung fantastischer ist, als was man sich je ausdenken könnte.

2.1 Einleitung

Der Abschnitt 1 «Kann man Atome sehen?» gab Hinweise, dass die Materie aus kleinen Elementen zusammengesetzt ist, die sich unter gewissen Gesetzmässigkeiten verbinden können. Ihr innerer Aufbau blieb lange im Dunkeln. In diesem Abschnitt sammeln wir Hinweise auf die Struktur der Atome.

2.2 Spektrallinien

- Schliesst man ein Gas in einen Glaskolben ein und legt eine hohe Spannung an das Gas, beginnt es zu leuchten (Abb. 24). Elektronen werden im elektrischen Feld beschleunigt, stossen mit den Gasatomen zusammen und regen sie an (so formulieren wir das heute).

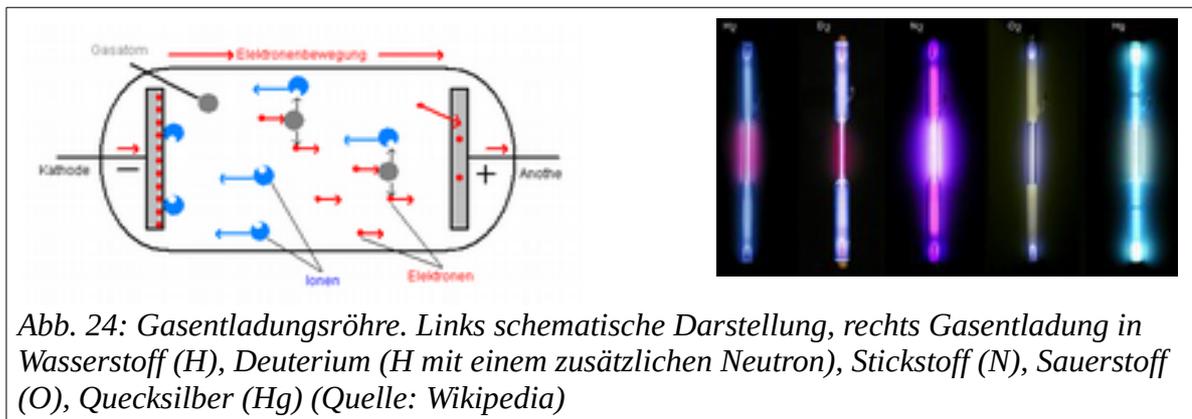


Abb. 24: Gasentladungsröhre. Links schematische Darstellung, rechts Gasentladung in Wasserstoff (H), Deuterium (H mit einem zusätzlichen Neutron), Stickstoff (N), Sauerstoff (O), Quecksilber (Hg) (Quelle: Wikipedia)

- Betrachtet man dieses Licht durch ein Prisma oder ein sehr feines Gitter, wird das Licht in seine Bestandteile zerlegt. Im Gegensatz zum Regenbogen sieht man aber nur einzelne Farben, die durch viel schwarz getrennt sind (Abb. 25).
- Die Linien sind für ein bestimmtes Gas immer am gleichen Ort, man kann ihnen Wellenlängen zuordnen. Für Wasserstoff im sichtbaren Bereich des Spektrums zum Beispiel 656.3 nm (rot), 486.1 (türkis), 434.0 nm (blau), 410.2 nm (violett). Was ist das Gesetz dahinter?

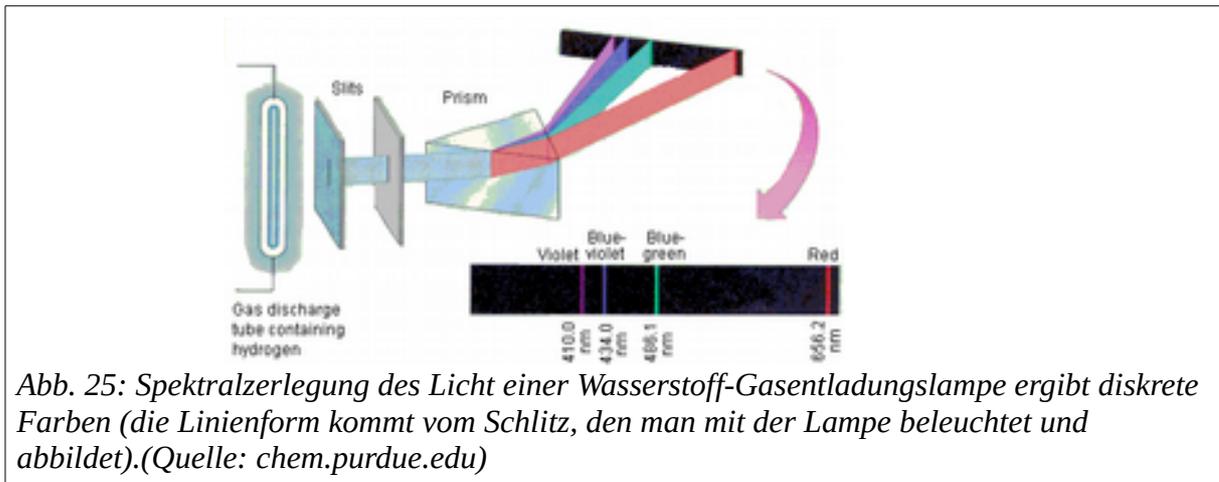


Abb. 25: Spektralzerlegung des Licht einer Wasserstoff-Gasentladungslampe ergibt diskrete Farben (die Linienform kommt vom Schlitz, den man mit der Lampe beleuchtet und abbildet).(Quelle: chem.purdue.edu)

2.3 Balmer-Formel (1885)

Entdeckung der Balmer-Serie

- Der Basler Mathematiker Johann Jakob Balmer beschäftigte sich neben seiner Tätigkeit als Lehrer und Politiker auch mit Numerologie. Das ist eine esoterische Lehre, die aus Zahlen Vorhersagen macht oder Texte umdeutet, indem sie Buchstaben Zahlen zuordnet. Zahlensymbolik kennen wir aus Märchen (die 7 Zwerge) oder dem alltäglichen Aberglauben (Freitag, der 13.).
- Seine Weltsicht zeigt sich in einem Vortrag von 1866:

Kopernikus' unsterbliches Verdienst bleibt es, die einfache Wahrheit geoffenbart zu haben, dass die Sonne der Mittelpunkt ist, auf welchen die Bewegungen aller Himmelskörper unseres Planetensystems sich beziehen. Diesen Sieg hat er errungen nicht etwa durch die Vortrefflichkeit des wissenschaftlichen Aufbaues seines Systems, sondern allein durch die Macht seines Glaubens an die erhabene, majestätische Harmonie und Einfachheit, welche Gott allen seinen Werken als Siegel aufgeprägt hat. Wie ist es auch anders möglich, als dass die Wahrheit, die doch nur eine sein kann, auch einfach sei.»¹¹

- Die Arbeit über Spektrallinien veröffentlichte er in den «Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft Basel» 1885.
- Für die vier Wellenlängen 656,3, 486,1, 434,0, 410,2 nm fand er die Formel

¹¹ Zitiert nach Heinz Balmer, Elemente der Mathematik, Band 16 (1961), 49-60, online verfügbar auf (Balmer 2016)

$$\lambda = B \frac{m^2}{m^2 - 2^2} \quad (38)$$

- Die Konstante B hat den Wert $B=364.56 \text{ nm}$. Sie wird hier empirische aus den Daten gewonnen.
- Für $m=7$ sagte Balmer eine Linie bei 398 nm im Ultravioletten voraus, die gefunden wurde.
- Die Balmer-Formel (38) können wir statt der Wellenlänge λ auch die Frequenz f einsetzen mit der Beziehung $c = \lambda f$:

$$\lambda = \frac{c}{f} = B \frac{m^2}{m^2 - 2^2} \Rightarrow f = \frac{c}{B} \frac{m^2 - 2^2}{m^2} = \frac{c}{B} \left(1 - \frac{2^2}{m^2} \right) = \frac{4c}{B} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (39)$$

- Der Faktor $4c / B$ im letzten Ausdruck ist die sogenannte Rydberg-Konstante R. Sie wird später aus fundamentalen Konstanten hergeleitet. Ihr numerischer Wert als Frequenz ist $R=3.289 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$, als Energie (mit h multipliziert) $R=2.18 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 13.6 \text{ eV}$

Aufgabe 14: Übergangsenergien in verschiedenen Einheiten

Berechnen Sie mit der Balmer-Formel (38) die Übergangsenergie für verschiedene Werte von m . Drücken Sie dabei die Energie als Wellenlänge, Frequenz, Energie in eV und als Farbe aus.

Für eine elektromagnetische Welle gilt $c = \lambda \nu$ mit der Lichtgeschwindigkeit c , der Wellenlänge λ (m) und der Frequenz ν (Hz, 1/s). Die Energie eines Photons ist $E = h \nu$ (Konstanten im Anhang).

In der Atom- und Kernphysik gibt man Energien statt in Joule in Elektronenvolt (eV, keV, MeV) an. Es gilt $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Füllen Sie die Tabelle aus und vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den bekannten Wellenlängen der Balmer-Serie. Was bedeutet die Zeile $999 \rightarrow 2$?

Übergang $m \rightarrow 2$	λ (nm)	f (Hz)	Energie (eV)	Farbe
$999 \rightarrow 2$				
$6 \rightarrow 2$				
$5 \rightarrow 2$				
$4 \rightarrow 2$				
$3 \rightarrow 2$				

Heutige Interpretation

- Die beobachteten Wellenlängen (Frequenzen, Energien, Farben) rühren von Zustandsänderungen in der Atomhülle her. Die Elektronen ändern ihre Umlaufbahn um den Kern.
- Übergänge im Atom finden nur zwischen diskreten (im Gegensatz zu kontinuierlichen) Energieniveaus statt.
- Die Quantenmechanik beschreibt die Höhe dieser Niveaus, ebenso die möglichen Übergänge. Im einfachsten Fall des Wasserstoffatoms können wir die Energieniveaus klassisch mit einer Zusatzannahme abschätzen.
- Was Balmer und seine Zeitgenossen beobachtet haben, ist ein kleiner Ausschnitt aus den möglichen Übergängen. Lesen Sie daraus die grösste und kleinste Energie (kürzeste und längste Wellenlänge heraus).

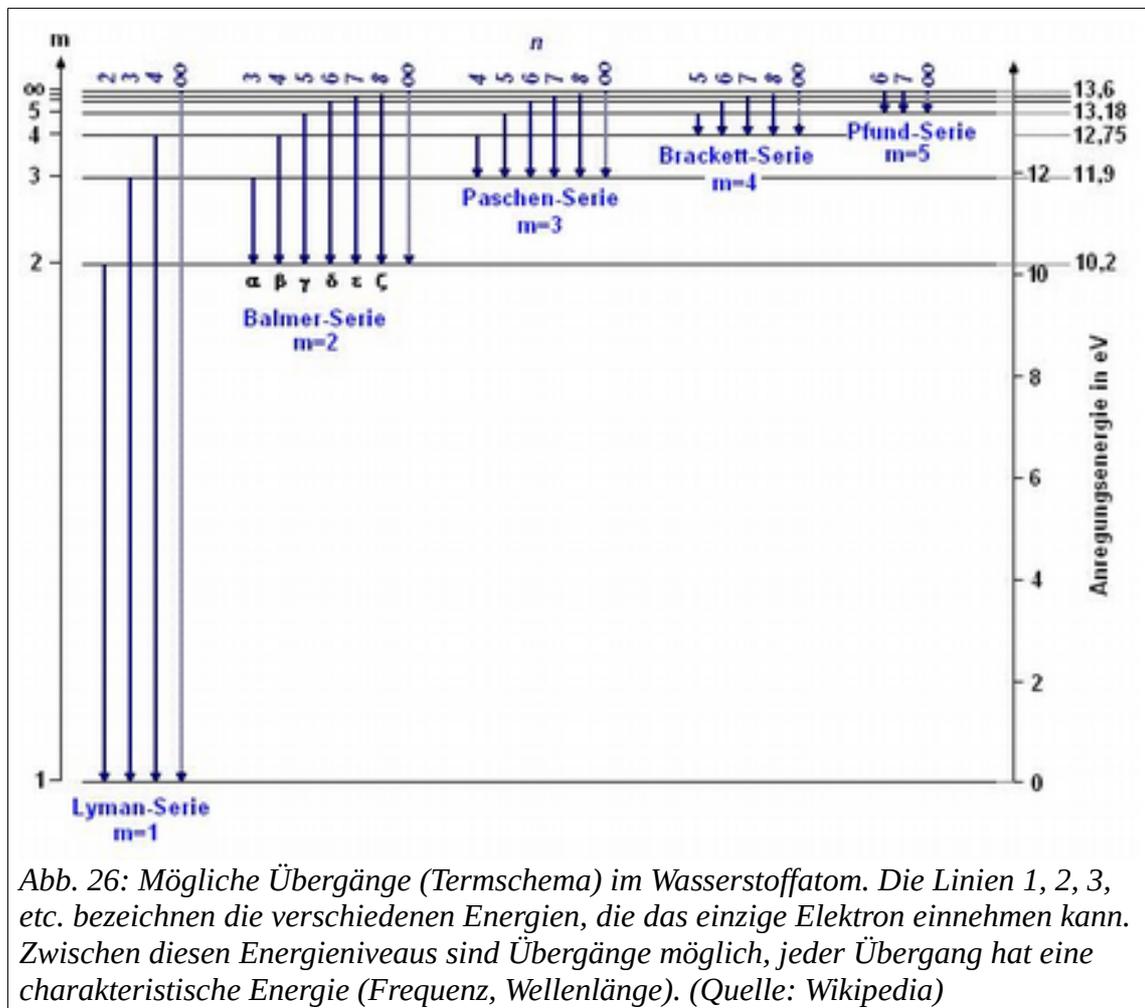


Abb. 26: Mögliche Übergänge (Termschema) im Wasserstoffatom. Die Linien 1, 2, 3, etc. bezeichnen die verschiedenen Energien, die das einzige Elektron einnehmen kann. Zwischen diesen Energieniveaus sind Übergänge möglich, jeder Übergang hat eine charakteristische Energie (Frequenz, Wellenlänge). (Quelle: Wikipedia)

- Der Zustand eines Elektrons ist gekennzeichnet durch seine Hauptquantenzahl n , seinen Bahndrehimpuls L und dessen Richtung und seinen Eigendrehimpuls (Spin). Keine zwei Elektronen dürfen sich im gleichen Zustand befinden (*Pauli-Prinzip*).
- Balmer liefert eine Formel, die Wellenlängen zu berechnen. Seine Theorie ist aber sehr begrenzt und enthält keine allgemeinen Ideen.

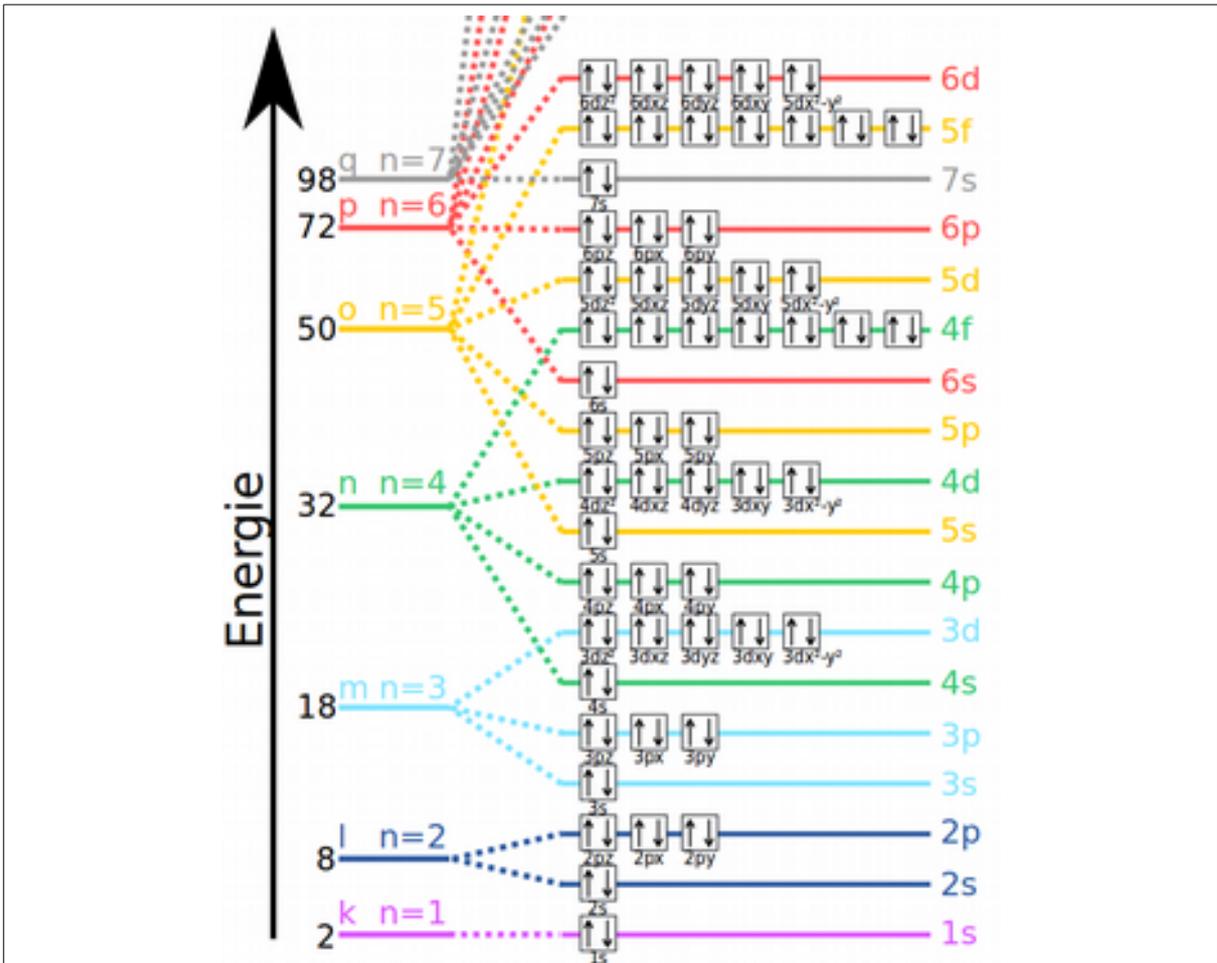


Abb. 27: Allgemeines Termschema. Die Elektronen verteilen sich auf verschiedenen Schalen und haben dort verschiedene Orbitale (s,p,d...). Innerhalb einer Energie und eines Orbitals können sie ihren Drehimpuls (Spin) auf- oder abwärtsrichten. Übergänge sind zwischen den ausgezogenen Linien möglich, wenn gewisse Bedingungen erfüllt sind. (Quelle: Wikipedia)

2.4 Plancksches Strahlungsgesetz (1900)

- Ein schwarzer Körper absorbiert alle einfallende Energie und strahlt sie wieder ab. Ein russiges Ofenrohr ist ein gutes Beispiel.
- Um 1890 berechnete der englische Physiker Rayleigh das Spektrum der abgestrahlten Energie. Bei langen Wellenlängen (Infrarot) stimmte die Rechnung gut mit dem Experiment überein. Bei kurzen Wellenlängen (Ultraviolett) erhielt er aber unendlich hohe Energien, was nicht beobachtet wird.
- Planck umging 1900 das Problem mit einem Rechenrick: Er quantisierte die Energie der einzelnen Wellen. In einem Hohlraum kann Energie nur in bestimmten Werten auftreten. Daraus erhielt er ein korrektes Spektrum. Es war nicht klar, weshalb dieser Rechenrick funktionierte.
- Im Abschnitt 4 (p. 74) werden wir das Plancksche Strahlungsgesetz genauer anschauen.

2.5 Photoeffekt (1905)

- Licht vermag aus einer geladenen Metallplatte Ladungsträger herauszulösen. Der Effekt war seit 1893 bekannt, wurde aber nicht verstanden.
- Die Energie der herausgelösten Elektronen hängt von der Farbe (Wellenlänge) des Lichts ab. Langwelliges Licht (rot) vermag keine Elektronen herauszuschlagen, unabhängig von der Intensität des Lichts.
- Einstein erklärte den Photoeffekt 1905 (er war damals 26), indem er Lichtquanten einführte. Photonen verhalten sich wie Teilchen (harte Kügelchen) und nicht wie Wellen. Die Energie wird in einem Stoss wie zwischen Billardkugeln übertragen.
- Die Energie eines Photons der Frequenz ν oder Wellenlänge λ ist

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (\text{J}) \quad (40)$$

- Je höher die Frequenz (je blauer das Licht), desto höher ist die Energie der Photonen.
- Veröffentlicht in den Annalen der Physik¹²: «Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt».
- Aber es wurde bis zur Entdeckung der Ionisation durch Licht (Comptoneffekt, 1922) bezweifelt, dass das Licht sich auch als Teilchen äussern könnte. Schon Newton hatte das

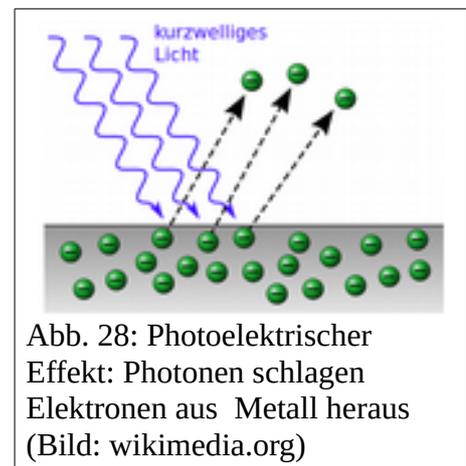


Abb. 28: Photoelektrischer Effekt: Photonen schlagen Elektronen aus Metall heraus (Bild: wikimedia.org)

12 Annalen der Physik, 17(1905)132-148

vorgeschlagen, aber die Interferenzeffekte mit Licht waren nur mit Wellen erklärbar, niemals mit Teilchen.

Aufgabe 15: Minimale Frequenz für den Photoeffekt in Lithium

Ab welcher Wellenlänge vermag Licht Elektronen aus Lithium (Li) zu lösen? Ein Elektron braucht eine kinetische Energie von 2.2 eV, um sich dauerhaft aus dem Metall zu entfernen («Austrittsarbeit»).

2.6 Rutherford-Streuung (1913)

- Man kannte die Grösse der Atome und wusste, dass Materie elektrisch neutral ist.
- Das Elektron war vorhergesagt und nachgewiesen worden (Thomson 1897), aber es war nicht klar, wie es sich in der Materie verteilt. Thomson nahm an, die Elektronen steckten wie Rosinen in einem Teig von Atomen.
- Rutherford beschoss Goldfolie mit Alphateilchen (Heliumkernen) und beobachtete Rückstreuung. Das ist nur möglich, wenn der Stosspartner schwerer ist als das stossende Teilchen (Impuls, 2. Semester).

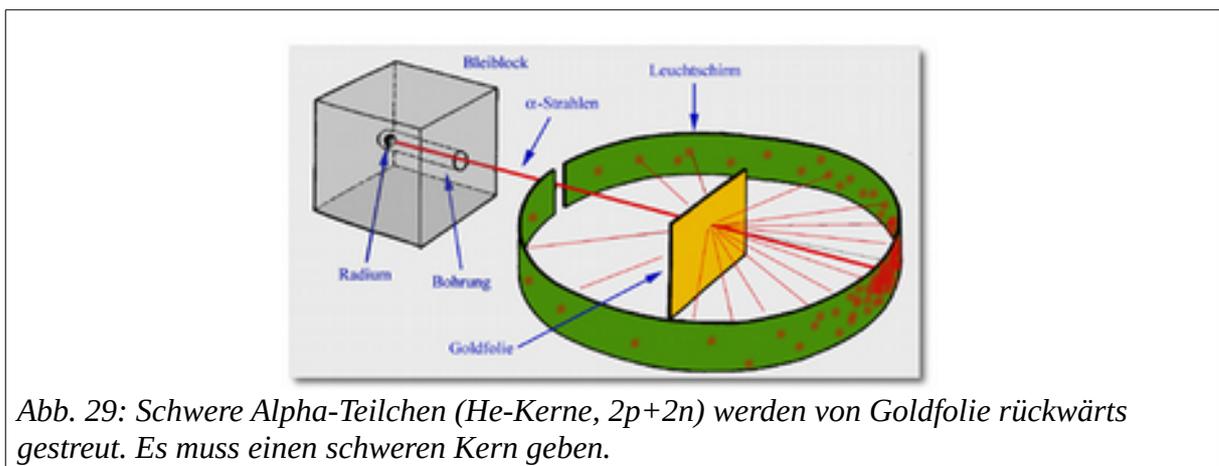


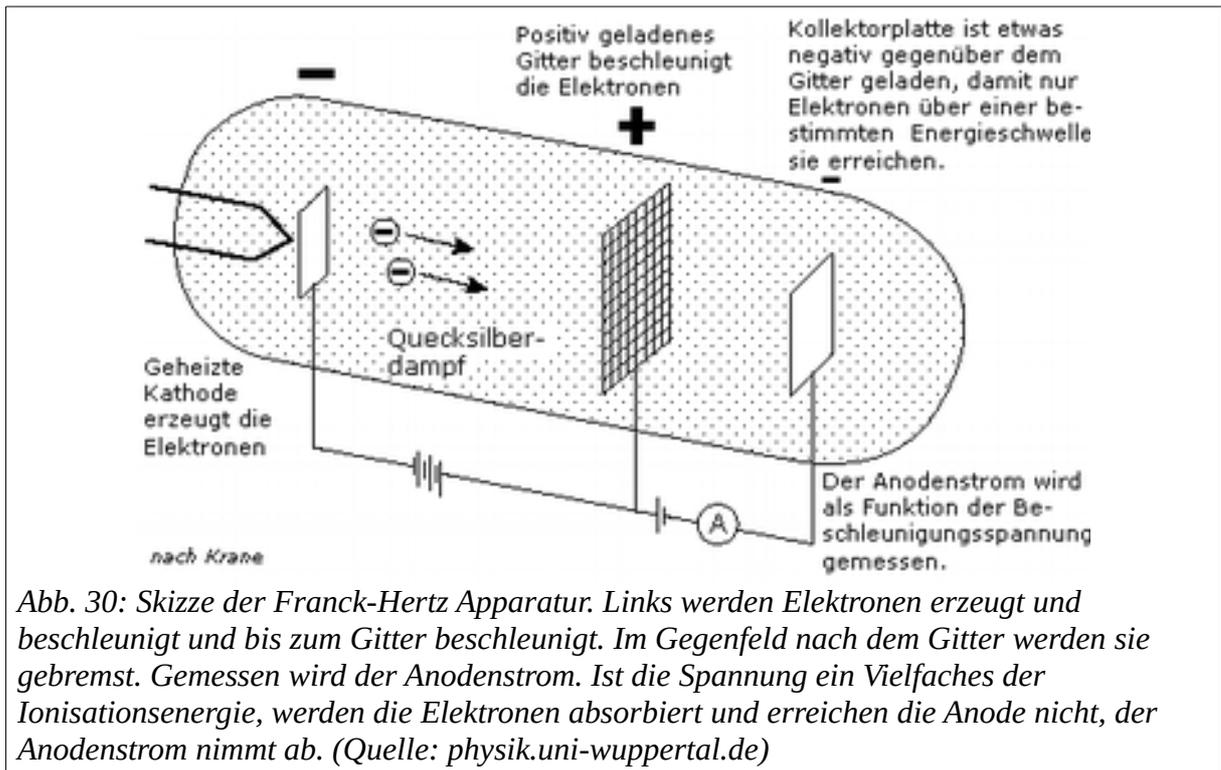
Abb. 29: Schwere Alpha-Teilchen (He-Kerne, $2p+2n$) werden von Goldfolie rückwärts gestreut. Es muss einen schweren Kern geben.

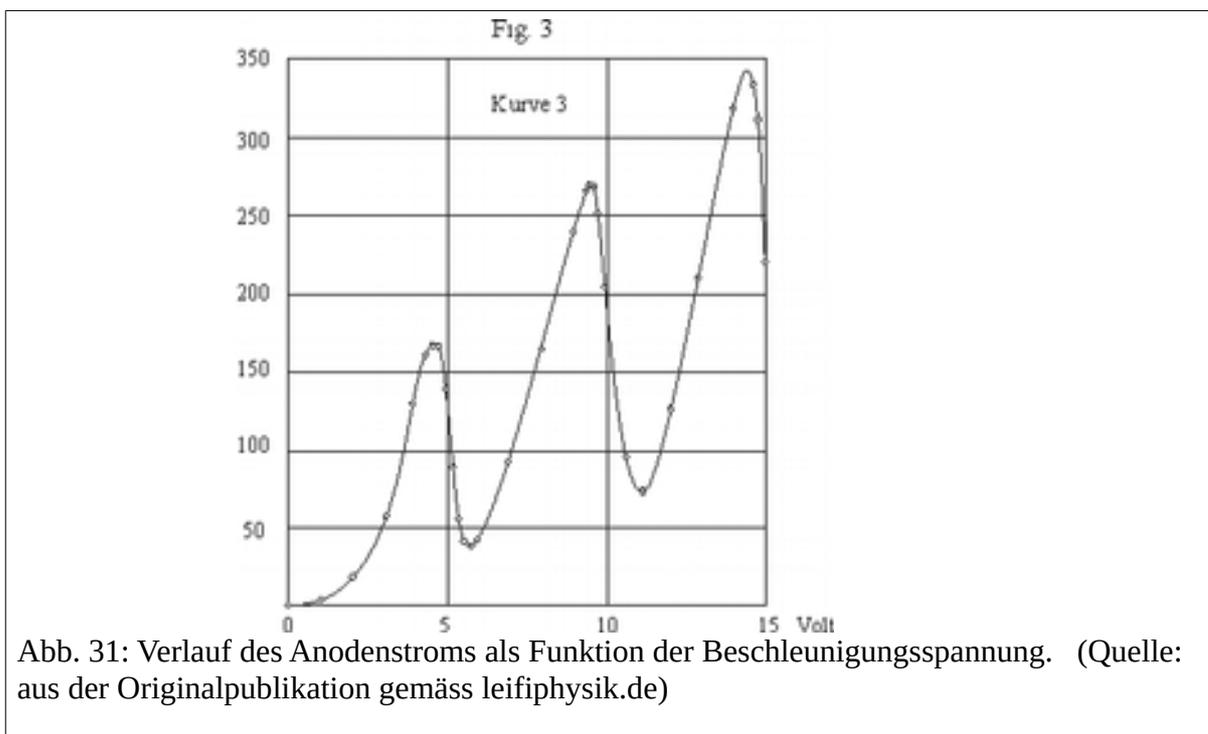
- Es muss also einen schweren Kern geben.

2.7 Franck-Hertz-Versuch (1914)

- Elektronen werden in einem Gas beschleunigt und stossen elastisch mit Gasatomen.
- Wenn ihre Energie genau der Anregungsenergie eines Atoms entspricht, werden sie absorbiert statt gestreut, es fließen weniger Elektronen.
- Versuch zeigt die diskreten Energieniveaus bei Anregung

- Publikation 1914 in den «Verhandlungen der deutschen Physikalischen Gesellschaft»; Deutschland war damals die führende Physik-Nation. Versuch förderte die Entwicklung der Quantenmechanik.
- Beim Versuch tritt die gleiche Energie auf, die man auch bei Spektrallinien beobachtet
- Der angeregte Übergang ist $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ 253.65 nm Wellenlänge (4.88 eV, nicht sichtbar).





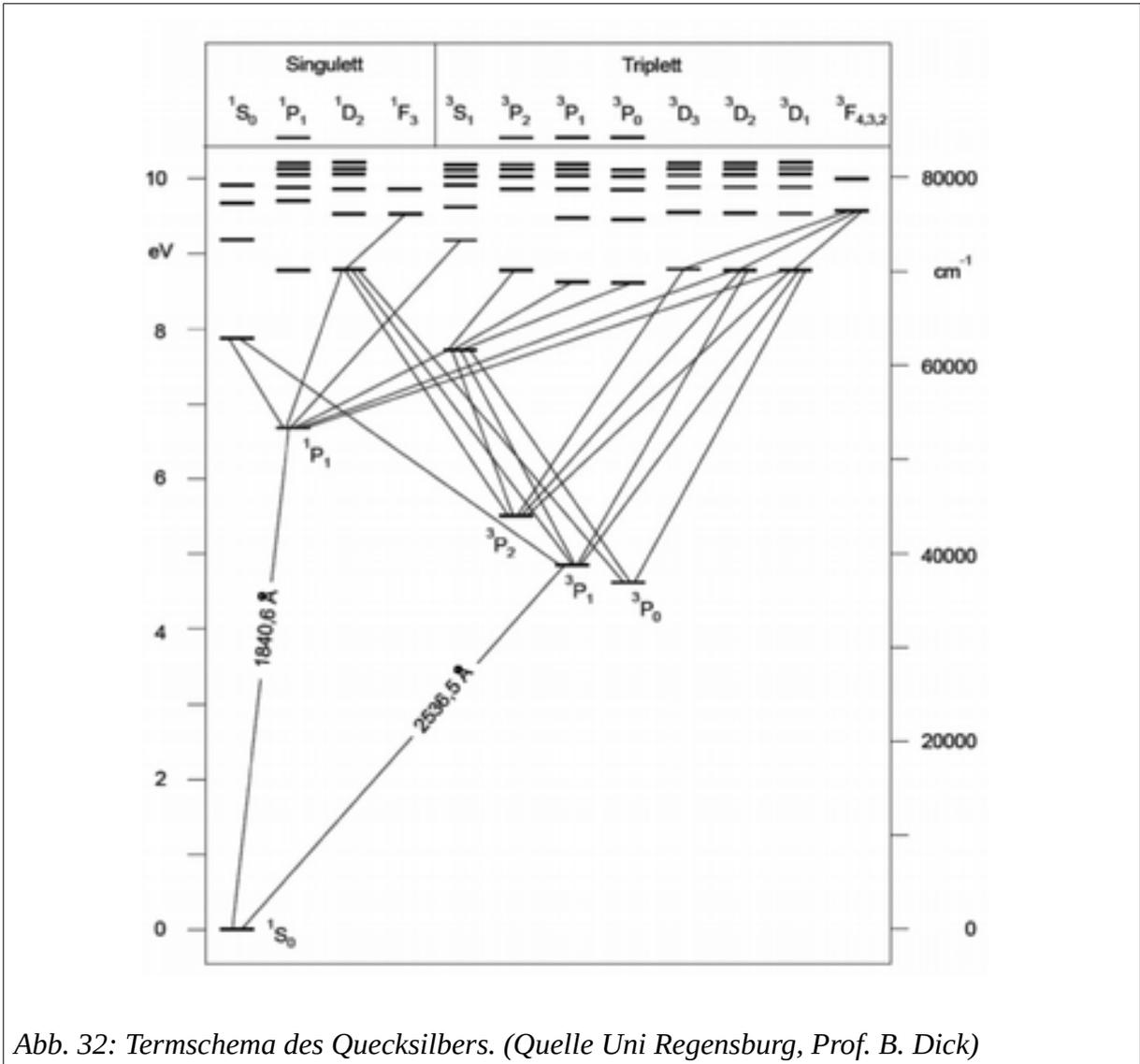


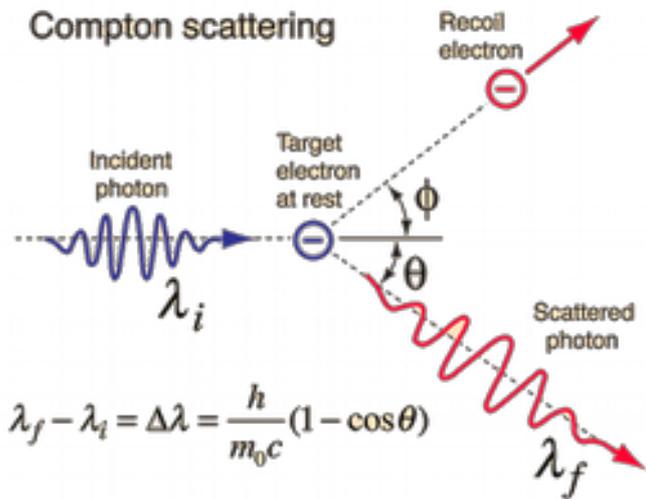
Abb. 32: Termschema des Quecksilbers. (Quelle Uni Regensburg, Prof. B. Dick)

2.8 Compton Effekt (1922)

- Compton streute Röntgenstrahlung an Graphit und stellte fest, dass die Winkelverteilung nicht symmetrisch war und dass das Röntgenlicht nach dem Stoss seine Wellenlänge vergrößerte, also Energie verloren hatte (Physical Review, Vol 21, No 5, May 1923).

Klassischer Elastischer Stoss

Abb. 33: Ein Photon streut an einem ruhenden Elektron. Das lässt sich als klassischer elastischer Stoss mit Energie- und Impulserhaltung zwischen zwei Kugeln rechnen. Energie und Winkel hängen davon ab, ob das Photon zentral oder verschoben auf das Elektron trifft. Beim zentralen Stoss überträgt das Photon den maximal Impuls auf das Elektron (Bild: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu>)



- Der Energieverlust liess sich erklären, wenn das Photon als Teilchen (kleine harte Kugel) mit dem Elektron elastisch zusammensties (ebenfalls eine kleine harte Kugel) und dabei Energie und Impuls erhalten blieben (wie im 2. Semester).
- Aus den Stossgesetzen liess sich der Impuls des masselosen Photons (Gamma-Teilchen, γ) berechnen. Er ergibt sich aus $E_\gamma = m_\gamma c^2 \Rightarrow m_\gamma = E_\gamma / c^2 = h\nu / c^2$ zu:

$$p_\gamma = m_\gamma c = \frac{h\nu}{c} \tag{41}$$

- Dabei wird für das masselose Photon eine Masse aufgrund seiner Energie eingeführt, wie aus der SRT folgt und damit die normale Definition des Impulses verwendet.
- h ist die Planckkonstante, ν die Frequenz und c die Lichtgeschwindigkeit. Je kürzer die Wellenlänge oder je höher die Frequenz, desto grösser der Impuls.
- Energie- und Impulserhaltung erfordern:

$$\begin{aligned} \text{Energie vor Stoss} &= \text{Energie nach Stoss: } h\nu + m_e c^2 = h\nu' + m_e c^2 + E_e \\ \text{Impuls vor Stoss} &= \text{Impuls nach Stoss: } \vec{p}_{\text{gamma}} + 0 = \vec{p}'_{\text{gamma}} + \vec{p}_{\text{Elektron}} \end{aligned} \tag{42}$$

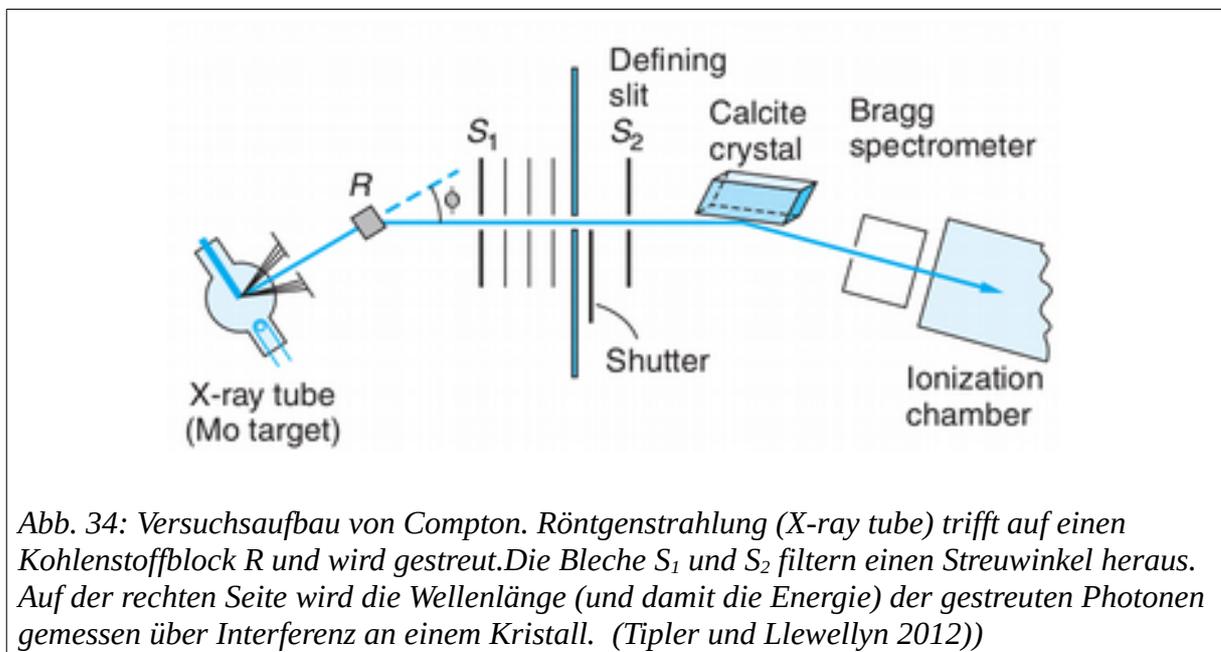
Photon ändert Farbe

- Das Photon ändert nicht nur seine Flugrichtung, es verliert auch Impuls und Energie. Weil es immer mit Lichtgeschwindigkeit c fliegt, verkleinert sich seine Frequenz oder seine Wellenlänge wird höher. Das Photon wird rötler.
- Die relativistisch korrekte Änderung der Wellenlänge ist (ohne Herleitung):

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_{\text{Elektron}} c} (1 - \cos \theta) \quad (43)$$

- Die Wellenlänge ändert sich maximal, wenn das Photon unter 180° zurückgeworfen wird. Dann ist der Kosinus -1 und $\Delta \lambda = 2h/(m_{\text{Elektron}} c) = 4.8 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 4.8 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$. Dieser Wert ist *unabhängig* von der ursprünglichen Energie!
- Für grosse Wellenlängen (z.B. grünes Licht, 550 nm) ist die relative Änderung 10^{-6} , fast nichts.
- Für Röntgenstrahlung von 50 keV beträgt die Wellenlänge nur $24 \cdot 10^{-12} \text{ m}$, die relative Änderung ist hier $4.8/24 = 20 \%$. Das Röntgenphoton fliegt mit 80% seiner Energie zurück.

Experiment



- Compton mass die Energie der gestreuten Photonen, indem er den Winkel durch eine Reihe von Schlitzen definiert und dann mit Beugung an einem Kristall (konstruktive Interferenz) die Wellenlänge bestimmt.

Der Comptoneffekt war der endgültige Beweis, dass das Photon eben doch ein Teilchen ist. Aber was ist dann mit den Interferenzen? Jetzt verstand niemand mehr die Welt der Physik.

2.9 Die Wellen von De Broglie (1924)

- De Broglie stellte in seiner Dissertation die Hypothese auf, dass die Gleichung (41), die Impuls und Wellenlänge von Photonen verknüpft, allgemein gültig sei. Nicht nur Photonen, sondern jedes Teilchen hat eine Wellenlänge (die «De Broglie Wellenlänge»).

After the end of World War I, I gave a great deal of thought to the theory of quanta and to the wave-particle dualism. [...] It was then that I had a sudden inspiration. Einstein's wave-particle dualism was an absolutely general phenomenon extending to all physical nature.¹³

- Weshalb bemerken wir nichts davon? Die Konstante h ist sehr klein. Setzen wir in Gleichung (41) $p=h/\lambda=hv/c$ einen makroskopischen Impuls ein ($v=1$ m/s, $m=1$ kg, $p=1$ kg m/s), ergibt sich eine Wellenlänge von

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1 \text{ kg m/s}} = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ m} \quad (44)$$

- Das ist 10^{15} mal kleiner als ein Proton – das können wir auf keine Art erfahren. Aber nehmen wir eine Elektron, das sich mit $0.1 c$ bewegt. Wir erhalten

$$\lambda = \frac{h}{p} \approx \frac{h}{10^{-30} \text{ kg} \cdot 0.3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 2.4 \cdot 10^{-11} \text{ m} \quad (45)$$

- Damit sind wir schon in der Grössenordnung von Atomen. Für leichte Teilchen scheint die Wellenlänge messbar.
- De Broglie wandte Einsteins Ausdruck für die Energie von Lichtquanten ebenfalls an. Der Ausdruck entspricht Gleichung (34) (p. 42) für Ruhemasse $m_0=0$.

$$E = hv = pc \quad (46)$$

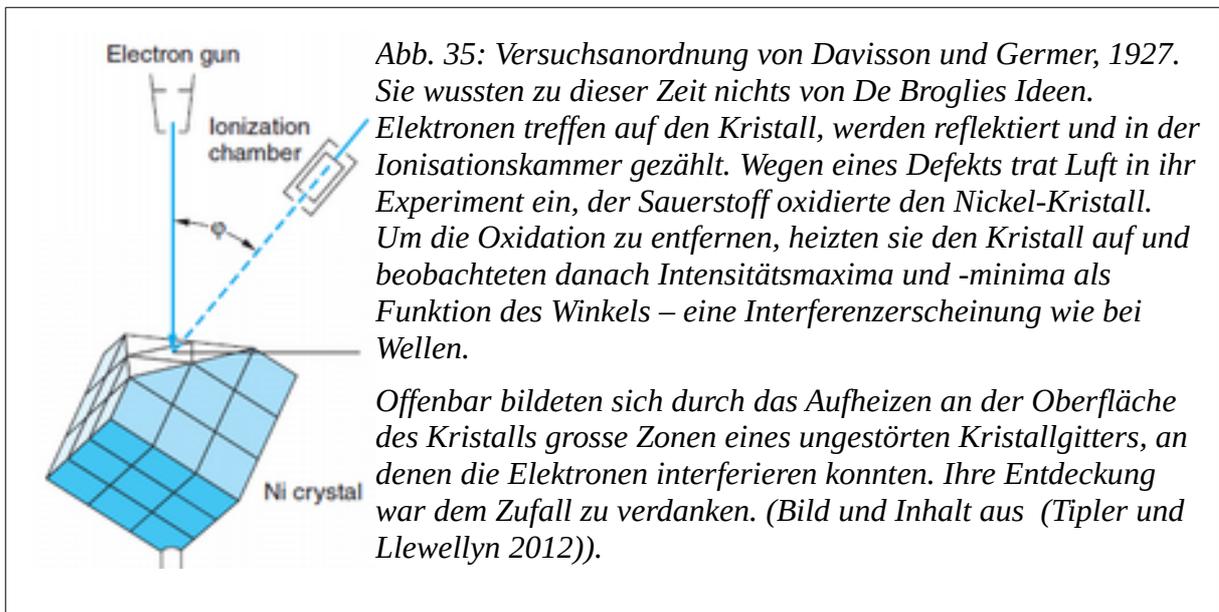
- De Broglies Hypothese war umstritten. Erst die Versuche von Germer und Davisson 1927 brachten Klarheit. Sie beobachteten Interferenzmuster, wenn sie Elektronen auf Nickel-Kristalle schossen (Abb. 35).
- Elektronen, andere massive Teilchen und Photonen verhalten sich wie Wellen mit einer Wellenlänge nach Gleichung (41), wenn man ihnen eine Wellenaufgabe stellt. Sie interferieren zum Beispiel an einem Doppelspalt.
- Stellt man ihnen eine Impulsaufgabe, verhalten sie sich wie harte Kügelchen. Sie vermögen Impuls auf andere Teilchen zu übertragen.

¹³ Nach (Tipler und Llewellyn 2012), dort zitiert aus L. de Broglie, *New Perspectives in Physics*, Basic Books, New York, 1962

Aufgabe 16: De Broglie-Wellenlänge aus Ruhemasse und kinetischer Energie

Ein Elektron (Ruhemasse 511 keV) wird in einem elektrischen Feld auf eine kinetische Energie von 5 keV beschleunigt. Was ist sein Impuls (in keV/c) und seine De Broglie Wellenlänge?

- Welle und Teilchen sind zwei Ausdrücke der gleichen Erscheinung. Man nennt das auch den Welle-Teilchen-Dualismus, die beiden Ausdrücke sind einander komplementär. Man nennt das auch das Bohrsche Komplementaritätsprinzip.



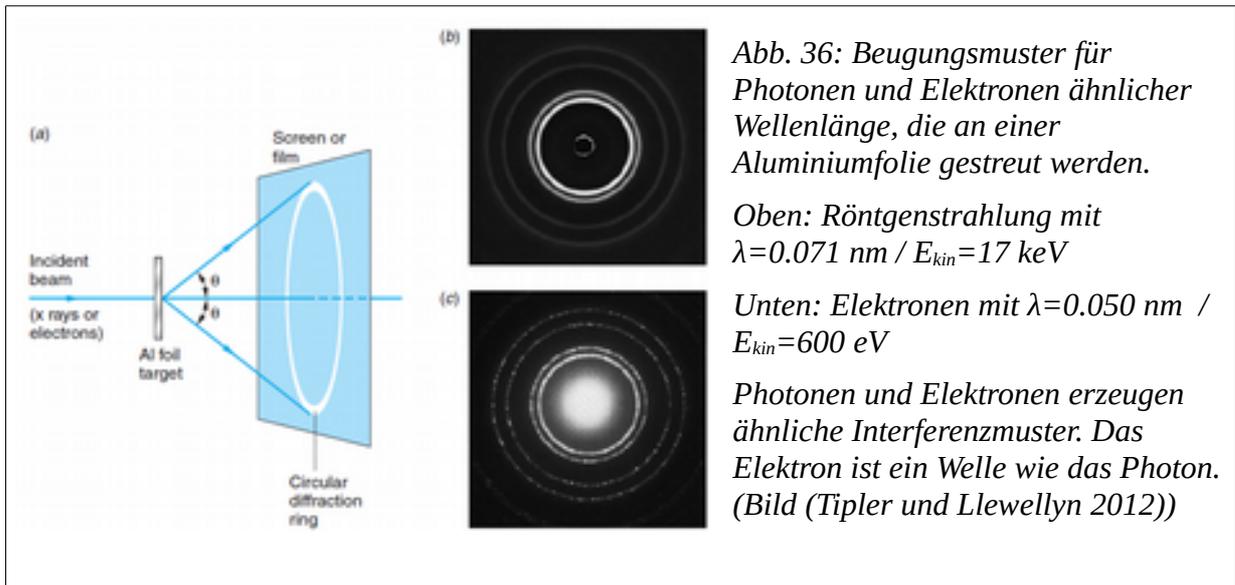


Abb. 36: Beugungsmuster für Photonen und Elektronen ähnlicher Wellenlänge, die an einer Aluminiumfolie gestreut werden.

Oben: Röntgenstrahlung mit $\lambda = 0.071 \text{ nm}$ / $E_{kin} = 17 \text{ keV}$

Unten: Elektronen mit $\lambda = 0.050 \text{ nm}$ / $E_{kin} = 600 \text{ eV}$

Photonen und Elektronen erzeugen ähnliche Interferenzmuster. Das Elektron ist ein Welle wie das Photon. (Bild (Tipler und Llewellyn 2012))

Aufgabe 17: Balmerlinien und Photoeffekt

Die Spektrallinien, deren Wellenlängen Balmer voraussagen konnten und der Photoeffekt sind beides Hinweise auf diskrete (nicht kontinuierliche) Zustände und Vorgänge. Erklären Sie, was genau in beiden Fällen diskret ist.

3 Röntgenstrahlung

In diesem Abschnitt begeben wir uns auf einen Seitenast: Die Erzeugung, Charakteristik und Anwendung von Röntgenstrahlung. Röntgenstrahlung ist in der Medizin und Werkstoffuntersuchung ein wichtiges Hilfsmittel.

3.1 Wozu Röntgenstrahlung?

- Wenn Photonen kurzwelliger und damit energiereicher werden, vermögen sie immer leichter, Materie zu durchdringen.
- Kurzwellige Photonen lassen sich erzeugen durch Bremsstrahlung oder durch Synchrotronstrahlung.
- Die Erzeugung durch Bremsstrahlung ist relativ einfach, die Geräte sind kompakt (z.B. bei der Zahnärztin). Synchrotronstrahlung erzeugt man in grossen Beschleunigern, z.B. an der Synchrotron-Lichtquelle am Paul Scherrer Institut in Würenlingen (PSI)¹⁴.

3.2 Erzeugung

Erzeugung durch Bremsstrahlung

- Wilhelm Röntgen entdeckt 1895 die Strahlung zufällig, als er mit Gasentladungsröhren experimentiert.
- Er nennt sie «X-Strahlen». Der Name «x-ray» ist auf englisch heute noch üblich, auf deutsch nennt man sie «Röntgenstrahlen».
- Röntgenstrahlung entsteht, wenn elektrische Ladungen beschleunigt oder abgebremst werden.
- Technisch relevant ist die Erzeugung mit leichten Elektronen. Sie werden mit einer Hochspannung von 20 ... 300 kV beschleunigt und prallen auf ein schweres Anoden-Material (z.B. Wolfram).
- Von dort strahlen sie Photonen in alle Richtungen aus. Die Anode absorbiert einen Teil der Strahlung.
- Der Prozess ist sehr ineffizient, weniger als 1 % der Elektronen erzeugen ein Photon. Röntgenröhren werden deshalb sehr heiss.

¹⁴ <https://www.psi.ch/media/die-synchrotron-lichtquelle-schweiz-sls> (deutsch, mehr Marketing) und <https://www.psi.ch/sls/> (englisch, technischer)

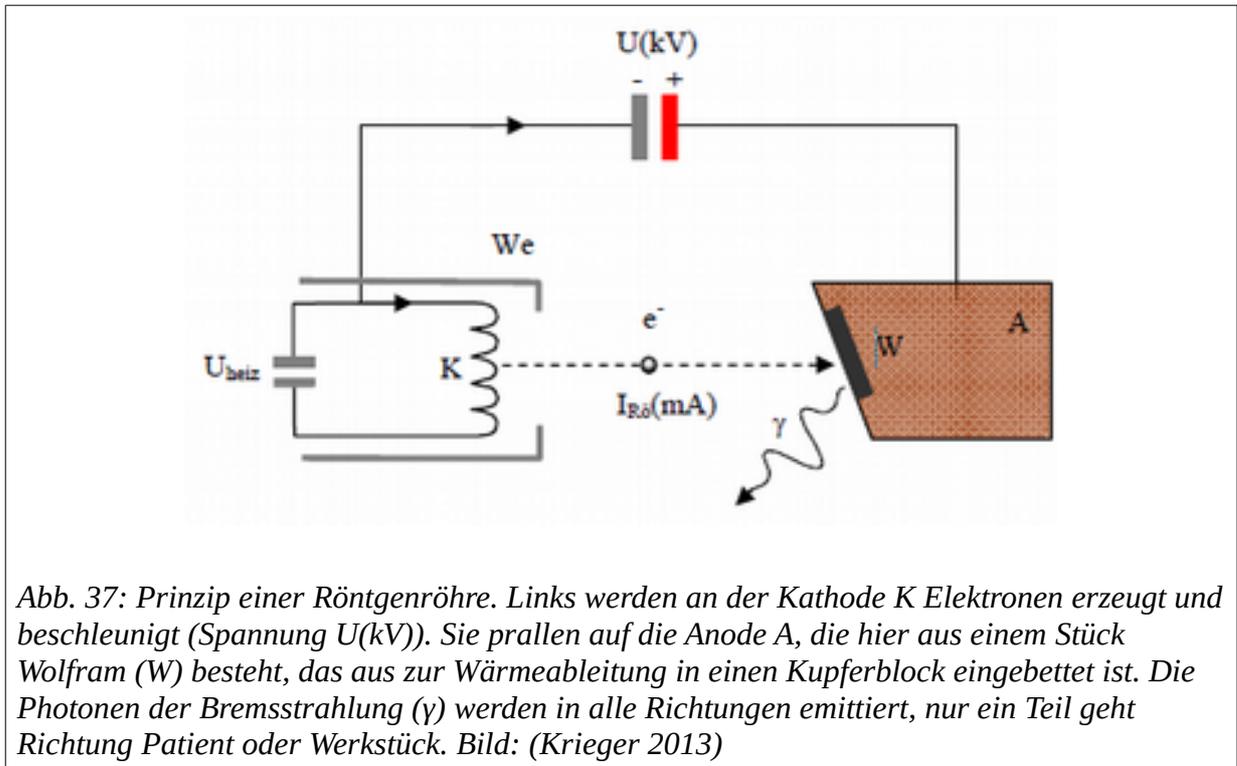


Abb. 37: Prinzip einer Röntgenröhre. Links werden an der Kathode K Elektronen erzeugt und beschleunigt (Spannung $U(\text{kV})$). Sie prallen auf die Anode A, die hier aus einem Stück Wolfram (W) besteht, das aus zur Wärmeableitung in einen Kupferblock eingebettet ist. Die Photonen der Bremsstrahlung (γ) werden in alle Richtungen emittiert, nur ein Teil geht Richtung Patient oder Werkstück. Bild: (Krieger 2013)

Synchrotron-Lichtquelle

- Elektronen werden auf eine kinetische Energie von 2.2 GeV (Giga-Elektronenvolt) beschleunigt und kreisen in einer Vakuumröhre von rund 100 m Durchmesser.
- Bei einer Energie von 2.2 GeV liegt ihre Geschwindigkeit nur noch 8 m/s (acht Meter pro Sekunde, Velotempo!) unter der Lichtgeschwindigkeit (Gleichung (31), p. 41).
- In regelmässigen Abständen werden die Elektronen über Magnetfelder mit wechselnder Polarität geführt. Das führt zu hohen Beschleunigungen, die Elektronen strahlen.
- Man erhält hochenergetisches Licht (Photonen) von schmaler Bandbreite.

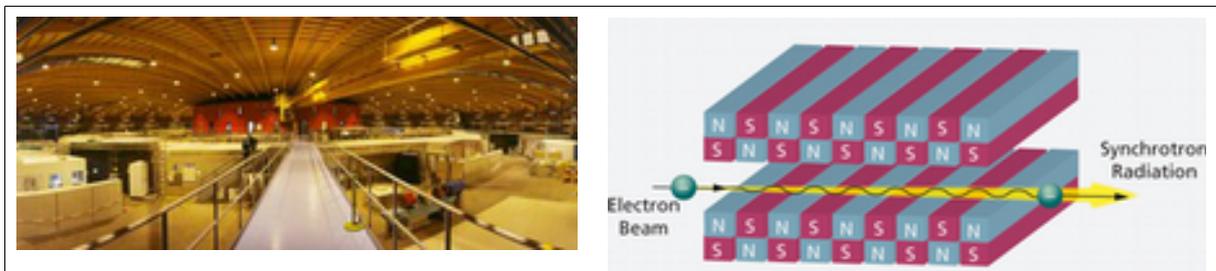


Abb. 38: Synchrotron-Lichtquelle am PSI. Links: Blick in die runde Experimentierhalle. Rechts: Ondulator-Magneten. Das Feld zwingt die Elektronen auf eine Wellenbahn und sie strahlen, weil sie beschleunigt werden. Bilder: psi.ch

3.3 Charakteristik von Bremsstrahlung

- Wir betrachten hier nur Bremsstrahlung aus einer konventionellen Röntgenröhre.
- Röntgenstrahlung hat ein Spektrum, das alle Energien bis zur maximalen Energie enthält.
- Das Spektrum fällt linear bis zur Maximalenergie ab.
- In der Röntgenanode (z.B. Wolfram) werden niederenergetische Photonen absorbiert.
- Durch nachgeschaltete Filter (z.B. einige mm Aluminium oder Kupfer) reduziert man das Spektrum weiter. Ideal wäre monochromatische Röntgenstrahlung, diese lässt sich aber kaum erreichen.

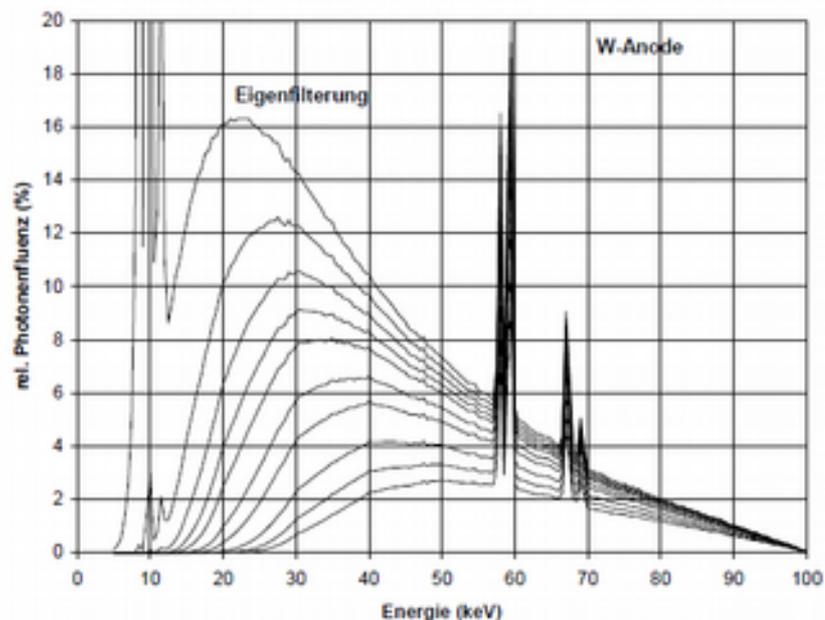


Abb. 39: Spektren von Röntgenstrahlung aus Elektronen, die mit 100 keV kinetischer Energie auf eine Wolfram-Anode prallen. Horizontal ist die Energie der Photonen in keV aufgetragen, vertikal die relative Intensität.

Das höchste Spektrum («Eigenfilterung») ist direkt nach der Anode gemessen. Es entsteht, weil die Photonen einige Mikrometer im Wolfram erzeugt werden und die niederenergetischen Photonen beim Verlassen der Anode absorbiert werden.

Die weiteren Spektren sind gefiltert durch Aluminiumbleche von 0.5 bis 10 mm Dicke. Man möchte die niederenergetischen Photonen ausblenden, weil sie z.B. in der Medizin Dosis im Körper erzeugen, ohne zum Bild beizutragen.

3.4 Anwendung

- Röntgenstrahlung durchdringt feste Stoffe und wird abhängig von Material, Dichte und Dicke absorbiert. Es lässt sich damit ein Schattenbild erzeugen.
- In der Medizin erlaubt die Röntgenstrahlung einen Blick durch den Körper. Die Bilderzeugung führt allerdings zu einer hohen Strahlenbelastung.
- Dreidimensionale Röntgenbilder (computed tomography, CT) werden erzeugt, indem die Röntgenröhre und der Bildempfänger um den Patienten kreisen. Aus den vielen Schattenbildern lässt sich rechnerisch ein Volumenbild erzeugen.
- In der Werkstoffprüfung werden Werkstücke geröntgt (durchleuchtet), um Fehlstellen zu erkennen oder mit Röntgenstrahlung bestrahlt, um die reflektierte Strahlung zu analysieren, die etwas über die Zusammensetzung des Werkstücks aussagt (Spektrallinien).

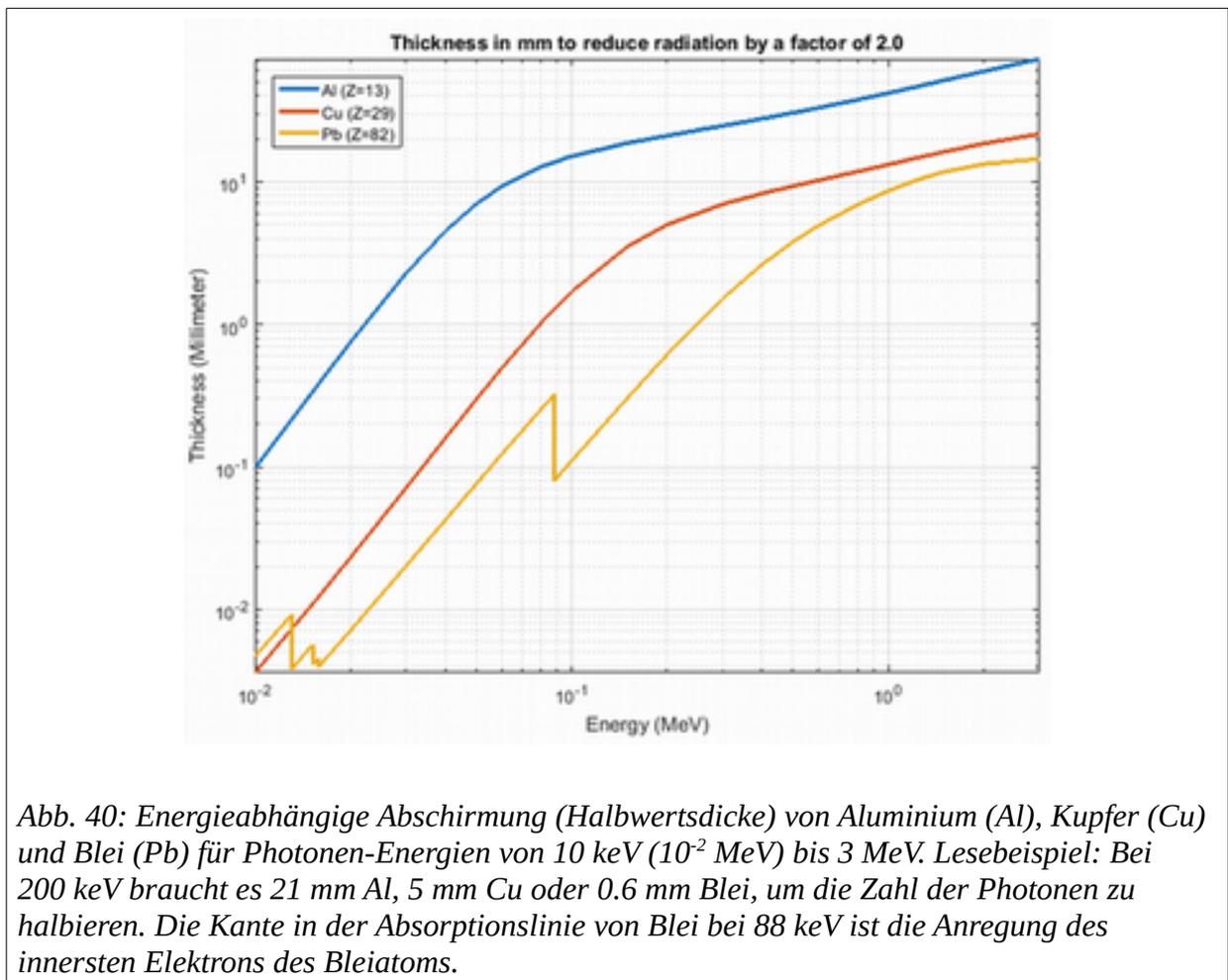


Abb. 40: Energieabhängige Abschirmung (Halbwertsdicke) von Aluminium (Al), Kupfer (Cu) und Blei (Pb) für Photonen-Energien von 10 keV (10^{-2} MeV) bis 3 MeV. Lesebeispiel: Bei 200 keV braucht es 21 mm Al, 5 mm Cu oder 0.6 mm Blei, um die Zahl der Photonen zu halbieren. Die Kante in der Absorptionslinie von Blei bei 88 keV ist die Anregung des innersten Elektrons des Bleiatoms.

4 Strahlungsgesetze

Bei der Einführung in die Atomphysik sind wir im Abschnitt 2.4 auf Seite 60 auf das Plancksche Strahlungsgesetz gestossen. Planck beschrieb die Strahlung eines schwarzen Körpers, indem er die Energie quantisierte. Was zunächst ein Rechen-trick war, erwies sich später als eine der Grundlagen der Quantenmechanik.

4.1 Strahlende Materie

Temperaturmessung

- Die absolute Temperatur misst man immer in der Kelvin-Skala, mit dem absoluten Nullpunkt bei -273.15°C (Celsius). Unser gewohnter Celsius-Nullpunkt hat die Temperatur $+273.15\text{ K}$.
- Temperaturdifferenzen $\Delta T = T_2 - T_1$ sind in beiden Skalen gleich gross. Zimmertemperatur ist bei 20°C oder bei $(273+20)=293\text{ K}$.

Schwarze Körper

- Warme Materie – z.B. ein Stück Holz bei Zimmertemperatur oder Ihre rechte Hand – emittiert und absorbiert elektromagnetische Strahlung. Die mikroskopische Ursache sind Schwingungen des Atomgitters und der Elektronen.
- Der ideale strahlende Körper ist schwarz: Er absorbiert alle Strahlung, die auf ihn trifft und strahlt sie nach dem Gesetz von Planck (Abschnitt 4.3) wieder ab.
- Offensichtliche schwarze Körper sind Kohlepulver oder das Innere eines russigen Ofenrohres. Aber auch die Sonne mit ihrem Emissionsspektrum ein schwarzer Körper. Weiss gestrichenes Holz kann «schwarz» sein, wenn es nur im schmalen sichtbaren Bereich reflektiert.
- Metalle sind meist nicht «schwarz», sie absorbieren nur einen Bruchteil der Energie, die ein schwarzer Körper aufnimmt und strahlen auch entsprechend weniger. Ein Extrembeispiel ist ein perfekter Spiegel, der alles reflektiert und nichts absorbiert. Von ihm geht keine Schwarzkörperstrahlung aus.

Stefan-Boltzmann-Gesetz

- Ein idealer schwarzer Körper emittiert elektromagnetische Strahlung, deren gesamte abgestrahlte Leistung nur von seiner Oberfläche A , seiner Temperatur T (in Kelvin) und einer Konstanten σ abhängt:

$$P = \sigma A T^4, \quad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}) \quad (47)$$

- Die abgestrahlte Leistung geht mit der vierten Potenz der Temperatur. Diesen Zusammenhang hat Josef Stefan 1879 durch die Interpretation alter Experimente gefunden, und Ludwig Boltzmann hat ihn 1884 theoretisch begründet.
- Die Konstante σ ist (wie es sein soll) aus fundamentalen Konstanten zusammengesetzt. Dieser Zusammenhang wurde erst mit der Entwicklung der Quantenmechanik klar, Josef Stefan bestimmte den Wert experimentell (Werte der Konstanten im Anhang):

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} = 5.670 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \quad (48)$$

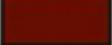
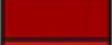
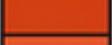
- Die abgestrahlte Leistung ist unabhängig vom konkreten Körper (solange er «schwarz» ist). Alle gleichgrossen Körper senden bei gleicher Temperatur die gleiche Leistung aus mit dem gleichen Spektrum: Sie erscheinen gleich hell und in der gleichen Farbe.

Aufgabe 18: Ein schwarzer Körper bei 36° C

Betrachten Sie sich als schwarzen Körper mit einer Oberfläche von 2 m² und einer Temperatur $T = (273.15 + 36) = 309.15 \text{ K}$. Wieviel Strahlung emittieren Sie und weshalb gefrieren Sie nicht innert Minuten?

Abb. 41: Glühfarben von Eisen. Heisses Eisen strahlt wie ein schwarzer Körper. Der Farbeindruck, den das abgestrahlte Spektrum in unseren Augen erzeugt, lässt sich eindeutig in eine Temperatur übersetzen.

Diese Farben gelten für jeden schwarzen Körpern, sie hängen nicht von der chemischen Zusammensetzung ab. Die Sonne – die wir als weiss empfinden – ist ein schwarzer Körper mit 6000 K Oberflächentemperatur (Bild: <http://www.lehrerfreund.de>).

Glühfarben		Glüh-temp. °C
Dunkelbraun		550
Braunrot		630
Dunkelrot		680
Dunkelkirschrot		740
Kirschrot		780
Hellkirschrot		810
Hellrot		850
Gut Hellrot		900
Gelbrot		950
Hellgelbrot		1000
Gelb		1100
Hellgelb		1200
Gelbweiss		>1300

4.2 Geschichte der Schwarzkörperstrahlung

Das Emissionsspektrum schwarzer Körper führte über Plancks Quantenhypothese zur Quantenmechanik. Der Weg war lang und Planck glaubte am wenigsten daran.

Kirchhoffs schwarzer Körper

- Die Idee des schwarzen Körpers geht auf Kirchhoff zurück (Giulini und Straumann 2000). Er stellte sich 1859 einen Raum mit undurchlässigen Wänden vor.
- Das Strahlungsgleichgewicht, das sich im Raum einstellt, sollte unabhängig sein von der speziellen Form des Raums und der Gegenstände darin. Jeder Fleck im Raum sollte genau gleich viel Strahlung abstrahlen wie aufnehmen, sein Emissionsvermögen sollte gleich seinem Absorptionsvermögen sein.
- Kirchhoff prägte den Ausdruck «schwarzer Körper», dessen Absorptions- und Emissionsvermögen gleich 1 ist.
- Stefans Experiment und Boltzmanns Theorie leiteten daraus die Strahlungsleistung pro Fläche eines schwarzen Körpers ab (Gl. (47)).

Stefans Analysen

- Josef Stefan stellte selber keine Experimente an, sondern wertete Daten anderer Experimentatoren aus. Seine Ergebnisse fasste er 1879 im Artikel «Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur» zusammen¹⁵.
- Er stellt gleich zu Beginn seine «andere Formel» vor:

Die Formel von Dulong und Petit ist lediglich eine empirische Formel, welche die der Strahlung zugeschriebenen Wärmeabgaben des zu den Versuchen verwendeten Thermometers genau wiedergibt. Dasselbe würden aber auch andere Formeln leisten, nur zeichnet sich die Formel von Dulong und Petit durch ihre ausserordentliche Einfachheit aus. Ich kann jedoch hier eine andere Formel von gleicher, ja man könnte sagen von noch grösserer Einfachheit anführen, welche den Beobachtungen auch gut entspricht und in theoretischer Beziehung noch einen Vorzug besitzt.

Man erhält nämlich den von Dulong und Petit angegebenen Abkühlungsgeschwindigkeiten sehr nahe kommende Zahlen, wenn man annimmt, dass die von einem Körper ausgestrahlte Wärmemenge der vierten Potenz seiner absoluten Temperatur proportional ist.

¹⁵ M. J. Stefan, «Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur», Sitzungsberichte der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, Band 79, 2. Abteilung, 1879, Seiten 391-428

- Dulong und Petit hängten 1817 eine kleine, heisse Kugel in einer grossen evakuierten Kugel auf und massen die Temperatur als Funktion der Zeit (Abb. 42¹⁶). Stefan korrigierte ihre Messwerte um die damals noch unbekannte Wärmeleitung in Luft. Dulong und Petit hatten nur die Konvektion berücksichtigt (p. 395):

Nach diesen Erörterungen ist es nun klar, dass die von Dulong und Petit berechneten Wirkungen der Luft nur jene Antheile angeben, welche von den Strömungen herrühren. Der von der Wärmeleitung der Luft abhängige Theil ihrer Wirkung, der bei den Versuchen mit verdünnter Luft in vollem Maasse vorhanden war, kann durch das eingeschlagene Verfahren nicht in richtiger Weise von der Wirkung der Strahlung losgelöst werden.

Die von Dulong und Petit berechneten Abkühlungsgeschwindigkeiten können nicht das Mass für die Wärmestrahlung des Thermometers bilden, sondern nur das Mass für die Summe der Wärmestrahlung des Thermometers und der Wärmeleitung der Luft.

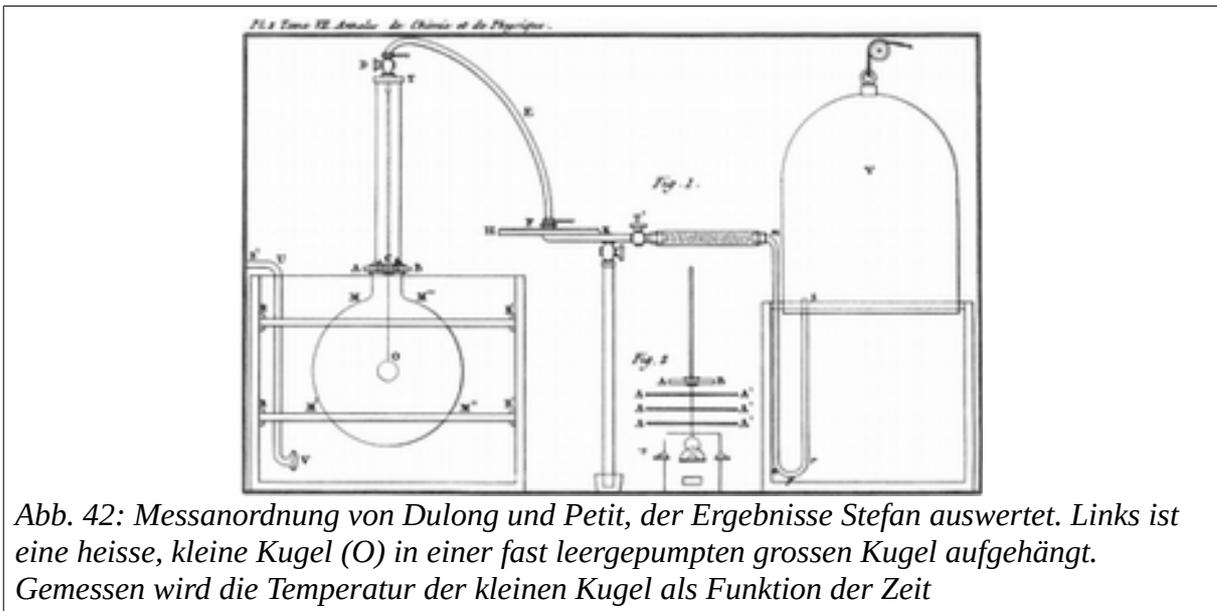


Abb. 42: Messanordnung von Dulong und Petit, der Ergebnisse Stefan auswertet. Links ist eine heisse, kleine Kugel (O) in einer fast leergepumpten grossen Kugel aufgehängt. Gemessen wird die Temperatur der kleinen Kugel als Funktion der Zeit

- Stefan vergleicht sein Gesetz dann auch mit Messungen bei höheren Temperaturen, die ihn offenbar zum T^4 -Gesetz inspiriert hatten (p. 421):

Zuerst will ich hier die Bemerkung anführen, welche Wüllner in seinem Lehrbuche an die Mittheilung der Tyndall'schen Versuche über die Strahlung eines durch einen elektrischen Strom zum Glühen gebrachten Platindrahtes anknüpft, weil diese Bemerkung

¹⁶ Dulong und Petit, «Des Recherches sur la Mesure des Temperatures et sur les Loix de la communication de la chaleur», Journal de l'ecole polytechnique Tome XI (1817), S. 234-294

mich zuerst veranlasste, die Wärmestrahlung der vierten Potenz der absoluten Temperatur proportional anzunehmen.

Von der schwachen Rothgluth (etwa 525°) bis zur vollen Weissgluth (etwa 1200°) nahm die Intensität der Strahlung von $10\cdot 4$ bis 122, also fast um das Zwölffache (genauer $11\cdot 7$), zu. Das Verhältniss der absoluten Temperaturen $273+1200$ und $273+525$ gibt in der vierten Potenz $11\cdot 6$.

- Schliesslich wertete Stefan auch Messungen der Intensität der Sonnenstrahlung aus (p. 425):

Pouillet hat aus seinen actinometrischen Beobachtungen berechnet, dass ein Quadratcentimeter der Oberfläche der Sonne in jeder Minute 84888 Wärmeeinheiten aussendet. Aus dieser Zahl hat er mit Hilfe der Formel von Dulong und Petit für die Temperatur der Sonne die zwei Werthe 1461° und 1761° abgeleitet, indem er das Emissionsvermögen der Sonne zuerst = 1, das anderemal aber = $0\cdot 1$ annahm.[..]

Nimmt man dagegen die von einem Körper ausgestrahlte Wärmemenge der vierten Potenz seiner absoluten Temperatur proportional an und setzt die von einem Quadratcentimeter einer schwarzen Fläche bei 0° in der Minute ausgesendete Wärmemenge = $0\cdot 4$, so erhält man aus der von Pouillet für die Sonnenwärme gegebenen Zahl für die Temperatur der Sonne den Werth 5586° , wenn man ihr Emissionsvermögen = 1, und den Werth 10147° , wenn man dasselbe = $0\cdot 1$ setzt.

- Was Stefan macht, ist systematisches Erraten und Analysieren. Er hat keine Ahnung, was die Theorie hinter der Wärmestrahlung ist, aber er vergleicht seine Ideen sehr sorgfältig mit dem vorhanden Wissen. Er finde auch Fehler in alten Messungen, weil die Wissenschaft in der Zwischenzeit dazugelernt hat.
- Im Suchen gleicht er Balmer (Abschnitt 2.3, p. 56), der auch Regen für die Wellenlänge der Spektrallinien angibt, ohne die tiefere Wahrheit zu kennen.

Es gibt keine absolut gültigen Gesetze, die Regeln müssen immer wieder auf ihre Gültigkeit geprüft und angepasst werden

Verschiebungsgesetz von Wien

- Mit der Vorarbeit von Stefan und Boltzmann konnte Wilhelm Wien 1893 theoretisch die Wellenlänge bestimmen, bei der ein schwarzer Körper seine maximale Leistung abstrahlt. Man bezeichnet diesen Zusammenhang als «Wiensches Verschiebungsgesetz»:

$$\text{Verschiebungsgesetz: } \lambda_{\text{Max}} = \frac{b}{T} \text{ (m) mit } b = 2.89 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad (49)$$

- Die Wellenlänge des Strahlungsmaximums ist umgekehrt proportional zur Temperatur. Oder die Frequenz des Strahlungsmaximums ist proportional zur Temperatur.
- Abb. 44 zeigen Spektren der Schwarzkörperstrahlung und die Verschiebung des Maximums zu kürzeren Wellenlängen oder höheren Frequenzen.

Aufgabe 19: Wellenlängenmaximum der Sonnenstrahlung

Die Sonne ist an der Oberfläche rund 6000 K heiss. Bei welcher Wellenlänge hat die Sonnenstrahlung ihr Maximum und welcher Farbe entspricht das?

Aufgabe 20: Wie gross ist ein Stern?

Das Licht eines Sterns hat sein Emissionsmaximum bei 963 nm. Wie hoch ist seine Oberflächentemperatur? Der Stern strahlt 100 Mal mehr Leistung ab als die Sonne. Wie gross ist der Stern? Die Sonne hat eine Oberflächentemperatur von 5800 K.

Wiensches Strahlungsgesetz

- Wilhelm Wien beschrieb 1896 die abgestrahlte Leistung eines schwarzen Körpers für hochfrequente Strahlung. Seine Beschreibung passte gut für kurze Wellenlängen, lieferte aber im langwelligen Bereich zu tiefe Energien.
- Wiens Formel basiert auf der klassischen Elektrodynamik und Thermodynamik und braucht keine zusätzlichen Annahmen. Ausgeschrieben sieht sie fast gleich aus wie die Plancksche Formel (Gl. (52)).

$$\text{Wiensches Strahlungsgesetz: } E(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}} d\lambda \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right) \quad (50)$$

- Die Formel ergibt die Energiedichte der Strahlung im Wellenlängenintervall $\lambda \dots \lambda + d\lambda$ bei der Temperatur T.

Strahlungsgesetz von Rayleigh und Jeans

- Lord Rayleigh beschrieb um 1900 den Zusammenhang zwischen der Temperatur und der abgestrahlten Leistung eines schwarzen Körpers. 1905 veröffentlichte James Jeans eine korrigierte Beschreibung. Sie passt gut für langwelliges Licht, die Leistung divergiert (geht gegen unendlich) für kurze Wellenlängen (deshalb bezeichnet man die Lösung auch als «Ultraviolett katastrophe»).

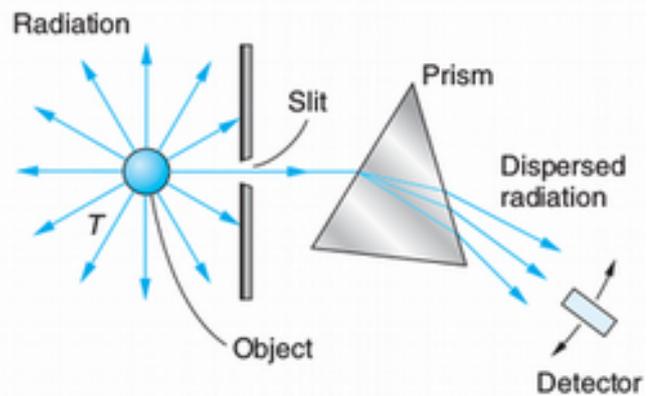
$$E(\lambda, T) = \frac{8\pi k T}{\lambda^4} d\lambda \quad (51)$$

- Die Formel ergibt die Energiedichte der Strahlung im Wellenlängenintervall $\lambda .. \lambda+d\lambda$ bei der Temperatur T .
- Abb. 44 stellt die beiden Formeln von Wien und Rayleigh/Jeans der korrekten Formel von Planck gegenüber.

Messungen

Abb. 43: Prinzip der Messung eines Spektrums wie in Abb. 44. Ein heisser Körper emittiert Strahlung. Für sichtbares Licht kann man z.B. ein Prisma brauchen, um das Licht des Körpers in seine Frequenzanteile zu zerlegen.

Eine Bewegung des Detektors bedeutet die Messung der Intensität für eine andere Frequenz. Verschiedene Wellenlängenbereiche (Ultraviolett, sichtbares Licht, Infrarot) brauchen verschiedene Messmethoden (Bild: (Tipler und Llewellyn 2012))



- Schon vor 1900 konnte man Messungen wie in Abb. 43 dargestellt mit grosser Präzision durchführen.
- Die Messungen waren genau genug, um die Abweichung des Wienschen Strahlungsgesetzes vom gemessenen Verlauf festzustellen (Abb. 44).

4.3 Plancks Strahlungsgesetz

Das Spektrum eines schwarzen Körpers

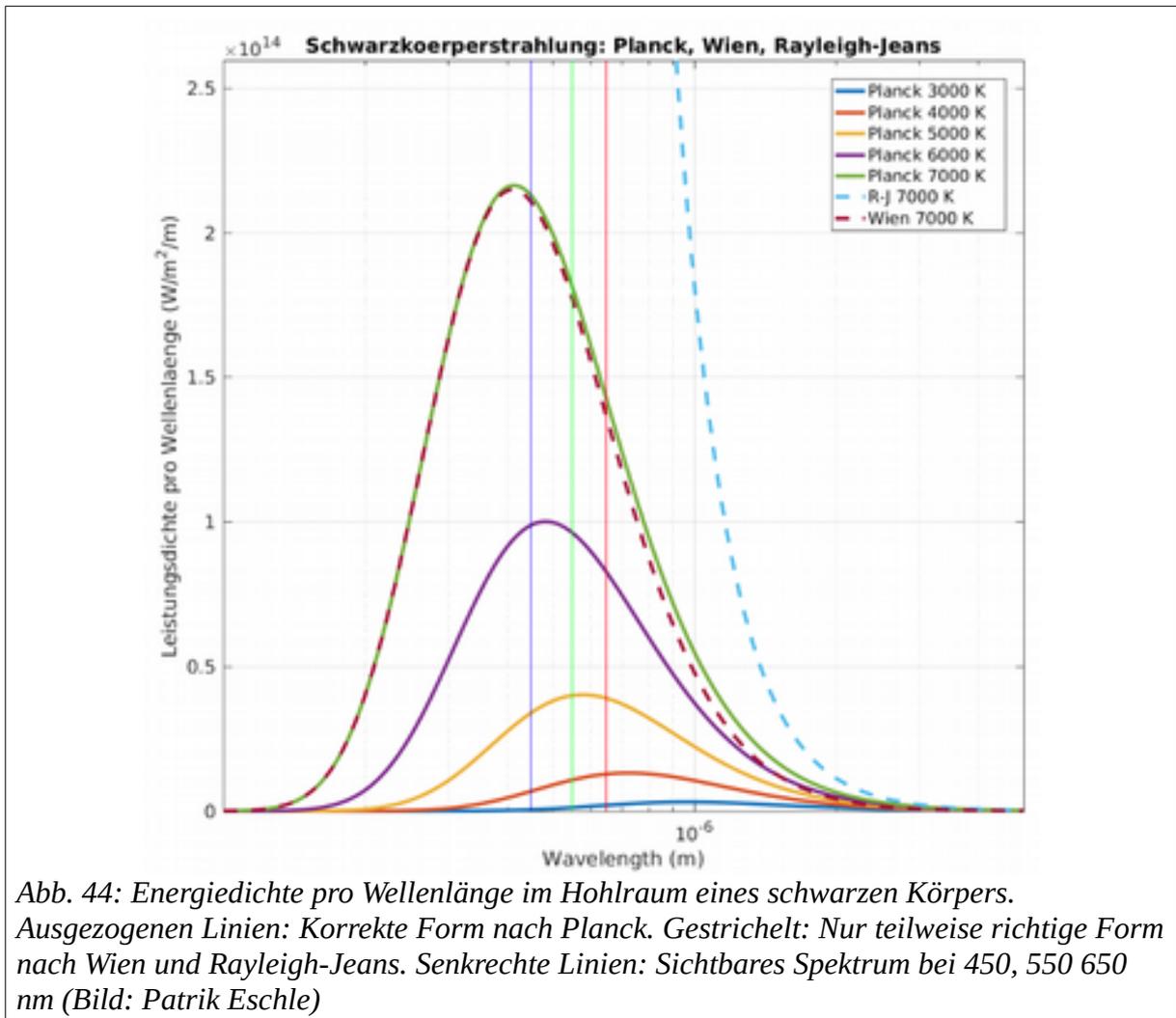


Abb. 44: Energiedichte pro Wellenlänge im Hohlraum eines schwarzen Körpers. Ausgezogenen Linien: Korrekte Form nach Planck. Gestrichelt: Nur teilweise richtige Form nach Wien und Rayleigh-Jeans. Senkrechte Linien: Sichtbares Spektrum bei 450, 550 650 nm (Bild: Patrik Eschle)

- Um 1900 fand Max Planck die korrekte Form des Strahlungsgesetzes. Diese Form stimmt sehr gut mit den Messungen überein. Zum Beispiel auch mit dem Spektrum der kosmischen Hintergrundstrahlung (CMB) – der Weltraum ist ein perfekter schwarzer Körper.

$$E(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} d\lambda \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right) \quad (52)$$

- Die Formel ergibt die Energiedichte der Strahlung im Wellenlängenintervall $\lambda .. \lambda+d\lambda$ bei der Temperatur T.

- Weshalb war es so schwierig, diese Formel zu finden? Sie unterscheidet sich nur durch den Term «-1» vom Wienschen Strahlungsgesetz.
- Die Herleitungen von Wien und Rayleigh stützten sich auf die klassische Elektro- und Thermodynamik. Es gelang nicht, damit das Spektrum eines schwarzen Körpers genau zu erklären.
- Planck erriet zunächst eine Funktion, die den Messdaten folgte¹⁷ und versuchte dann, sie theoretisch zu begründen. Wir haben bei der Newtonschen Bewegungsgleichung ($F=am$) gesehen und werden bei der Schrödingergleichung (1.1, p. 94) wieder erleben, dass es Zusammenhänge gibt, die «vom Himmel fallen». Sie lassen sich nicht weiter herleiten und sind durch die Übereinstimmung mit der Natur gerechtfertigt.
- Diese Annahme ist bei der Schwarzkörperstrahlung die Quantenhypothese: Ein Oszillator kann Energie nur in Paketen von $\Delta E = h\nu$ abgeben oder aufnehmen ($h=6.62 \cdot 10^{-34}$: Plancksche Wirkungsquantum, ν : Frequenz der Schwingung).

Rayleigh-Jeans als Grenzfall von Planck

- Setzen wir in der Planckschen Strahlungsformel (52) die Energie $h\nu$ viel grösser als kT , wird die Exponentialfunktion viel grösser als 1. Wir können den Summanden -1 vernachlässigen und erhalten die Wiensche Strahlungsformel (50).
- Ist dagegen $h\nu$ viel kleiner als kT , wird der Exponent klein, und wir dürfen die Exponentialfunktion um 0 entwickeln: $e^x - 1 \approx 1 + x - 1 = x$. Die Plancksche Strahlungsformel wird damit zu

$$E(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \stackrel{hc/\lambda \ll kT}{\approx} \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{hc/(\lambda kT)} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{\lambda kT}{hc} = \frac{8\pi kT}{\lambda^4} \quad (53)$$

- Wir erhalten damit für den Grenzfall kleiner Energien die Formel von Rayleigh-Jeans.

Wiensches Strahlungsgesetz als Grenzfall von Planck

- Wir betrachten hohe Energie. Dann überwiegt die e-Funktion gegenüber dem Term (-1) und wir erhalten direkt das Strahlungsgesetz von Wien (Gleichung (50)):

$$E(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \stackrel{hc/\lambda \gg kT}{\approx} \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}} \quad (54)$$

¹⁷ Gemäss (Tipler und Llewellyn 2012)

Wiensches Verschiebungsgesetz aus dem Planckschen Strahlungsgesetz

- Wir suchen das Maximum des Planckschen Strahlungsgesetzes (52). Dazu leiten wir das Plancksche Strahlungsgesetz nach λ ab (was von Hand sehr mühsam ist) und setzen die Ableitung gleich 0 (auf der Passhöhe gibt es keine Steigung).
- Die Gleichung kann man nicht analytisch lösen, der Wert muss numerisch ermittelt werden. Das Resultat ist gleich dem Wienschen Verschiebungsgesetz (49).

Das ist weit mehr als eine formale Spielerei: Eine neue Beschreibung der Natur sollte die alten Beschreibungen als Spezialfall enthalten. Was einmal gemessen wurde, ist innerhalb der Messgenauigkeit wahr und kann nicht später verneint werden.

Schwarzer Körper als Hohlraum – Ultraviolett katastrophe

- Stellen wir uns einen schwarzen Hohlraum vor, der im Strahlungsgleichgewicht ist. Im Zeitmittel wird von den Wänden gleichviel Energie absorbiert wie emittiert.
- In diesem Hohlraum gibt es eine Anzahl $n(\lambda) = 8\pi kT \lambda^{-4}$ Oszillatoren in einem Wellenlängenintervall $\lambda \dots \lambda + d\lambda$ (ohne Herleitung, sie würde zu weit führen). k ist die Boltzmann-Konstante und T die absolute Temperatur.
- Klassisch hat jeder Oszillator die Energie kT (Herleitung unten). Die gesamte Energie ist dann $E = n(\lambda)kT$. Sie geht gegen unendlich, wenn die Wellenlänge λ gegen 0 geht. Das ist die Ultraviolett katastrophe von Rayleigh und Jeans. Aber was stimmt nicht? Ist es die Anzahl Schwingungsmoden n oder die mittlere Energie?
- Im Hohlraum schwingen Elektronen mit der eingestrahlten Frequenz. Die Energien E der Oszillatoren verteilen sich gemäss der kontinuierlichen Boltzmann-Statistik:

$$f(E) = A e^{-E/kT} \quad (55)$$

- k ist die Boltzmann-Konstante, T die absolute Temperatur. Die Verteilung gilt zum Beispiel auch für die kinetische Energie von Molekülen in Gasen.
- Das Integral über alle Wahrscheinlichkeiten muss 1 sein, daraus ergibt sich $A = kT$:

$$1 \stackrel{!}{=} \int_0^{\infty} A e^{-E/kT} = A \left(-\frac{1}{kT} e^{-E/kT} \right)_0^{\infty} = A \left(0 - \left(-\frac{1}{kT} \right) \right) = \frac{A}{kT} \quad (56)$$

- Die mittlere Energie wird damit gleich $k \cdot T$, was zur Ultraviolett katastrophe führt:

$$\bar{E} = \int_0^{\infty} E f(E) dE = \int_0^{\infty} E A e^{-\frac{E}{kT}} dE = kT \quad (57)$$

Plancks verzweifelter Ausweg

Die Darstellung folgt der lesenswerten Beschreibung von Giulini und Straumann (Giulini und Straumann 2000). Die Zitate sind daraus entnommen.

- Planck legte fest, dass ein Oszillator nicht mehr beliebige Energien aufnehmen und abgeben kann, sondern das nur in Paketen der Grösse $\Delta E = n \cdot h \nu$ $n=1,2,3\dots$ «Rückschauend kann ich die ganze Tat als einen Akt der Verzweiflung bezeichnen».
- Die Idee ging auf Arbeiten Boltzmanns in der statistischen Physik zurück. Plancks Verständnis: «Das war eine rein formale Annahme, und ich dachte mir nicht viel dabei, sondern eben nur das, dass ich unter allen Umständen, koste es was es wolle, ein positives Resultat herbeiführen musste.»
- Planck betrachtete aber $h\nu$ nicht als Energiequantum, diese radikale Schlussfolgerung unternahm erst Einstein.
- Die Maxwell-Gleichungen der Elektrodynamik waren gerade erst etabliert. Die Einführung von quantisierter Energie hätte sie wieder infrage gestellt. Planck zweifelte deshalb später auch an Einsteins Lichtquantenhypothese.
- Planck war damit nicht alleine, noch 1913 schrieb er zur Aufnahme Einsteins an die Preussische Akademie der Wissenschaften: «Dass er [Einstein] in seinen Spekulationen gelegentlich auch einmal über das Ziel hinausgeschossen haben mag, wie z.B. in seiner Hypothese der Lichtquanten, wird man ihm nicht allzuschwer anrechnen dürfen.»

Forschung bewegt sich in unbekanntem Gebiet. Fortschritt entsteht durch Versuch und Irrtum, und die richtige Lösung setzt sich nicht sofort durch.

4.4 Anwendungen

Emissivität einiger Stoffe

Die folgende Tabelle stellt Werte für die Emissivität ϵ verschiedener Stoffe zusammen. Diese Werte sind nicht exakt, sondern müssen im Einzelfall bestimmt werden. Sie können auch von der Temperatur abhängen.

Material	ϵ	Quelle	Material	ϵ	Quelle
Aluminium-Folie	0.04	1	Pyrex	0.93	1
Asphalt	0.93	1	Radiatorfarbe	0.99	2
Roter Backstein	0.93	1	Stahl, poliert	0.075	1
Roher Beton	0.94	1	Stahl verwittert	0.85	1
Baumwollkleider	0.77	1	Tannenholz	0.95	1
Gold poliert	0.025	1			

Tabelle 2: Emissivität verschiedener Materialien für die Berechnung der Strahlungsleistung eines schwarzen Körpers. Quellen: (1) engineeringtoolbox.com, (2) Mikron table of emissivity¹⁸. Eine Emissivität von 1 ist ein idealer schwarzer Körper.

Strahlungsgleichgewicht der Erde

- Die Erde kann als schwarzer Körper betrachtet werden, der gegen den Weltraum abstrahlt und von der Sonne bestrahlt wird.
- In einer klaren Nacht strahlt sie in den Weltraum ab, von dort kommt nichts zurück. Die abgestrahlte Leistung (ohne Einfluss der Atmosphäre) für jeden Quadratmeter ist dann:

T (°C)	-10	0	10	20	30
P (W)	270	320	360	420	480

Tabelle 3: Abgestrahlte Leistung eines Quadratmeter Bodens für verschiedene Temperaturen. Die Leistungen sind nicht so verschieden, wie wir die Temperaturen empfinden. Das liegt an der absoluten Temperatur, die sich nur um 20 % ändert.

- Ein gut leitender Steinboden vermag diese Leistung nachzuliefern und kühlt deshalb stark ab. Bei einem gut isolierenden Boden kühlt nur die Oberfläche rasch aus, aus der Tiefe fließt nur wenig Wärme nach.
- Das Rückstrahlvermögen der Erde bezeichnet man als Albedo A . Das entspricht 1 minus der Emissivität ϵ im Abschnitt . Schneebedeckte Grasflächen haben $A=0.8$ ($\epsilon=0.2$), feuchte braune Erde hat $A=0.1$ ($\epsilon=0.9$). Die durchschnittliche Albedo der Erde beträgt $A=0.3$ ($\epsilon=0.7$), die Erde ist recht nahe an einem schwarzen Körper.

¹⁸ http://www-eng.lbl.gov/~dw/projects/DW4229_LHC_detector_analysis/calculations/emissivity2.pdf

Aufgabe 21: Strahlungsgleichgewicht Erde-Sonne

Die Sonne ist ein schwarzer Strahler mit einer Oberflächentemperatur von 5800 K und einem Radius von $r_S=6.96 \cdot 10^8$ m. Welche Temperatur hat die Erde im Abstand $r_{SE}=1.5 \cdot 10^{11}$ m und einem Radius von $r_E=6371$ km im Strahlungsgleichgewicht mit der Sonne?

Frieren in einem warmen Raum

- In der Aufgabe auf Seite 75 hatten wir nach der Abstrahlung bei 36° C (Körpertemperatur) gefragt. Bei 2 m² Haut strahlt man etwa 1 kW ab.
- Die Wände strahlen bei 5, 15, 25° C und 2 m² Fläche die Leistungen 680, 780, 890 W zurück. Netto verlieren Sie also nur 320, 220, 110 Watt.
- Wenn Sie sich leicht bewegen, erzeugen Sie etwa 100 Watt. Bei 25 °C warmen Wänden sind Sie (ohne Kleider) gerade im thermischen Gleichgewicht. Wenn Sie sich stark bewegen, erzeugen Sie etwa 300 Watt, ihr Körper wird aufgeheizt.
- Diese Abstrahlung hängt nicht von der Lufttemperatur ab. Die Luft kühlt oder heizt zusätzlich über Konvektion (Strömung, starker Effekt) und Wärmeleitung (schwacher Effekt). Wenn Ihr Körper sich aufheizt, schwitzen Sie, das Wasser verdampft. In einem Luftstrom wird der Dampf rascher abgeführt, das Wasser verdampft schneller und kühlt.
- In einem gut isolierten Haus ist die Innenseite der Wände warm, man fühlt sich deshalb auch bei tieferen Temperaturen behaglicher als einem schlecht isolierten Haus, das stärker geheizt ist.

Thermoskannen, Rettungsdecken

- Die Strahlung eines Körpers hängt von seiner Oberflächenbeschaffenheit ab. Man berücksichtigt das mit einer Emissivität ϵ . Für einen idealen schwarzen Körper ist $\epsilon=1$, für einen idealen Spiegel ist $\epsilon=0$.

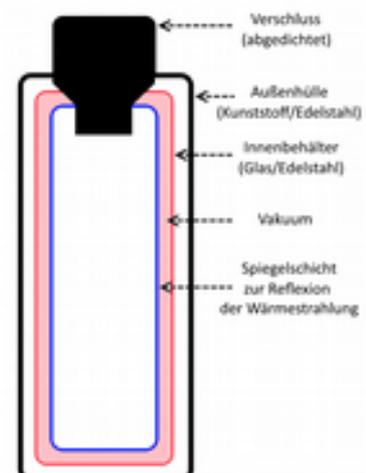
$$P = \epsilon \sigma A T^4, \quad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}) \quad (58)$$

- Thermoskrüge und Rettungsdecken sind deshalb verspiegelt. Sie erwärmen sich zwar durch Wärmeleitung über den Hohlraum, strahlen die Wärme aber nur schlecht ab.

Abb. 45: Schnitt durch eine Thermoskanne. Der grosse Temperatursprung (der stärkste thermische Widerstand) findet im rosa Bereich statt. Dieser Hohlraum ist evakuiert (fast die ganze Luft ist abgepumpt) und verspiegelt.

Das wenige verbleibende Gas kann nur wenig Wärme leiten, weil pro Zeiteinheit wenig Gasmoleküle an die Wände stossen.

Die spiegelnde Beschichtung reduziert die Emissivität ϵ , die Wärmestrahlung über den rosa Bereich hinweg ist stark reduziert. Eine kleine Fläche reduziert die abgestrahlte und aufgenommen Leistung. Ein Kugel hat für ein bestimmtes Volumen die kleinste Fläche. (Bild: Hitmeister GmbH)



Wärmebildkamera

Abb. 46: Thermographie (Wärmebild) im sichtbaren und im infraroten einer Hausfassade. Das sichtbare Bild kommt durch reflektiertes Sonnenlicht zustande. Bei Nacht sehen wir das Haus nicht.

Das Wärmebild ist die vom Haus abgestrahlte Energie. Es ist auch in der Nacht sichtbar. Bei 300 K (20 °C) strahlt das Haus maximal bei 10 μm (Wiensches Verschiebungsgesetz, Gl. (49) p. 79).



- Aus der aufgenommenen Strahlungsleistung kann man auf die Temperatur schliessen. Wärmebildkameras nutzen das aus und können jedem Bildpunkt eine Temperatur zuzuordnen.

5 Das Bohrsche Atommodell (1913)

Nach 1900 häuften sich Indizien über den Aufbau und die Funktionsweise der atomaren Welt. Im Atommodell von Bohr und den Materiewellen von De Broglie wurde dieses Wissen zusammengefasst und ebnete den Weg zur Quantenmechanik.

5.1 Bekanntes Wissen um 1900

Die Atomphysik beschreibt das Verhalten der Elektronen im Feld des Kerns. Sie geht direkt in die Chemie über, die sich mit der Verbindung von Atomen befasst. Es galt, aus den bekannten Tatsachen, die unten angeführt sind, ein mathematisches Modell zu entwickeln. Entstanden ist die Quantenmechanik.

Atome existieren

- Grösse und Masse der Atome können abgeschätzt werden.
- Sie bestehen aus positiv geladenen schweren (1 GeV) Kernen und negativ geladenen leichten Elektronen (511 keV).

Diskrete Energiezustände

- Man beobachtet nur bestimmte Energiedifferenzen (Spektrallinien). Andere Energien werden nicht beobachtet (Balmer).
- Energie wird in Form von Lichtquanten emittiert (Photoeffekt).
- Atome zeigen je nach Zahl der Elektronen unterschiedliches chemisches Verhalten. Gewisse Atome reagieren kaum, andere sehr heftig.

5.2 Lösungsvorschläge

Model von J.J. Thomson

- Thomson weist Elektron nach.
- Rosinenkuchenmodell: Das Atom bilden einen positiven Teig, Elektronen sind wie Rosinen im Atomteig verteilt.

Kern-Hüllen-Modell von Rutherford

- Versuch von Rutherford zeigt, dass das Thomsons Modell nicht stimmen kann, es gibt einen harten Kern.
- Ernest Rutherford beschiesst Goldfolie mit α -Teilchen (heute: He-Kerne).

- Ein Teil der Projektile wird zurückgestreut.
- Die Folie muss (Impuls, elastischer Stoss) Teile enthalten, die schwerer sind als das α -Teilchen.
- Rutherford postuliert einen schweren Kern und eine Hülle aus leichten Elektronen.
- Die Elektrodynamik lehrt, dass das nicht stimmen kann: Beschleunigte Ladung verliert Energie, das Elektron müsste sofort in den Kern stürzen.

Atom-Modell von Bohr

- Bohr übernimmt das Modell von Rutherford.
- Er postuliert 1913 (28 jährig), dass kreisende Atom keine Energie verlieren. Das widerspricht der bewährten Elektrodynamik und sieht aus wie ein Zaubertrick.
- Energie wird nur aufgenommen oder abgestrahlt, wenn das Elektron in eine andere Umlaufbahn wechselt.
- Das Modell von Bohr entspricht am besten dem Experiment, enthält aber einen schwerwiegenden Bruch mit bewährten Theorien.

5.3 Mathematische Formulierung des Bohrschen Modells

Atomkern

- Positiv geladen
- Bestehend aus Neutronen und Protonen
- Relativ schwer ($m_p = 1 \text{ GeV} = 10^{-26} \text{ kg}$)
- Klein (10^{-15} m)

Hülle

- Enthält gleich viel Elektronen wie der Kern Protonen enthält (elektrisch neutral)
- Elektronen sind leicht ($511 \text{ keV} = 10^{-31} \text{ kg}$).
- Hülle ist gross verglichen mit dem Kern ($10^{-10} \text{ m} = 1 \text{ Angström}$).

Elektronen umkreisen den Kern ohne Strahlungsverlust

- Vorbild: Planetenbahnen – Elektronen umkreisen Kern wie Planeten die Sonne. Statt der Gravitation wirkt die elektromagnetische Kraft. Bestechende Analogie («logisch!»)
- Das kann nicht sein: Beschleunigte Ladung strahlt (so entsteht Röntgenstrahlung, Abschnitt 3, Seite 70). Sie verliert dadurch Energie und würde innert Mikrosekunden in

den Kern stürzen. Unsere Existenz beweist, dass das nicht passiert (Erfahrungstatsache, keine tiefere Wahrheit).

- Bohr postuliert 1913 ähnlich frech wie Einstein (und mit 28 etwa gleich alt) und ohne eine theoretische Begründung für sein Postulat geben zu können:

Elektronen können nur auf Bahnen kreisen, die ein Vielfaches ihrer Wellenlänge sind.

Elektronen, die das Atom umkreisen, strahlen nicht

- Das 2. Postulat steht völlig im Widerspruch zur sehr gut etablierten, theoretisch sauber fundierten Elektrodynamik und auch zum Verhalten von Elektronen in Röntgenröhren.
- Immerhin gibt das erste Postulat eine konkrete Rechenanweisung, um den Bahnradius und die Energie des Elektrons zu berechnen.

Berechnung der Bahnen – klassisch mit Bohrs Postulaten

- Wir folgen der Darstellung von (Griffiths 2015). Wir berechnen zuerst die Energie des kreisenden Elektrons und aus seinem Impuls die Bedingung für die Radien.
- Wir betrachten den einfachsten Fall, ein Wasserstoffatom. Die Kraft zwischen Elektron und Proton im Abstand r ist (wir kürzen $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ ab):

$$|F| = \frac{ke^2}{r^2} \quad (59)$$

- Dabei ist e die Elementarladung (Abschnitt 3.2, Seite 173). Die potenzielle Energie im Abstand r ist (Abschnitt 3.4, Seite 175)

$$E_{pot} = -\frac{ke^2}{r} \quad (\text{negativ, weil anziehend}) \quad (60)$$

- Die kinetische Energie erhalten wir wie bei den Planeten mit der Forderung, dass die Anziehungskraft die gesamte Zentripetalkraft aufbringt:

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{ke^2}{r} \quad (61)$$

- Die gesamte Energie ist die Summe von kinetischer und potenzieller Energie:

$$E = E_{kin} + E_{pot} = -\frac{1}{2}\frac{ke^2}{r} \quad (62)$$

- Der Impuls p des Elektrons lässt sich nach De Broglie (nächster Abschnitt) ausdrücken als:

$$p = m v = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m v} \quad (63)$$

- Der Umfang der Kreisbahn soll nun ein Vielfaches ($n=1,2,3,\dots$) der Wellenlänge sein – hier passiert die Quantelung!

$$n \lambda = n \left(\frac{h}{m v} \right) \Rightarrow v = \frac{n h}{2 \pi r m} \quad (64)$$

- Dieses v können wir in Gleichung (61) einsetzen:

$$v^2 = \frac{k e^2}{m r} = \left(\frac{h}{2 \pi} \right)^2 \frac{n^2}{r^2 m^2} \quad (65)$$

- Das können wir nach dem gesuchten Radius r auflösen. Der Radius hängt von n ab, wir bezeichnen ihn mit r_n :

$$r_n = \left(\frac{h}{2 \pi} \right)^2 \frac{1}{k m e^2} n^2 = r_1 n^2 \quad \text{mit} \quad r_1 = \left(\frac{h}{2 \pi} \right)^2 \frac{1}{k m e^2} = 5.292 \cdot 10^{-11} \text{ m} \quad (66)$$

- Bis auf n kommen nur konstante Werte vor – der Radius ist $r_1, 4 r_1, 9 r_1$ etc. Den Radius r_1 bezeichnet man als *Bohrschen Radius*.
- Die Energie berechnen wir, indem wir r in Gleichung (62) einsetzen:

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{k e^2}{r_n} = -\frac{1}{2} \left(\frac{2 \pi}{h} \right)^2 k^2 m e^4 \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2} \quad \text{mit} \quad E_1 = -13.606 \text{ eV} \quad (67)$$

- Die Energie für $n=1$ ist am niedrigsten, kleiner kann sie nicht werden. Diese Energie nennt man den Grundzustand. Die Energiedifferenz des Übergangs zwischen $n=A$ und $n=B$ ist:

$$\Delta E = E_A - E_B = E_1 \left(\frac{1}{A^2} - \frac{1}{B^2} \right) \quad (68)$$

Geschwindigkeit des Elektrons

- Wir haben die Bahn des Elektrons klassisch berechnet, das heisst für nicht-relativistische Geschwindigkeiten. Ist das gerechtfertigt?
- Wir setzen den Radius aus Gleichung (66) in die Formel (65) für die Geschwindigkeit ein und erhalten für $n=1$ die Geschwindigkeit $v=2.2 \cdot 10^6$ m/s. Das ist ungefähr 1 Prozent der Lichtgeschwindigkeit und damit klar nicht relativistisch.

- Das gilt auch noch für höhere Werte von n . Bei $n=10$ ist v erst ungefähr 7 % der Lichtgeschwindigkeit.

Im Wasserstoffatom bewegen sich die Elektronen gemäss Bohrschem Atommodell mit nichtrelativistischen Geschwindigkeiten. Die klassische Abschätzung ist zulässig.

Vergleich mit den Messungen und Schlussfolgerung

- Setzen wir in Gleichung (68) $A=3,4,5, ..$ und $B=2$ erhalten wir die Energiedifferenzen aus der Balmer-Formel (38) auf Seite 57. Für $A=3, B=2$: $\Delta E = -13.61 (1/3^2 - 1/2^2) = 1.89 \text{ eV}$ entsprechend einer Wellenlänge von 656 nm (rot)¹⁹.

Jetzt sind wir einen Schritt weiter, auch wenn wir nicht verstehen, weshalb Bohrs Mix aus klassischer Mechanik (Planetenbewegung) und der Forderung, die Welle müsse entlang der Kreisbahn geschlossen sein liefert die korrekten Energien, die Balmer rein empirisch in die gleiche Formel gepackt hat.

Irgendetwas muss «wahr» sein an Bohrs Forderungen, denn sie führen zu einem korrekten Resultat. Wir verstehen aber nicht (und werden es auch nie verstehen), warum das so ist.

Wir sind jetzt fast bei der Quantenmechanik, die wiederum Bohrs Atommodell als einfachsten Fall (Wasserstoffatom) enthält.

Aufgabe 22: Bohrsches Atommodell und klassische Vorstellung

Wo widerspricht das Bohrsche Atommodell vollständig der klassischen Elektrodynamik? Und weshalb tat das so weh?

$$19 \Delta E = 1.89 \text{ eV} = 1.89 * 1.602 * 10^{-19} \text{ J} = h \nu = h c / \lambda \rightarrow \lambda = h c / 1.89 * 1.602 * 10^{-19} \text{ J}$$

Quantenmechanik

1 Einführung in die Quantenmechanik

Mit der Quantenmechanik wurde ein Formalismus entwickelt, mit dem die atomaren Erscheinungen wie Gasspektren, Photoeffekt, Comptonstreuung und die chemischen Bindungen exakt berechnet werden können. Trotz der Berechenbarkeit sind wir von einem Verständnis weit entfernt – die Natur entzieht sich unseren Vorstellungen.

Ich folge hier der Darstellung von (Griffiths 2015).

1.1 Die Schrödingergleichung.

- Die Wellenhypothese von De Broglie (Abschnitt 2.9, Seite 67) bestätigte sich im Experiment. Nur wusste niemand, was die Wellenfunktion Ψ *wirklich* ist. Und es ist bis heute unklar. Aber rechnen kann man damit.
- Felix Bloch erzählt²⁰ von einem Seminar für theoretische Physik an der ETH Zürich um 1927. Peter Debye habe zu Erwin Schrödinger gesagt, er habe doch nichts zu tun zur Zeit und er solle im Seminar etwas über die Ideen von De Broglie erzählen. Schrödinger hielt darauf einen Vortrag über die Wellenhypothese von De Broglie. Debye fand die Idee kindisch und meinte, für Wellen brauche es eine anständige Wellengleichung. Die präsentierte Schrödinger einige Woche später.
- De Broglie bezeichnet die Wellen als Ψ (ein grosses griechisches «Psi»). Schrödinger formulierte dazu eine Wellengleichung, die Schrödingergleichung.

$$i \hbar \frac{d \Psi}{dt} = - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi}{dx^2} + V \Psi \quad (69)$$

- Wir werden dieser seltsamen Gleichung später auf den Grund gehen. Vorerst sieht man eine erste Ableitung nach der Zeit und eine zweite Ableitung nach dem Ort, V ist die potenzielle Energie, $\hbar = h/(2\pi)$ das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum (Physiker sind schreibfaul) und m die Masse des Teilchen.
- Die Gleichung sieht ähnlich aus wie die Gleichung für die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen, ist aber nicht gleich.

Man kann die Schrödingergleichung sowenig herleiten wie Newtons $F = a m$, beide sind «vom Himmel gefallen» und finden die Rechtfertigung nur in den Voraussagen, die man mit ihnen macht.

²⁰ Felix Bloch, Reminiscences of Heisenberg an the early days of quantum mechanics, Physics Today, Dec. 1976

1.2 Die Wellenfunktion

Superposition

- Die Schrödingergleichung (69) ist linear. Wenn ich zwei Funktionen Ψ_1 , Ψ_2 habe, welche beide die Gleichung erfüllen, dann ist auch ihre Linearkombination $\Psi = c_1 \Psi_1 + c_2 \Psi_2$ eine Lösung der Gleichung.
- Diese Eigenschaft nennt man Superpositionsprinzip, es ist zentral für die Quantenmechanik. Der Zustand eines Teilchens ist im allgemeinen eine Überlagerung (Summe) verschiedener Zustände. Erst durch eine Messung muss sich das Teilchen für einen Zustand entscheiden.

Aufgabe 23: Superposition mit einfacher DG

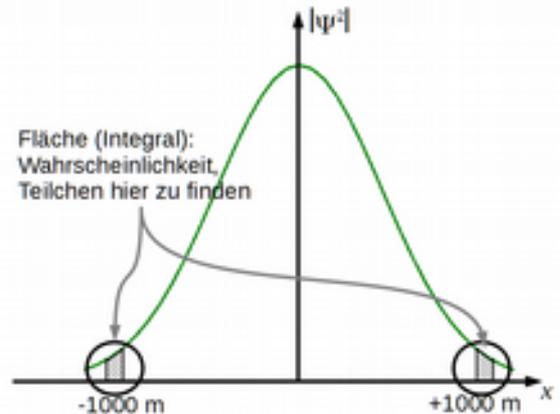
Zeigen Sie durch Einsetzen, dass Sinus, Kosinus und eine beliebige Linearkombination der beiden eine Lösung der (Schwingungs-)Differenzialgleichung $\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = -c f(x)$ sind. Dabei ist c eine beliebige Konstante.

Statistische Interpretation

- Was bedeutet das Ψ («Psi»)? Es ist eine Welle mit komplexer Amplitude, die sich über den Raum erstreckt und mit der Zeit variiert.
- Von Max Born stammt die Idee, das Betragsquadrat von Ψ ($|\Psi|^2$) als Wahrscheinlichkeit zu interpretieren, das Teilchen an diesem Ort zu messen. Über Ψ selber kann man nichts aussagen.
- Das hat wieder verstörende Konsequenzen. Nehmen wir an, $|\Psi|^2$ hänge nur vom Ort ab (nicht von der Zeit) und habe die Form einer Normalverteilung (Gausskurve), die von $-\infty$ bis $+\infty$ läuft. Das Integral unter der ganzen Kurve ist 1 (die Funktion ist normiert), wie es sich für eine anständige Wahrscheinlichkeit gehört: *Irgendwo* treffen wir das Teilchen sicher.
- Dann ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen zwischen -1001 m und -1000 m zu finden gleich dem Integral von -1001 m bis -1000 m über $|\Psi|^2$. Aber das ist die gleiche Wahrscheinlichkeit, das Teilchen zwischen +1000 m und +1001 m zu finden (die Verteilung ist symmetrisch um 0) (Abb. 47).
- Ja .. wo ist es denn nun? Und wo war es unmittelbar vor der Messung? Wenn wir es bei gleich Wahrscheinlich bei +1 km oder -1 km messen können – springt es dann?
- Und was heisst überhaupt «messen»?

- Diese Fragen sind so berechtigt und führten (und führen immer noch) zu heftigsten Debatten über die Wirklichkeit. Unabhängig davon sind die Voraussagen der Quantenmechanik sehr genau.

Abb. 47: Wahrscheinlichkeitsinterpretation von Ψ : Ein Teilchen ist nicht an einem bestimmten Ort. $|\Psi^2|$ gibt uns lediglich die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen bei einer Messung (z.B. mit einem Geigerzähler) an einem diesem Ort zu finden.



Es gibt echten Zufall

- Es zeigt sich, dass diese statistische Natur von $|\Psi^2|$ nichts mit Messungengenauigkeit zu tun hat. Das Teilchen ist nirgends (oder überall), bis wir es messen. Die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen an einem Ort zu finden, hängt von $|\Psi^2|$ ab.
- Ist $|\Psi^2|$ an einem Ort gleich 0.05 und wir messen 1000 Mal, so werden wir im Mittel über viele Messserien mit je 1000 Messungen 5 Ereignisse messen.
- Das scheint ähnlich dem Verhalten eines Würfels, ist aber grundverschieden: Ein Würfel hat zu jedem Zeitpunkt einen definierten Zustand. Auch wenn seine Bewegung schwierig zu berechnen ist, können wir sie im Prinzip voraussagen. Die Schwierigkeit liegt am Mangel an Informationen.
- Das Teilchen dagegen erscheint erst, wenn wir es messen. Es lässt sich zeigen, dass es keine «verborgenen Variablen» gibt, die mehr über das Teilchen aussagen, als wir sehen. Die Beschreibung der Quantenmechanik ist vollständig.
- Hier irrte auch Einstein: In einem Brief an Max Born schreibt er am 4.12.1926:

Die Quantenmechanik ist sehr achtung-gebietend. Aber eine innere Stimme sagt mir, daß das doch nicht der wahre Jakob ist. Die Theorie liefert viel, aber dem Geheimnis des Alten bringt sie uns kaum näher. Jedenfalls bin ich überzeugt, daß der nicht würfelt. Wellen im 3n-dimensionalen Raum, deren Geschwindigkeit durch potentielle

Energie
(z. B. Gummibänder) reguliert wird²¹

Erwartungswerte

- Was können wir bei der statistischen Natur über das Teilchen aussagen? Wir können einen gewichteten Mittelwert über die gesuchte Variable bilden (Erwartungswert).
- Beispiel: Der Erwartungswert des Wurfes W eines 6-er Würfels ist

$$\langle W \rangle = \frac{1}{6}1 + \frac{1}{6}2 + \frac{1}{6}3 + \frac{1}{6}4 + \frac{1}{6}5 + \frac{1}{6}6 = \sum_{w=1}^6 \frac{1}{6}w = 3.5 \quad (70)$$

- Für eine kontinuierliche Variable ersetzen wir die Summe durch ein Integral. Wir berechnen den Erwartungswert des Ortes x , gegeben die Wahrscheinlichkeit $P(x) = \Psi^2(x, t)$

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x P(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x \Psi^2(x, t) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(x, t) \cdot x \cdot \Psi(x, t) dx \quad (71)$$

- Im letzten Schritt haben wir $\Psi^2 = \Psi^* \Psi$ verwendet, der Stern «*» bezeichnet das konjugiert komplexe eines Wertes (i ersetzt durch $-i$).
- Beispiel: $f = 3 + 2i \Rightarrow f^2 = f^* f = (3 - 2i)(3 + 2i) = 9 + 6i - 6i - 4i^2 = 9 + 4 = 13$
- Durch das Klammern der gesuchten Grösse zwischen Ψ^* und Ψ erhält man in der QM den Erwartungswert irgendeiner beobachteten Grösse. Die Details führen über diesen Kurs hinaus.

1.3 Interferenz mit sich selber

- Jedes Teilchen – Photon, Elektron, Proton etc. ist durch eine Wellenfunktion Ψ darstellbar.
- Schicken wir einen Lichtstrahl auf zwei schmale, eng benachbarte Spalte in einer Metallplatte, sehen wir hinter der Platte nicht ein Schattenbild der beiden Schlitze, sondern eine Reihe von Streifen, die durch dunkle Stellen voneinander getrennt sind. Diese Erscheinung nennt man Interferenz, sie tritt für jede Art von Welle auf.
- Jetzt reduziert man die Intensität des Lichts so stark, dass niemals zwei Photonen miteinander auf den Schirm treffen. Hinter der Metallplatte stellt man eine Fotoplatte auf, die jedes auftreffende Photon einen schwarzen Punkt zeichnet. Wenn man lange genug wartet, bildet sich wieder dasselbe Interferenzmuster wie mit viel Licht (Abb. 48)

²¹ Albert Einstein, Max Born, Briefwechsel 1916-1955, Langen Müller 2005, S. 154

- Die Folgerung: Die Welle eines einzelnen Teilchens interferiert mit sich selber. Sie verhält sich so, wie eine Wasserwelle, die auf ein Hindernis stösst, von dem wieder eine Welle ausgeht.
- Das ist umso paradoxer, weil ein Teilchen nicht teilbar ist – es gibt kein halbes Photon. Jeder Versuch, den Schlitz zu bestimmen, durch den das Photon geht, zerstört aber den Aufbau des Interferenzmusters.

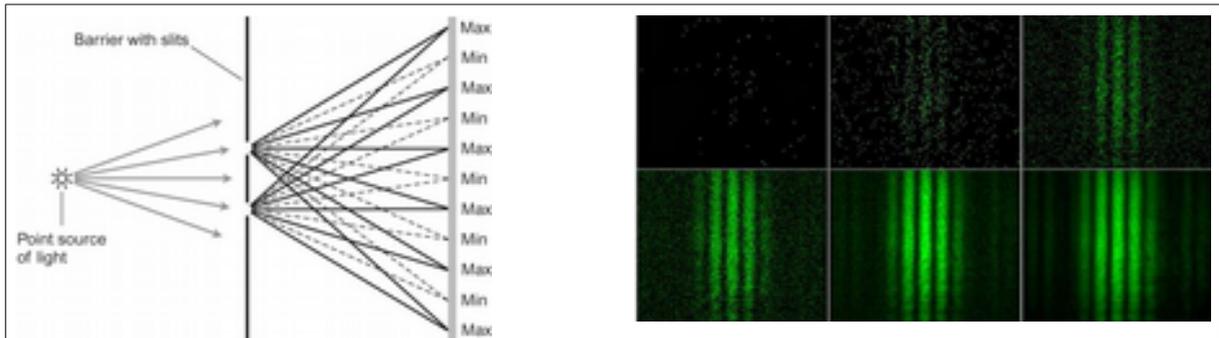


Abb. 48: Interferenzexperiment. Links: Licht trifft auf zwei Spalte. Die ausgehenden Wellen treffen auf den Schirm. Durch die verschiedenen Weglängen verstärken sie sich oder löschen sich aus. Dieses Verhalten kennt man auch von Wasserwellen. Rechts: Das Experiment funktioniert auch mit einzelnen Photonen. Es trifft immer nur ein Photon für sich auf den Schirm und wählt seinen Platz gemäss der quantenmechanischen Wahrscheinlichkeit. Am Anfang (links oben) ist kein Muster erkennbar. Wartet man lange genug (rechts unten), bildet sich das klassisch erwartete Streifenmuster aus. (Quellen: chegg.com / sps.ch)

1.4 Die Unschärferelation

Unschärfe aus der Wellennatur von Ψ

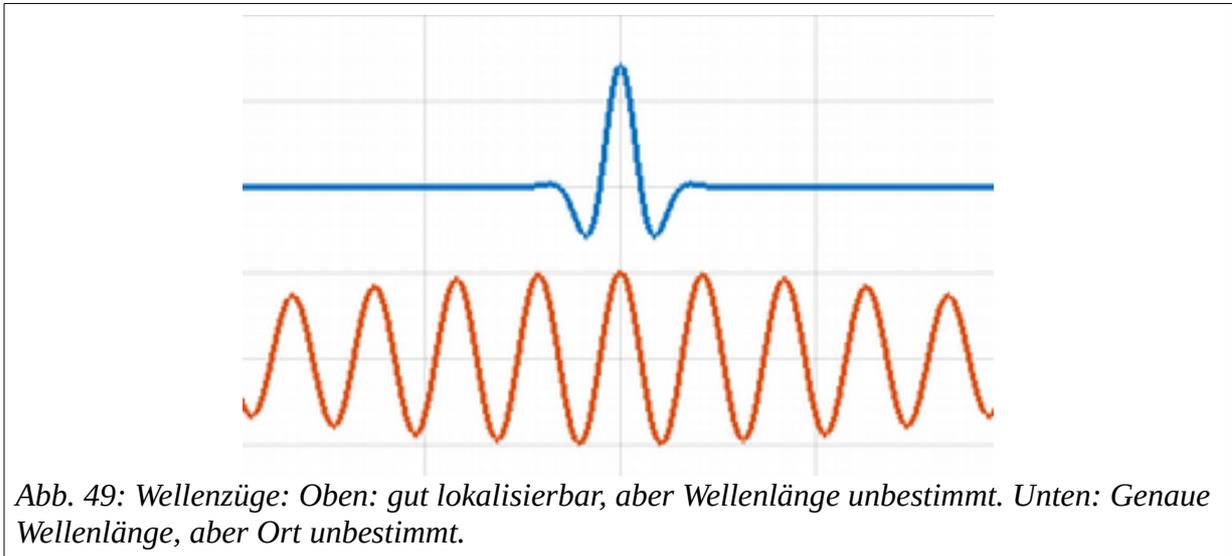


Abb. 49: Wellenzüge: Oben: gut lokalisierbar, aber Wellenlänge unbestimmt. Unten: Genaue Wellenlänge, aber Ort unbestimmt.

- Die Wellennatur der Materie macht es unmöglich, gleichzeitig den Ort und die Wellenlänge zu messen (Abb. 49). Eine perfekte Sinusschwingung mit genau einer Frequenz hat keine Ende und keinen Anfang (untere Kurve). Ein Knall hingegen hat einen genauen Ort, ist aber aus vielen Frequenzen zusammengesetzt (obere Kurve).
- Das Phänomen ist nicht auf die Quantenmechanik beschränkt, sondern gilt für jede Welle. In der Quantenmechanik sind aber Teilchen auch Wellen und das Phänomen gilt deshalb auch zum Beispiel für Elektronen.
- Impuls und Wellenlänge eines Teilchens sind nach De Broglie miteinander verknüpft (Gleichung (41), Seite 65). Es gibt also nicht nur die Unschärfe zwischen Ort und Wellenlänge, sondern auch zwischen Ort und Impuls

$$(\Delta x)(\Delta p) \geq h \quad (72)$$

- «Die Unschärfe im Ort mal die Unschärfe im Impuls ist immer grösser oder gleich der Planckschen Konstante h »
- In der klassischen Mechanik gilt das nicht: Sie können zwei Aufnahmen eines fliegenden Balls hintereinander machen und erhalten Ort und Geschwindigkeit. Die Zeit zwischen den Aufnahmen können sie *klassisch* beliebig klein machen, die Theorie (Newtons Mechanik) setzt keine Grenze.

Weitere unscharfe Variablenpaare, Spin

- Wir haben festgestellt, dass man Ort und Impuls eines Teilchens nicht gleichzeitig messen kann. Es gibt noch weitere Variablen, die sich nicht gleichzeitig messen lassen

- Die wichtigste davon ist der Eigendrehimpuls (Spin) eines Teilchens. Er kommt in halbzahligem Vielfachen von $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ vor: $\pm\frac{1}{2}\hbar, \pm\hbar, \pm\frac{3}{2}\hbar \dots$ etc.
- Wir können den Spin nur jeweils entlang einer Achse messen (z.B. entlang z), der Spin entlang x und y ist dann undefiniert. Messen wir den Spin entlang x, so ist der Spin entlang y und z undefiniert.
- Messen wir den Spin in z-Richtung, erhalten wir ein zufälliges Resultat gemäss den quantenmechanischen Wahrscheinlichkeiten. Messen wir ohne äussere Störungen den Spin in z-Richtung nochmals erhalten wir den gleichen Wert. Messen wir aber zuerst den Spin in z-Richtung, dann in x-Richtung und wieder in z-Richtung, ist die letzte Messung wieder zufällig.

1.5 Der Tunneleffekt

- Dieser Abschnitt greift der Kernphysik etwas vor. Es geht um die Aufenthaltswahrscheinlichkeit an «unmöglichen» Orten.
- Eine Fliege schwirrt durch das Zimmer, langsamer und schneller, und prallt immer wieder gegen die Fensterscheibe. Sie wird nie aus dem Zimmer kommen, wenn Sie nicht das Fenster aufmachen.
- Ein Kettenhund rennt immer wieder davon, bis ihn die Kette stoppt. Innerhalb der Reichweite der Kette kann er sich frei bewegen, aber nicht weiter.
- Im Atomkern fliegen 2 Protonen und 2 Neutronen (ein Alpha-Teilchen) im Kraftfeld der anderen Protonen und Neutronen hin und her. Am Rand des Kerns steigt die rücktreibende Kraft (Fensterscheibe, Kette) sehr stark an, sie werden reflektiert.
- Aber irgendwann – nach 1 Mikrosekunde oder nach einer Milliarde Jahre, sind sie ausserhalb des Kerns, ausserhalb der starken, kurzreichweitigen Kernkraft und werden von der abstossenden Coulomb Kraft (2 positive Ladungen stossen einander ab) vom Kern weggestossen.
- Man stellt diese Situation wie in Abb. 50 dar. Das Teilchen bewegt sich in einem Potentialtopf. Gegen oben ist die Energie abgetragen, horizontal der Abstand vom Zentrum. Hätte das Teilchen genügend Energie, könnte es den Berg der potenziellen Energie überwinden (der Hund zerreisst die Kette). Hat es zu wenig Energie, bleibt es klassisch für ewig gefangen (linkes Bild).

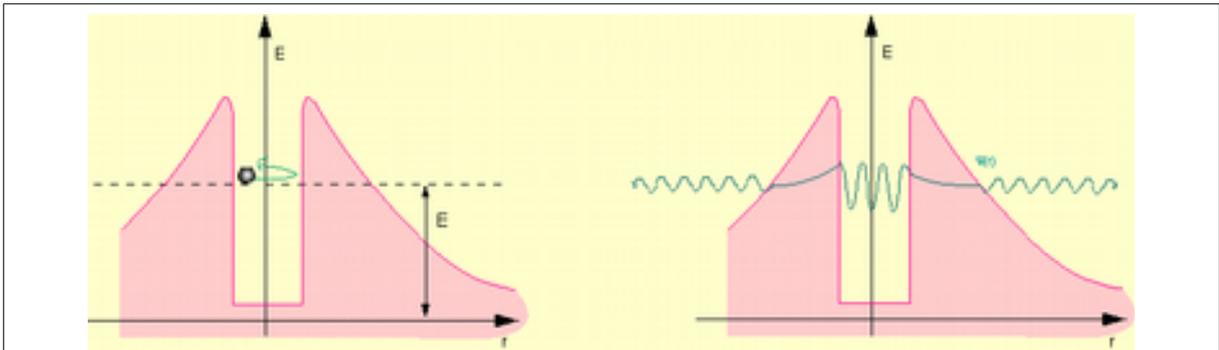
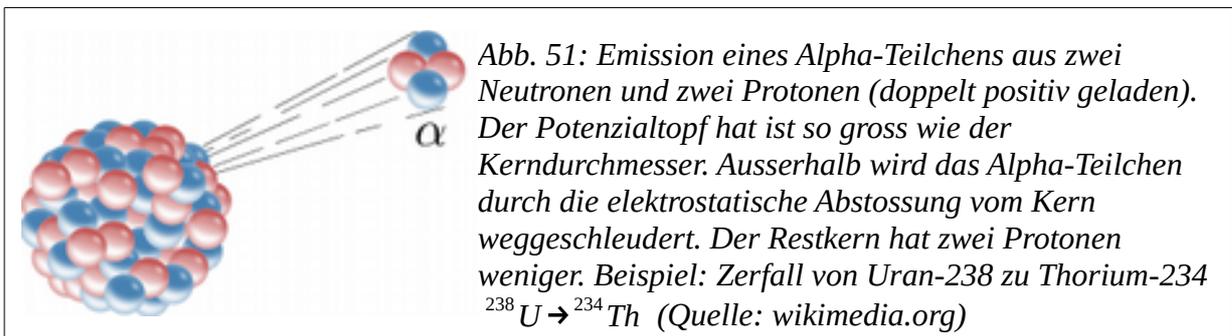


Abb. 50: Ein Teilchen im Potenzialtopf. Links: klassisches, falsches Bild einer harten Kugel im Topf. Rechts: korrektes quantenmechanisches Bild. Das Teilchen ist sowohl im Topf als auch ausserhalb und materialisiert sich entsprechend den Wahrscheinlichkeiten. Dieses Verhalten ist klassisch nicht verständlich. Quelle: physik.uni-muenchen.de

- Für die quantenmechanische Lösung stecken wir die Form der potenziellen Energie (innen senkrechte Wände, aussen $1/r$ Abfall des potenziellen Energie der Coulombkraft) in die Schrödingergleichung (69) auf Seite 94. Wir suchen dann eine Wellenfunktion Ψ , welche die Schrödingergleichung löst. Die Rechnung ist hier zu kompliziert, aber wir können die Lösung diskutieren.
- In Abb. 50 rechts ist eine dünne Linie mit dem Wert von $|\Psi^2|$ eingezeichnet. Das ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen an diesem Ort zu treffen. Innerhalb des Potenzialbergs ist das eine stehende Welle (Gitarrensaiten), in den Wänden des Potenzialbergs fällt die Welle exponentiell ab und läuft ausserhalb weiter.
- Es gibt damit eine grosse Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Topf anzutreffen (klassische Lösung). Aber es gibt auch eine nicht verschwindende Wahrscheinlichkeit, dass das Teilchen sich ausserhalb aufhält und dort von der abstossenden elektrostatischen Kraft fortgeschleudert wird (Abb. 51).



- Diesen Tunneleffekt beobachten wir nicht bei makroskopischen Körpern, weil ihre Wellenlängen viel zu klein sind (Gleichung (44) auf Seite 67).

- Es gibt aber eine ähnliche Erscheinung mit in der Optik. Bei Totalreflexion von Licht dringt ein Teil der Welle exponentiell abfallend in den umgebenden Raum ein und kann einen Spalt zwischen zwei Prismen überbrücken (sogenannte Evaneszenz).

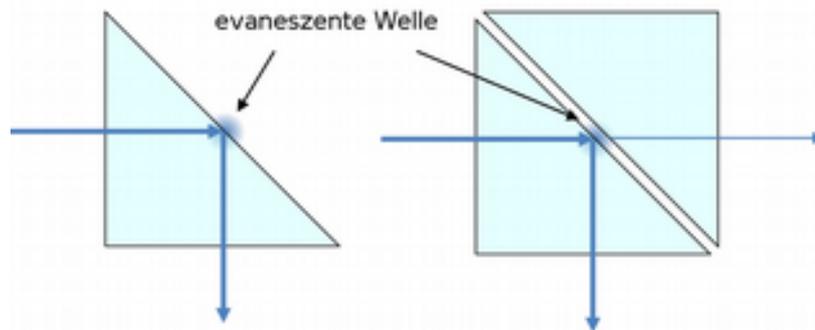


Abb. 52: Evaneszente Welle. Eine Welle (Lichtstrahl von links) wird im Prisma total reflektiert, ein Teil des Lichts tritt aber aus dem Prisma heraus, die Intensität fällt exponentiell ab. In einem nahen zweiten Prisma kann sich die Welle wieder ausbreiten. Das entspricht dem quantenmechanischen Tunneleffekt, der ein Wellenphänomen ist. (Quelle: univie.ac.at)

Das Bild der Fliege oder des Kettenhundes war nur ein Einstieg. Die Bilder sind aber falsch. Wenn sich der Hund befreien will, bewegt er sich zunächst innerhalb des Radius der Kette. Rennt er weiter, reißt die Kette, der Hund ist frei.

Das Alpha-Teilchen war aber schon immer überall oder nirgends: innerhalb des Potentialtopfes, in der Wand und ausserhalb. Es durchbricht nicht die Wand, es erscheint dort, wo es ihm die Wahrscheinlichkeit $|\psi^2|$ vorschreibt.

Das ist mehr als nur eine Spitzfindigkeit, sondern berührt den Kern der Quantenmechanik und ist der Grund für die gedanklichen Schwierigkeiten, die wir mit ihr haben. Wir erhalten immer nur Wahrscheinlichkeiten, nie Gewissheit.

Diese Unsicherheit lockt auch Esoteriker an, die das Unschärfe lieben und nicht gerne rechnen. Die Unsicherheit der QM ist aber streng mathematisch, es lassen sich exakte statistische Aussagen machen.

Aufgabe 24: Seltsame Quantenmechanik

Wir spalten einen Laserstrahl mit einem halbdurchlässigen Spiegel auf und führen die beiden Teilstrahlen über zwei Spiegel wieder auf eine weiss bemalte Platte (ähnlich wie beim Michelson-Interferometer, p. 22). Verlängert oder verkürzt man den einen Lichtweg, so ändert sich wegen der Interferenz zwischen den beiden Strahlen die Helligkeit des Flecks, wo die beiden Strahlen zusammenkommen.

Skizzieren Sie eine solche Apparatur und überlegen Sie, ob sie auch dann funktioniert, wenn man nur ein einzelnes Photon aufs Mal durch den Apparat schickt.

2 Was macht die Quantenmechanik so speziell?

Wir sind bereits einigen seltsamen Schlussfolgerungen aus Bohrs Postulaten begegnet. In diesem Kapitel betrachten wir, wie die Quantenmechanik akzeptiert, hinterfragt und getestet wurde. Die Quantenmechanik ist eine Theorie, die experimentell extrem gut bestätigt ist: Die Natur verhält sich so, wie die QM es voraussagt. Aber die Frage, was den nun die Wellenfunktion «wirklich» ist, bleibt seit über 80 Jahren ungeklärt.

Ich stütze mich wieder auf (Griffiths 2015)

2.1 Verwirrung und Reaktion darauf

Wir zeigen hier die wesentlichen Deutungen der Quantenmechanik. Bedenken Sie immer: Der Formalismus wird durch Messungen sehr genau bestätigt, dort gibt es keinen Interpretationsspielraum. Wir suchen nach einem Verständnis, das uns intuitiv zugänglich ist. Ich fürchte, dass wir nicht soweit kommen werden.

Verwirrende Tatsachen

- Die Quantenmechanik liefert nur Wahrscheinlichkeitsaussagen über den Ausgang eines Experimentes.
- Variablen, die nicht gemessen wurden und die «unscharf» sind zur gemessenen Variable (z.B. Ort – Impuls, Spin in z- und x-Richtung) haben keinen Wert (Nicht «man kennt keinen Wert»).

Reaktion 1: Realistisch bleiben

- Haltung: «Die Quantenmechanik ist unvollständig, wir wissen einfach nicht genug. Wie beim Würfel».
- Diese Haltung vertrat unter anderem Einstein und spitzte sie im sogenannten Einstein-Podolsky-Rosen Paradoxon (EPR, Abschnitt 2.3) zu.
- In diesem Fall müsste es nicht gemessene Parameter geben, man nennt sie «verborgene Parameter». Das ist aber unmöglich, wie Bell 1964 zeigte.

Kopenhagener Deutung

- Idee: Der Ort (oder ein andere Variable) bleibt bis zur Messung unbestimmt. Erst durch die Messung wird das Teilchen gezwungen, sich an einem bestimmten Ort zu zeigen.
- Wiederholte Messungen derselben Variable am gleichen Teilchen ergeben denselben Wert.

- Diese Deutung nennt man den «Kollaps der Wellenfunktion», der Übergang von der Unschärfe der Quantenwelt in die deterministische makroskopische Welt. Sie wurde vom Dänen Niels Bohr vertreten (deshalb Kopenhagen).
- Die Kopenhagener Deutung unterscheidet dadurch zwischen der Mikrowelt, wo die Schrödingergleichung gilt und der Makrowelt, die streng deterministisch abläuft.
- Der Vorgang der Messung erhält dabei eine zentrale Bedeutung, die aber seit 80 Jahren nicht geklärt ist. Nach Bohrs Auffassung entstehen Dinge erst durch Beobachtung.
- Die meisten Physiker halten sich an diese Deutung, das Thema wird aber auch heute noch lebhaft diskutiert. (Straumann 2013) zitiert D. Mermin: «If I were forced to sum up in one sentence what the Copenhagen interpretation says to me, it would be ‘shut up and calculate!’»

Die agnostische²² Haltung

- Haltung: «Es ist in der Physik sinnlos, über die Dinge zu reden, die man nicht messen kann».
- Pauli vertrat diese Meinung: «Ob etwas, worüber man nichts wissen kann, doch existiert, darüber soll man sich (. . .) doch wohl ebensowenig den Kopf zerbrechen wie über die Frage, wie viele Engel auf einer Nadelspitze sitzen können» (zitiert nach (Straumann 2013))
- Diese Haltung löst das Problem auch nicht, sondern kümmert sich einfach nicht darum. Das könnte sinnvoll sein, weil es vielleicht gar keine Frage gibt, die es zu beantworten gilt.

Many Worlds

- Idee: Die Schrödingergleichung gilt für das ganze Universum. Bei jeder Quantenentscheidung entsteht ein neues Universum (grob gesagt).
- Dadurch vermeidet man den Kollaps der Wellenfunktion nach Kopenhagener Deutung. Im Universum A messe ich den Wert +1, im Universum B den Wert -1.
- Verletzt *Ockhams Razor*: Man sollte keine unnötigen Komplikationen einführen. Verglichen mit dem Kollaps der Wellenfunktion scheint die Kreation neuer Universen etwas aufwendig.

2.2 Bohr und Einstein, Solvay Konferenz

- Im Oktober 1927 fand in Brüssel die fünfte Solvay-Konferenz statt, benannt nach ihrem Sponsor, dem belgischen Industriellen Ernst Solvay. Thema war die neue Quantenmechanik.

²² Agnostizismus: Haltung, die unbeantwortbare Fragen offen lässt. Häufig im theologischen Zusammenhang gebraucht

- Die widersprüchlichen Positionen wurden von Bohr (die QM ist vollständig, Kollaps der Wellenfunktion) und Einstein vertreten (die QM ist unvollständig, es gibt verborgene Variable)
- Man erzählt, Einstein habe Bohr beim Frühstück ein neues Problem vorgetragen und Bohr habe am Abend eine Lösung dafür gehabt.
- Einsteins Probleme waren Gedankenexperimente, wie sie seit Galilei in der Physik häufig vorkommen und die sie auch in der Anfängervorlesung vorgestellt haben. Meist nimmt man dabei ideale Bedingungen an (reibungsfrei, beliebig klein, keine Gravitation etc.), um den Kern des Problems herauszuschälen. Ein fiktiver Apparat ist in Abb. 55 dargestellt.

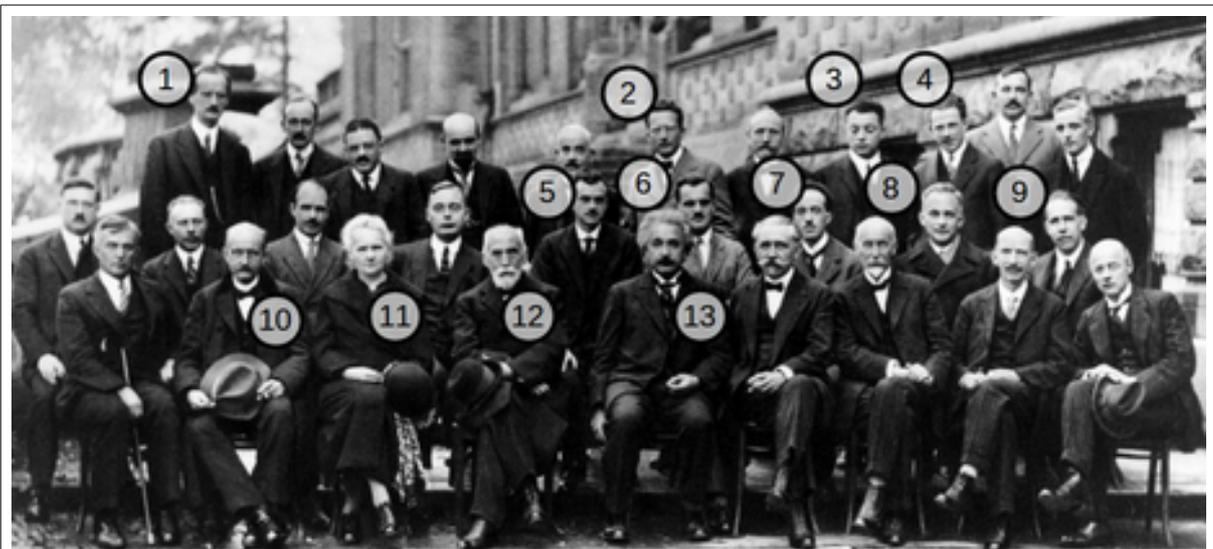


Abb. 53: Teilnehmer an der 5. Solvay-Konferenz 1927 in Brüssel. (1) Auguste Piccard, (2) Erwin Schrödinger, (3) Wolfgang Pauli, (4) Werner Heisenberg, (5) Paul Dirac, (6) Arthur Compton, (7) Louis-Victor De Broglie, (8) Max Born, (9) Niels Bohr, (10) Max Planck, (11) Marie Curie, (12) Hendrik Lorentz, (13) Albert Einstein (Quelle: Wikimedia)

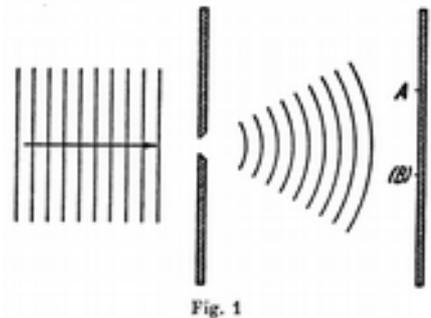
- Einer der ersten Einwände war, dass scheinbar Geschwindigkeiten grösser als die Lichtgeschwindigkeit auftreten (Nichtlokalität), siehe Abb. 54. Ein Teilchen, das durch den Spalt geflogen ist, hat auf dem Schirm eine bestimmte Wahrscheinlichkeitsverteilung. Wird es aber im Punkt A lokalisiert, ist die Wahrscheinlichkeit für den Aufenthalt bei A offensichtlich 1 und bei B deshalb 0.
- Dieser «Kollaps der Wellenfunktion» geschieht ohne Zeitverzögerung, es wird scheinbar von A nach B Information mit Überlichtgeschwindigkeit übertragen.
- Das kann nicht sein – so Einsteins Argument – das Teilchen muss bereits vorher wissen, wo es auftrifft. Es gibt verborgene Information, die wir nicht kennen.

- Dieses Argument taucht später im EPR-Paradoxon auf (Abschnitt 2.3, p. 108) und wird in den 70er Jahren experimentell widerlegt.

Der Fehlschluss: Es wird keine Information übertragen. Der Ort der Detektion und damit die Pulsfolge in B ist zufällig, ich kann in der Pulsfolge keine Nachricht kodieren.

Abb. 54: Mögliche Nichtlokalität. Eine Welle tritt von links durch den Spalt. Wartet man lange genug, bildet sich auf dem Schirm rechts ein Interferenzmuster wie in Abb. 48 (p. 98). Tritt nur ein einzelnes Teilchen ein, ist seine Wahrscheinlichkeitsverteilung auf dem Schirm Ψ^2 .

Wird es bei A detektiert ist $\Psi^2(A)=1$ und im gleichen Moment $\Psi^2(B)=0$

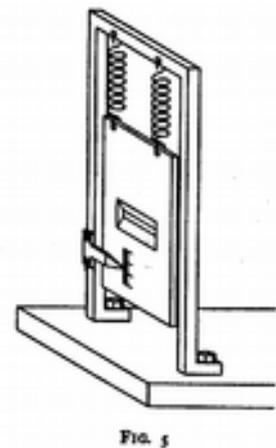


- Das Problem tritt bereits bei einem einfachen Vorgang ein. Ein Atom sendet ein Photon aus. Die Welle Ψ breitet sich gleichförmig im ganzen Raum aus. Wenn Sie das Photon als kleinen Lichtblitz wahrnehmen, kann es ab diesem Moment nirgendwo anders mehr sehen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist kollabiert - 1 in ihrem Auge, 0 sonst.

Abb. 55: Beispiel für einen hypothetischen Apparat aus der Bohr-Einstein-Debatte.

Ein Teilchen fliegt durch den horizontalen Schlitz und erzeugt auf einem dahinterliegenden Schirm ein Interferenzmuster. Mit dem Apparat lässt sich feststellen, wieviel Impuls in der vertikalen Richtung auf den Schlitz übertragen wurden.

Damit liesse sich der Ort des Teilchens auf dem Schirm bereits vorhersagen, bevor es dort ankommt und es gäbe keinen Kollaps der Wellenfunktion. Eine sorgfältige Analyse zeigt, dass aber das Interferenzmuster verschwindet, wenn man den Impuls misst. (Quelle: Wikimedia)



2.3 Einstein-Podolsky-Rosen Paradoxon (EPR)

Der Hintergrund

- Einstein hörte nicht auf, an der Quantenmechanik zu zweifeln. Das ist üblich in der Wissenschaft und macht Theorien stärker.
- 1935 publiziert Einstein zusammen mit Boris Podolsky und Nathan Rosen einen Artikel «Kann die quantenmechanische Beschreibung der physikalischen Realität als vollständig betrachtet werden?»²³
- Darin beschreiben Sie ein Experiment, in dem eine Messung eine andere Messung beeinflusst. Der Einfluss geht in kurzer Zeit über eine grosse Distanz, es wäre Überlichtgeschwindigkeit erforderlich («[...] ist die Hypothese einer schwer annehmbaren Fernwirkung impliziert.»)
- Pauli kommentierte die Arbeit in einem Brief an Heisenberg vom 15. Juni 1935²⁴:

Einstein hat sich wieder einmal zur Quantenmechanik öffentlich geäußert und zwar im Heft des Physical Review vom 15. Mai (gemeinsam mit Podolsky und Rosen – keine gute Kompanie übrigens). Bekanntlich ist das jedes Mal eine Katastrophe, wenn es geschieht. «Weil, so schließt er messerscharf – nicht sein kann, was nicht sein darf» (Morgenstern).

Immerhin möchte ich ihm zugestehen, daß ich, wenn mir ein Student in jüngeren Semestern solche Einwände machen würde, diesen für ganz intelligent und hoffnungsvoll halten würde. – Da durch die Publikation eine gewisse Gefahr einer Verwirrung der öffentlichen Meinung – namentlich in Amerika – besteht, so wäre es vielleicht angezeigt, eine Erwiderung darauf ans Physical Review zu schicken, wozu ich Dir gerne zureden möchte.

Die Forderungen von Einstein, Podolsky und Rosen

- Eine vernünftige Theorie soll die folgenden drei Anforderungen erfüllen (nach (Pade 2012b))
- Realität: Messgrößen sind Eigenschaften des Systems
- Lokalität: Teile des Systems, die nicht mit Lichtgeschwindigkeit erreichbar sind, haben keinen Einfluss (raumartig getrennt).
- Vollständigkeit: Es darf keine weiteren verborgenen Einflüsse geben

23 A. Einstein, B. Podolsky und N. Rosen, Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?, Physical Review, 47, 777–780 (1935)

24 Zitiert nach (Kiefer 2015)

- Die Arbeit von Bell 1964 und darauf basierend die Experimente von Alain Aspect 1982 zeigten, dass diese Forderungen nicht alle erfüllbar sind.

Die Quantenmechanik ist vollständig (sie beschreibt alles, was man über das System wissen kann), aber sie ist weder realistisch (Eigenschaften von Teilchen können nicht sicher vorhergesagt werden, nur die Wahrscheinlichkeit ihrer Messung) noch ist sie lokal (raumartig getrennte Ereignisse beeinflussen einander).

Das EPR-Gedankenexperiment

- Wir beschreiben ein einfacheres, aber zum EPR-Paper äquivalentes Experiment (Griffiths 2015)
- Ein Teilchen zerfällt in zwei andere Teilchen. Es gibt eine Grösse S , die beim Zerfall erhalten bleibt. Wenn ich bei einem Teilchen s_1 messe, muss ich beim anderen Teilchen $s_2 = S - s_1$ messen.
- Konkretes Beispiel: Ein Pion in Ruhe zerfällt in ein Elektron und ein Positron ($\pi^0 \rightarrow e^- + e^+$), die wegen der Impulserhaltung unter 180° auseinanderfliegen. Das Pion hat Spin (Eigendrehimpuls) 0, Elektron und Positron haben Spin $+1/2$ und $-1/2$. Messe ich den Spin des Elektrons, kenne ich den Spin des Positrons.
- Das scheint unspektakulär. Schneide ich 1 Kilo Käse in zwei Stücke und wäge das eine, kenne ich das Gewicht des anderen sofort. Aber die Masse von Käse ist keine Zufallsgrösse!
- In der QM gibt es immer nur eine Wahrscheinlichkeit, einen Wert zu messen. Der Spin des Elektrons in eine bestimmte Richtung kann zwei Werte annehmen. Im Mittel zeigt er in derselben Hälfte der Messungen nach oben, in der Hälfte nach unten. Wir können aber auch – wie beim Wurf einer Münze – zehn Mal «+» messen oder 20 Mal «-» .
- Wir bauen unseren Apparat so, dass die beiden Messungen 30 Meter voneinander stattfinden. Wir stellen unsere Messapparaturen auf einen zufälligen, bei beiden gleichen Winkel. Messen wir am einen «+» messen wir am anderen *immer* «-».
- Licht braucht $30 \text{ m} / 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 100 \text{ ns}$ von der einen Messung zur anderen. Wenn wir die Messung innerhalb von 100 ns gleichzeitig machen, gibt es keinen Weg, dass eine Information von der einen zur anderen Messung gelangen könnte.
- Es scheint, als ob die beiden Messungen mit Überlichtgeschwindigkeit miteinander kommunizieren würden. Das tun sie nicht – sie müssen nicht miteinander reden, weil sie ein einziger Zustand sind, die beiden Zustände sind verschränkt.

- Die Natur verhält sich wieder einmal komplett widersinnig, aber gemäss den Regeln der QM.
- Diese Verschränkung geht im Prinzip beliebig weit. Sie wird aber aufgehoben, wenn die Teilchen mit der Umgebung wechselwirken, z.B. an Atome stossen oder in einem Magnetfeld ausgerichtet werden (Dekohärenz).

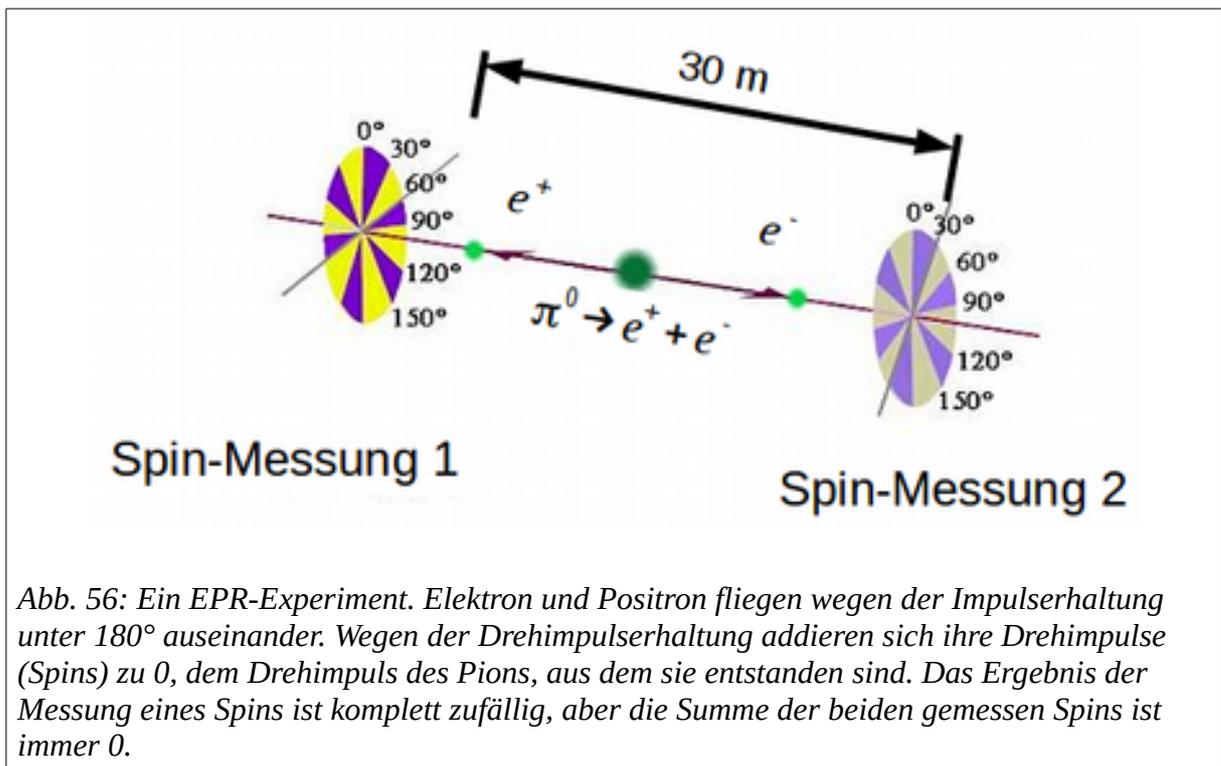


Abb. 56: Ein EPR-Experiment. Elektron und Positron fliegen wegen der Impulserhaltung unter 180° auseinander. Wegen der Drehimpulserhaltung addieren sich ihre Drehimpulse (Spins) zu 0, dem Drehimpuls des Pions, aus dem sie entstanden sind. Das Ergebnis der Messung eines Spins ist komplett zufällig, aber die Summe der beiden gemessenen Spins ist immer 0.

2.4 Bells Ungleichung und Nichtlokalität

- Das EPR-Paradoxon blieb fast 30 Jahre lang ungelöst. Erst 1964 bewies der Physiker und Mathematiker John Bell dass die Quantenmechanik keine lokale, realistische Theorie sein kann und sie damit den Forderungen von Einstein, Podolsky und Rosen widerspricht (Abschnitt).
- Bell stellte eine Ungleichung auf, die sich experimentell nachmessen liess. Alain Aspect lieferte 1982 den experimentellen Nachweis und bis heute werden seine Experimente immer weiter verfeinert.
- Die Quantenmechanik ist tatsächlich nicht-realistisch und nicht-lokal und Einsteins «spukhafte Fernwirkungen» sind Natur.
- Das heisst nicht, dass wir Botschaften schneller als mit Lichtgeschwindigkeit austauschen können. Das Experiment im Abschnitt gibt immer ein *zufälliges* Ergebnis für eine Messung, die zweite ist aber immer vollständig korreliert.

Die SRT fordert nur dies: Keine Information (und schon gar kein Körper) kann sich schneller als mit c bewegen. Diese Forderung wird durch die Quantenmechanik nicht verletzt.

2.5 Schrödingers Katze

- Verwirrend: Eine Theorie, die den Ausgang von Experimenten sehr präzise vorhersagt (z.B. Interferenzmuster, Spektrallinien), deren Interpretation aber völlig unklar ist. Gibt es die Welt, wenn wir nicht hinschauen? Entsteht sie erst durch den «Kollaps der Wellenfunktion».
- Schrödinger dachte sich 1935 das Katzenparadoxon aus, um die Absurdität darzustellen²⁵.

Man kann auch ganz burleske Fälle konstruieren. Eine Katze wird in eine Stahlkammer gesperrt, zusammen mit folgender Höllenmaschine (die man gegen den direkten Zugriff der Katze sichern muß): in einem GEIGERschen Zählrohr befindet sich eine winzige Menge radioaktiver Substanz, so wenig, daß im Lauf einer Stunde vielleicht eines von den Atomen zerfällt, ebenso wahrscheinlich aber auch keines; geschieht es, so spricht das Zählrohr an und betätigt über ein Relais ein Hämmerchen, das ein Kölbchen mit Blausäure zertrümmert. Hat man dieses ganze System eine Stunde lang sich selbst überlassen, so wird man sich sagen, daß die Katze noch lebt, wenn inzwischen kein Atom zerfallen ist. Der erste Atomzerfall würde sie vergiften haben. Die Ψ -Funktion des ganzen Systems würde das so zum Ausdruck bringen, daß in ihr die lebende und die tote Katze (s. v. v.) zu gleichen Teilen gemischt oder verschmiert sind.

Das Typische an diesen Fällen ist, daß eine ursprünglich auf den Atombereich beschränkte Unbestimmtheit sich in grobsinnliche Unbestimmtheit umsetzt, die sich dann durch direkte Beobachtung entscheiden läßt. Das hindert uns, in so naiver Weise ein „verwaschenes Modell“ als Abbild der Wirklichkeit gelten zu lassen. An sich enthielte es nichts Unklares oder Widerspruchsvolles. Es ist ein Unterschied zwischen einer verwackelten oder unscharf eingestellten Photographie und einer Aufnahme von Wolken und Nebelschwaden.

- Das Paradoxon illustriert die Schwierigkeit, wenn man vom mikroskopischen, einfachen, sauberen Quantensystem auf ein makroskopisches, komplexes, reales System übergeht.
- Wie gehen moderne Physiker mit der Quantenmechanik um? Ich habe dazu einen ehemaligen Studienkollegen befragt, der in theoretischer Physik abgeschlossen hat:

²⁵ Erwin Schrödinger, Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik, Die Naturwissenschaften, 48(1935), 807-812

Leider habe ich den quantenmechanischen Messprozess, mit Einbezug der Messapparatur und Dekohärenz & Co., nie wirklich studiert. Trotzdem konnte ich QM betreiben, und zwar unter folgender Voraussetzung: Eine Messapparatur ist eine Black Box, von der nur die sagenumwobenen Experimentalphysiker wissen, wie man sie baut. Sie sagt mir, welchen Wert eine Observable bei der Messung angenommen hat. Er muss ein Eigenwert des zur Observablen gehörigen Operators sein und die im Labor praktisch nie beobachteten Theoretiker können seine Eintretenswahrscheinlichkeit berechnen.

Schrödingers Katze passt hier nicht hin. Das wars. Schön'n Tach noch!

- Das entspricht der Haltung «shut up and calculate», die wir im Abschnitt Kopenhagener Deutung (p. 104) kennengelernt hatten.

2.6 Dekohärenz

- Mikroskopisch ist die Welt von Wahrscheinlichkeiten beherrscht, makroskopisch ist sie deterministisch. Schrödingers Katze bringt diesen Konflikt auf den Punkt.
- Der Widerspruch ist bis heute nicht sauber geklärt und ist immer noch Gegenstand von Debatten.
- Der Konsens ist, dass es kaum isolierte Systeme gibt, wir können keine System komplett von der Welt abkoppeln.
- In diesem Sinne wird an jedem System dauernd gemessen und es kann sich nicht beliebig lange in einem gemischten Zustand aufhalten.
- Der Situation ist vielleicht vergleichbar mit der Zeitumkehr in der klassischen Mechanik. In der Newtonschen Mechanik sind alle Vorgänge umkehrbar: wenn im Film ein Ball von der Wand reflektiert wird, können wir nicht sagen, ob der Film vorwärts oder rückwärts läuft. Kommt aber die Statistik ins Spiel wie bei einem Ei, das auf dem Boden zerplatzt, gilt die mikroskopische Zeitumkehr nicht mehr. Die Zeit geht immer vorwärts.

Aufgabe 25: EPR verstehen?

Im EPR-Experiment bleiben zwei Teilchen in auch über grosse Distanzen in einem gemeinsamen Zustand. Fragt man eines der Teilchen, wie es polarisiert ist, richtet sich das andere sofort so aus, wie es der gemeinsame Zustand verlangt.

Man könnte argumentieren (Achtung: Falsches Bild!) da sei dasselbe wie einem Münzwurf. Ich werfe eine Münze und mache einen Abdruck der Oberseite und der Unterseite. Beide entferne ich weit voneinander. Wenn der Abdruck der Oberseite einen Kopf zeigt, weiss ich sofort, dass der andere Abdruck Zahl sein muss. Erklären Sie, weshalb dieses Bild falsch ist.

3 Lösungen der Schrödingergleichung

Die Schrödingergleichung hat in der Quantenmechanik die Bedeutung von Newtons Verknüpfung von Kraft mit Beschleunigung. In diesem Abschnitt schauen wir zwei Anwendungen der Schrödingergleichung an. Das entspricht der Suche nach Lösungen der Schwingungsgleichung eines Federpendel, wie Sie es im zweiten Semester gemacht hatten.

3.1 Die allgemeine Schrödingergleichung

- Wir wiederholen hier die Schrödingergleichung (69) und suchen Lösungen für Spezialfälle (wie z.B. den Tunneleffekt in Abschnitt 1.5).

$$i \hbar \frac{d \Psi}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi}{dx^2} + V \Psi \quad (73)$$

- Die Gleichung kommt die Grösse Ψ , ihre erste und zweite Ableitung vor und ein additiver Term ($V \Psi$). Die Suche nach Lösungen wird zäher werden als bei der Schwingungsgleichung und ist im allgemeinen nur numerisch möglich. Wir beschränken uns auf einige einfache Fälle, deren Lösung wir nachvollziehen können.

3.2 Das freie Teilchen

- Wir betrachten den Fall eines freien Teilchens, das sich ohne äussere Kräfte bewegt und den Fall des Wasserstoffatoms, wo wir bereits die Frequenz und damit die Energie der Übergänge kennen (Balmer-Formel im Abschnitt 2.3, p. 56).
- Ich folge in der Darstellung Griffiths' «Introduction to Quantum Mechanics» ((Griffiths 2005)).
- Ohne äussere Kräfte ($V=0$ in Gleichung (73)) reduziert sich die Schrödinger zu:

$$i \hbar \frac{d \Psi}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi}{dx^2} \quad (74)$$

- Klassisch ist das der einfachste Fall: Ein Teilchen bewegt sich kräftefrei. Die Beschleunigung ist 0, die Geschwindigkeit konstant. Quantenmechanisch ist es nicht so einfach.
- Gleichung (74) lässt sich umformen, dass sie zu einer Schwingungsgleichung wird (die Umformung selber ist hier zu aufwendig). E ist die Energie des Teilchens:

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} = -k^2 \Psi \quad \text{mit } k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (75)$$

- Im ersten Semester findet man als Lösung dieser Gleichung trigonometrische Funktionen (Sinus, Kosinus). Im Allgemeinen wie hier sind die Lösungen Linearkombinationen von Exponentialfunktionen (wegen $e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$) mit beliebigen Koeffizienten A und B.

$$\Psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (76)$$

- Nun haben wir Ψ^2 als Aufenthaltswahrscheinlichkeit definiert. Wenn wir also das Integral derselben quadrierten Gleichung (76) über alle x bilden, sollte 1 herauskommen (irgendwo ist das Teilchen). Aber das Quadrat eines Sinus ist immer positiv, das Ergebnis ist unendlich!
- Gleichung (76) ist zwar eine mathematische Lösung (sie erfüllt die Differenzialgleichung (75)), aber keine physikalisch sinnvolle (das Teilchen ist überall und hat deshalb an jedem Ort die Aufenthaltswahrscheinlichkeit 0).
- Eine Lösung ergibt sich wenn wir eine Summe von Sinus und Kosinus verschiedener Frequenz und abfallender Amplitude addieren. Wie erhalten dann einen kurzen Wellenzug, den man ein Wellenpaket nennt.

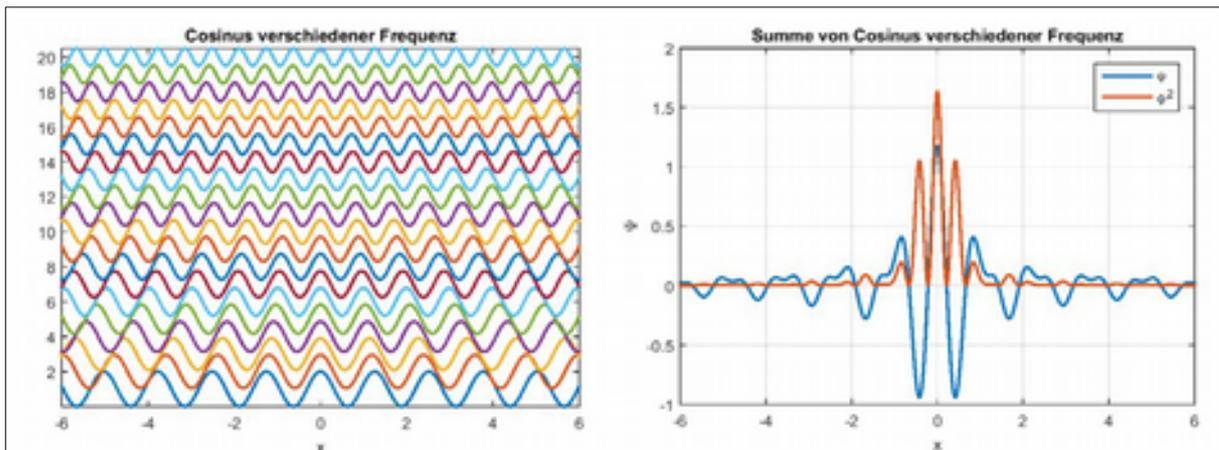


Abb. 57: Entstehung eines Wellenpaketes. Viele Kosinus verschiedener Frequenz und fallender Amplitude (links) summieren sich zu einem Wellenzug, der nur um 0 herum eine Auslenkung hat und sich deshalb normieren lässt (rechts). Blau ist die Summe der Kosinus (entspricht der Wellenfunktion Ψ), orange die Aufenthaltswahrscheinlichkeit Ψ^2 . Die Einheiten sind beliebig.

3.3 Potentialtopf mit senkrechten Wänden

- Wir schliessen das Teilchen in einem Potenzial ein, das bei $x=0$ und $x=L$ sehr steil ansteigt und dazwischen null ist (Abb. 58).

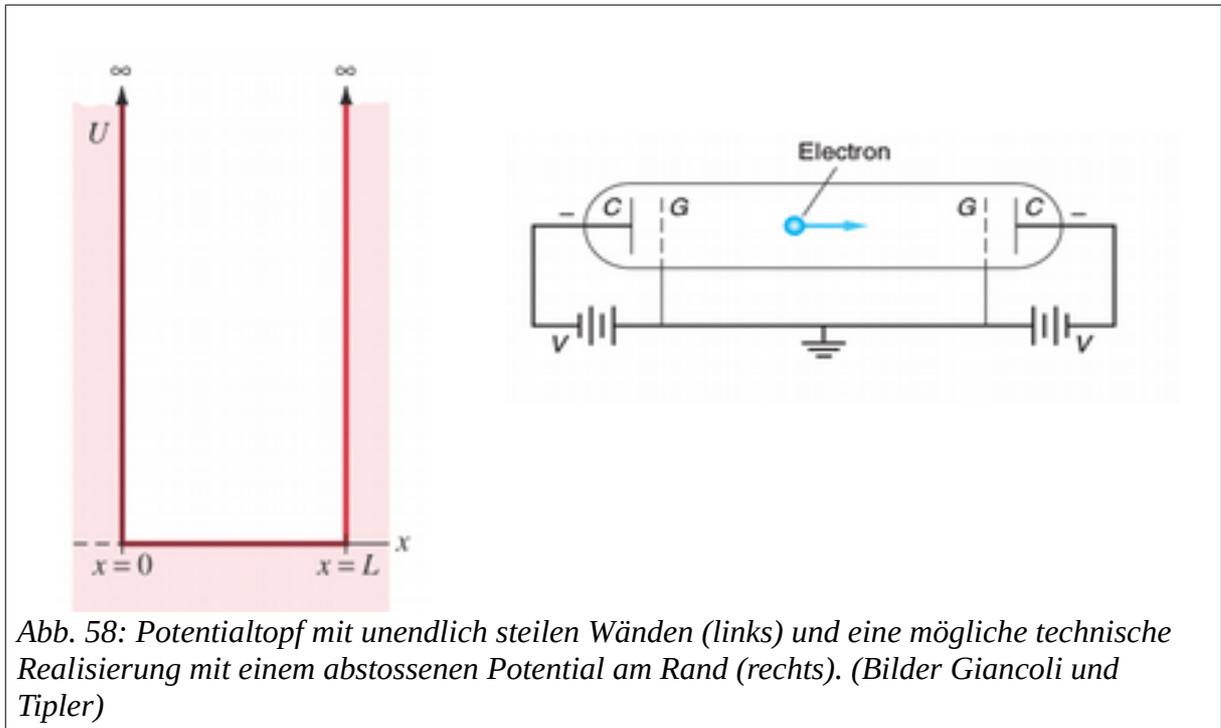


Abb. 58: Potentialtopf mit unendlich steilen Wänden (links) und eine mögliche technische Realisierung mit einem abgestoßenen Potential am Rand (rechts). (Bilder Giancoli und Tipler)

- Innerhalb des Topfes erhalten wir die Lösung für ein freies Teilchen (F bezeichnet den ortsabhängigen Teil der Lösung): $F(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx)$.
- Am Rand muss die Funktion verschwinden (null werden). Es kommt deshalb nur ein Sinus als Lösung in Frage.
- Der Sinus muss in den Topf passen, seine Wellenlänge muss ein ganzzahliger Bruchteil der doppelten Länge des Topfes sein: $\lambda = \frac{2L}{N}$, $N = 1, 2, 3, \dots$. Das ist analog zu den möglichen Schwingungen einer gespannten Saite an einer Gitarre.
- Dadurch sind die möglichen Energien gequantelt. Alle Energien sind Vielfache der tiefsten Energie.

3.4 Das Wasserstoffatom

Die Schrödingergleichung mit potenzieller Energie

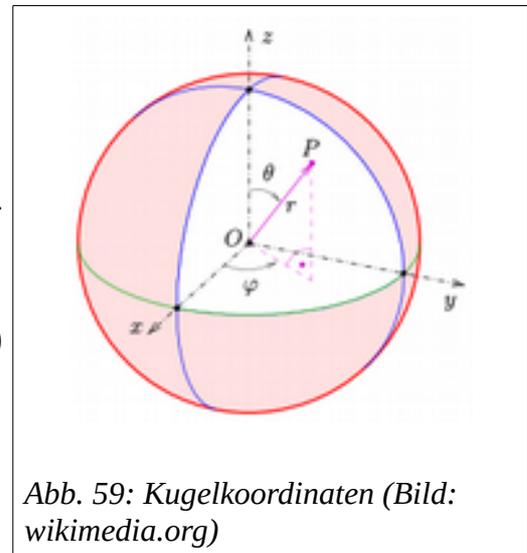
- Das Wasserstoff-Atom besteht aus einem schweren Proton der Ladung $+e$, das von einem 2000 Mal leichteren Elektron umkreist wird.

- Das Wasserstoff-Atom hatten wir bei den Balmerlinien kennengelernt (Abschnitt 2.3, p. 56). Die Schrödingergleichung beschreibt das Verhalten des Elektrons im Feld des zentralen Protons. Insbesondere sind darin die Energiedifferenzen zwischen den verschiedenen Bahnen enthalten, die wir als farbige Spektrallinien kennengelernt haben.
- Die klassische Elektrodynamik gilt hier immer noch. Wir setzen die potenzielle Energie des Elektrons im Feld des Kerns als:

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (77)$$

Wahl des Koordinatensystems

- Das Wasserstoffatom hat eine Kugelsymmetrie. Es gibt einen festen Punkt (der Kern), um den sich das Elektron bewegt. Wir wählen deshalb ein sphärisches Koordinatensystem in drei Dimensionen beschrieben. Die Detailrechnungen sind sehr mühsam, wir schauen uns nur die Lösungen an.
- Die drei Koordinaten sind Radius r , Polarwinkel θ (von oben gemessen) und Azimutwinkel φ (Abb. 59).
- Diese drei Koordinaten entsprechen den drei Quantenzahlen für Energie, Gesamtdrehimpuls und Drehimpuls in z -Richtung.



Lösungsansatz

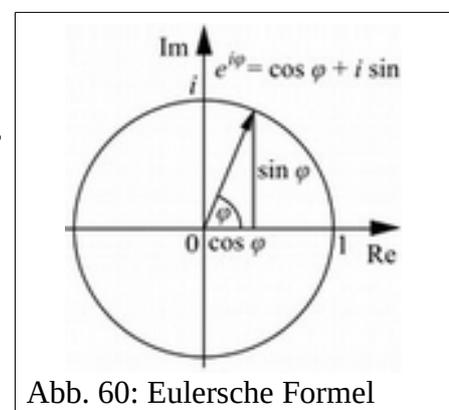
- Das Potenzial hängt nur vom Abstand r ab. Die Wellenfunktion lässt sich deshalb darstellen als ein Produkt dreier Funktion je einer Variablen (ohne Herleitung):

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \cdot T(\theta) \cdot F(\varphi) \quad (78)$$

- Wir schauen die drei Lösungen im Folgenden an. Zu jeder Funktion wird sich in der Lösung ein ganzzahliger Wert ergeben. Für R die Energiequantelung in « n », für T die Drehimpulsquantelung « l » (kleines L) und für F die Quantelung der z -Komponente des Drehimpulses « m ».

Lösung für F (Azimutwinkel)

- Die Lösung für die azimutale Funktion ist:



$$F(m, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i \cdot m \cdot \phi} \quad (79)$$

- Die Exponentialfunktion $\exp(i m \phi)$ beschreibt eine komplexe Zahl auf dem Einheitskreis, die um den Winkel $m \phi$ gedreht ist.

Lösung für T (Polarwinkel)

- Die Lösung für die polare Funktion ist

$$T_l^m \propto P_l^m(\cos \theta) \quad -l \leq m \leq l \quad (80)$$

- Die Quantenzahl l beschränkt die Werte der Quantenzahl m auf der Lösung für F . Wenn $l=0$, dann ist $m=0$. Für $l=1$ kann m die Werte $-1, 0, 1$ annehmen etc.
- Die Funktionen P sind Kugelfunktionen, die Potenzen von Sinus- und Kosinusfunktionen enthalten. Das Produkt $F T$ bezeichnet man als Kugelflächenfunktionen. Man finden sie tabelliert:

$$Y_l^m(\theta, \phi, m, l) = T_l^m(\cos \theta) F_m(\phi) \quad (81)$$

l	m	Formel	Drehimpuls L	L_z	Bezeichnung
$l=0$	$m=0$	$Y_0^0 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}$	\bar{h}	0	s-Orbital
$l=1$	$m=\pm 1$	$Y_1^{\pm 1} = \mp \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$	$\sqrt{2} \cdot \bar{h}$	$\pm \bar{h}$	p-Orbital
	$m=0$	$Y_1^0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \cos \theta$		0	

Tabelle 4: Die ersten Kugelflächenfunktionen, die sich als Lösung für den radialen und den polaren Teil der Wellengleichung in der Schrödingergleichung ergeben.

Die Quantenzahlen l und m

- Es zeigt sich, dass der Drehimpuls des Elektrons, das um den Kern rotiert, nur die Werte $L = \sqrt{l(l+1)} \cdot \bar{h}$ annehmen kann. Die z-Komponente hat gleichzeitig den Wert $m \bar{h}$. Es treten keine Zwischenwerte auf (Abb. 61).
- Die Drehimpulskomponente in x- und y-Richtung sind unbestimmt im quantenmechanischen Sinne. Es ist sinnlos, nach ihnen zu fragen.

- Ohne äusseres Magnetfeld hängt die Energie des Elektrons nicht von l und m ab. Erst im äusseren Magnetfeld spalten sich die Spektrallinien auf.

Lösung für R (radialer Teil)

- Die Lösung für R ergibt sich als

$$R_{n,l} = A_{n,l} \cdot (r \alpha_n)^l e^{\alpha_n r/2} L_{n-l}^{2l+1} \quad (82)$$

- Dabei sind die L die verallgemeinerten Laguerre-Polynome, auf die wir hier nicht eingehen.
- Bei dieser Herleitung ergeben sich für die Energien des Elektrons die Werte

$$E_n = - \left[\frac{m}{2h^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \right] \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2} \quad (83)$$

- Das ist die allgemeine Ausdruck der Formel, die Balmer gefunden hat (Abschnitt 2.3, p. 56).

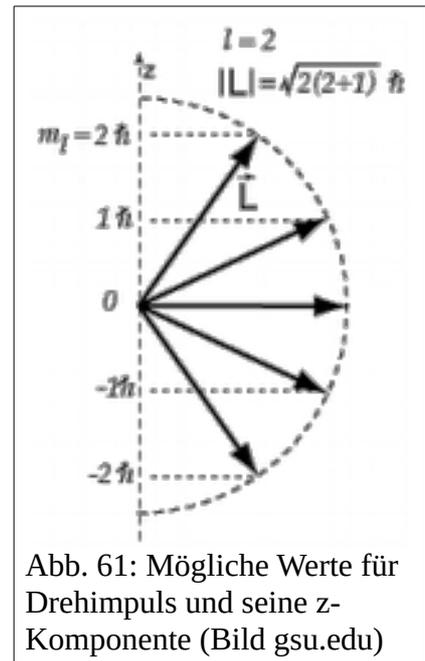
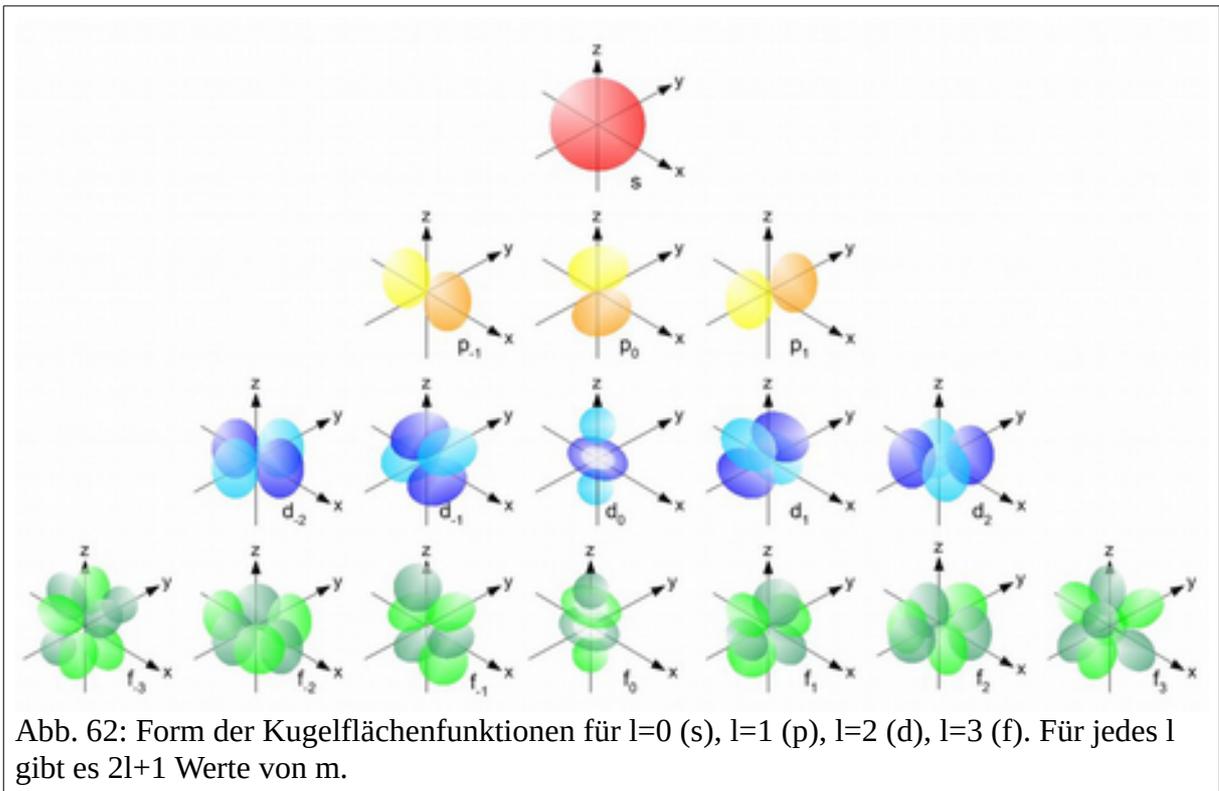


Abb. 61: Mögliche Werte für Drehimpuls und seine z-Komponente (Bild gsu.edu)

Graphische Darstellung



4 Quantencomputer

Quantencomputer scheinen sich von einer esoterischen Spinnerei zu ernsthaften Rechnern zu entwickeln. Ich nehme an, dass sie bis 2025 für spezialisierte Aufgaben produktiv sein werden.

4.1 Übersicht

Dieses Kapitel ist vorerst nur ein Platzhalter. Mir fehlt noch die Erfahrung, um kompetent über Quantencomputer zu schreiben. Wenn Sie auf einem echten Quantencomputer arbeiten wollen, besuchen Sie <https://quantumexperience.ng.bluemix.net>. IBM stellt dort einen Editor, Simulator und Quantencomputer zur Verfügung, um erste Erfahrungen zu sammeln.

Eine sehr gute Übersicht gibt Brands in seinem Buch «Quantencomputer» (Brands 2011). Ich zitiere aus Kapitel 6.1 «Funktionsweise von Quantencomputern»:

Quantencomputer unterscheiden sich grundlegend von heutigen Computern, und wir wollen diese Unterschiede einmal schrittweise herausarbeiten. Vereinfachend wird oft behauptet, Quantencomputer seien in der Lage, viele Rechnungen gleichzeitig durchzuführen, doch das ist so nicht korrekt, sondern klassifiziert eher Clustercomputer, also klassische Multiprozessorsysteme, die (zumindest zeitweise) unabhängige Teile einer Gesamtaufgabe gleichzeitig unabhängig voneinander lösen.

Der Wahrheit näher kommt die Aussage, Quantencomputer könnten aus einer Vielzahl von potentiellen Lösungen die korrekte herausfiltern. Das ist etwas grundsätzlich anderes als die gleichzeitige Berechnung vieler Aufgaben. Der Quantencomputer erhält eine Aufgabe mit sämtlichen Lösungen, von denen nach Abschluss des Prozesses idealerweise nur noch eine übrig ist, während der Cluster einen Algorithmus erhält und diesen mit vielen verschiedenen Aufgabenstellungen ausführt (und natürlich ebenfalls stoppt, wenn er die Lösung ermittelt hat).

Auch dieses Bild ist aber noch wesentlich zu einfach, so dass wir noch weiter verfeinern müssen. Ein Quantencomputer erhält zu Beginn der Aufgabe eine Superposition aller potentiell als Lösung in Frage kommender Werte, also solcher, die die Aufgabe lösen, sowie auch auszuschliessenden falschen Werten. In der Regel besitzen alle Lösungen zu Beginn die gleich Wahrscheinlichkeit, d. h. wird eine Messung durchgeführt, so sind alle Werte gleich wahrscheinlich.

Während ein klassischer Computer nun nacheinander alle Werte ausprobiert und die unpassenden aussondert, verschränkt der Quantencomputer während des Ablaufs des Algorithmus die Superposition der Eingabewerte so mit den Ausgaben, dass die gesuchten Lösungen zu einer Verstärkung der dazu gehörenden Mischfaktoren der Eingabewerte führen.

Bei einer Messung nach Abschluss der Quantenrechnung erhält man einen der Eingabewerte, der nicht unbedingt die Lösung der Aufgabe sein muss, sondern auch ein falscher Wert sein kann. Die korrekten Lösungen treten nur mit einer gewissen statistischen Wahrscheinlichkeit auf, die sich aus dem Rechnungsverlauf ergibt. Zur Kontrolle muss daher ein klassischer Computer das Messergebnis dahingehend prüfen, ob es sich tatsächlich um eine Lösung des Problems handelt. Falls nicht – und das wird bei vielen Messungen der Fall sein – ist die Quantenrechnung (oft sehr häufig) zu wiederholen und erneut zu messen und auszuwerten.

Quantencomputer liefern somit (in der Regel) keinen eindeutigen Messwert, sondern nur einen Zufallswert, der mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit korrekt ist und der ohne ein klassisches System meist nicht überprüft werden kann. Quantencomputer sind also nur in Verbindung mit klassischen Rechnern, die die Vor- und Nachbereitung des Quantenergebnisses übernehmen, realisierbar, und Vorteile gegenüber klassischen Rechnern besitzen Quantencomputern nur dann, wenn die Wahrscheinlichkeit, auf eine Messung mit dem korrekten Ergebnis zu stossen, grösser ist als die Wahrscheinlichkeit, dass ein rein klassisches System beim Durchprobieren aller Wert darauf stösst.

4.2 Links

Die folgenden Links (aktuell am 15.12.2017) erleichtern vielleicht den Einstieg:

- homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Quantencomputer/
-

Kern- und Teilchenphysik

1 Kernphysik

Nach der Beschreibung der Atomphysik durch die Quantenmechanik schaute man 10^5 mal genauer hin, auf den winzigen Atomkern.

1.1 Atomkerne

- Der Atomkern besteht aus positiv geladenen Protonen (Z) und neutralen Neutronen (N).
- Beide sind etwa gleich schwer und rund 2000 mal schwerer als das Elektron. ($1 \text{ GeV}/c^2$ oder $1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)
- Der Kerndurchmesser beträgt rund 10^{-15} m , das ist 10^5 Mal kleiner als der Bahnradius eines Elektrons. Das Atom besteht vor allem aus leerem Raum.

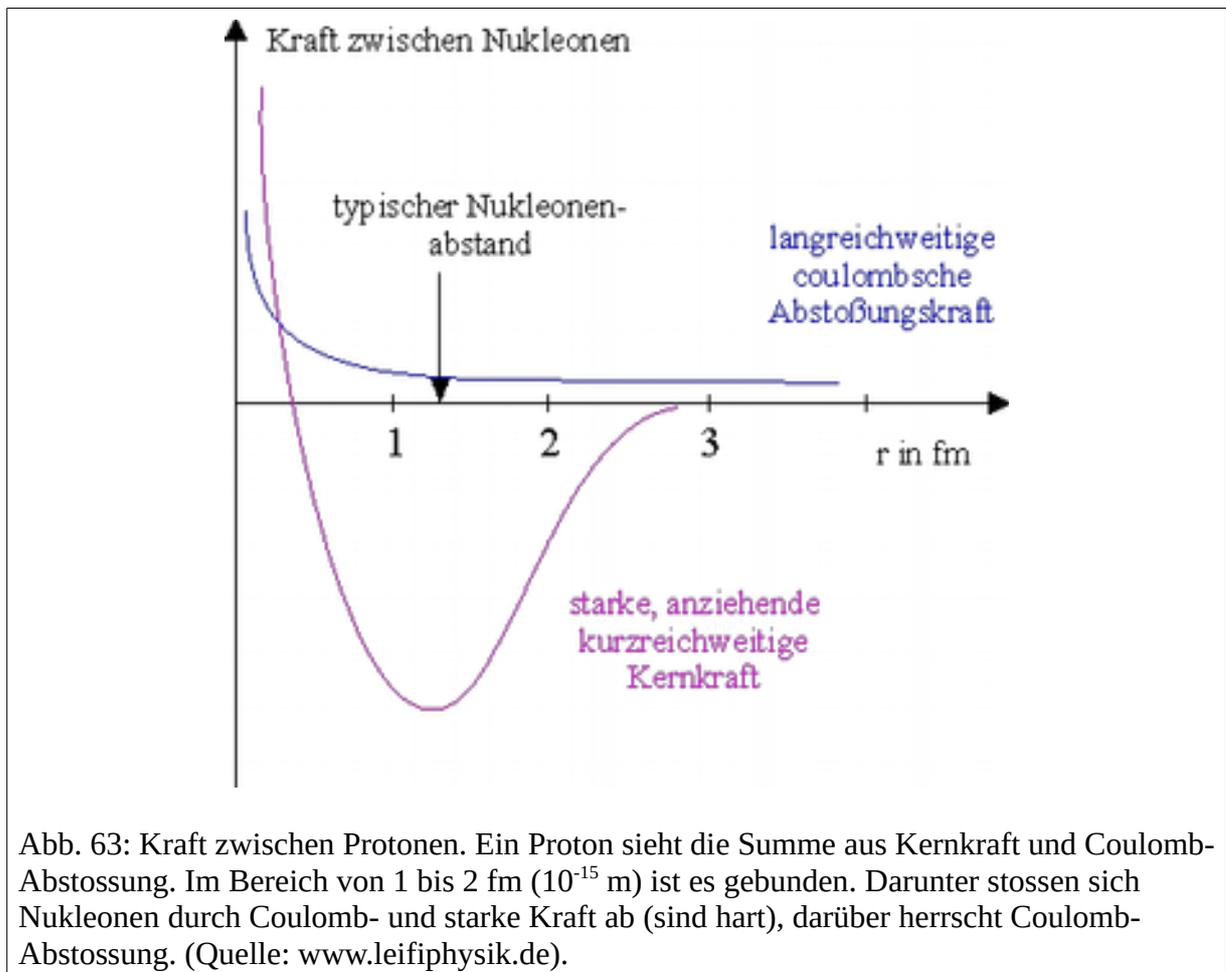


Abb. 63: Kraft zwischen Protonen. Ein Proton sieht die Summe aus Kernkraft und Coulomb-Abstoßung. Im Bereich von 1 bis 2 fm (10^{-15} m) ist es gebunden. Darunter stossen sich Nucleonen durch Coulomb- und starke Kraft ab (sind hart), darüber herrscht Coulomb-Abstoßung. (Quelle: www.leifiphysik.de).

- Kerne werden bezeichnet mit dem Namen des Elements und der Zahl der Nukleonen: ${}^A_Z E$. Zum Beispiel für normalen Kohlenstoff ${}^{12}_6 C$ und für das radioaktive Isotop C-14, das zwei Neutronen mehr hat ${}^{14}_6 C$ -

1.2 Die Kernkraft

- Die positiven Ladungen stossen sich wegen des kleinen Abstandes sehr stark ab. Die *abstossende* elektrostatische Kraft zweier Protonen im Abstand von 3 fm beträgt:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \approx 25 N \quad (84)$$

- Die sehr starke abstossende Kraft wird kompensiert durch die noch stärkere Kernkraft oder starke Kraft.
- Die Kernkraft hat keine einfache $1/r^2$ -Form, wie wir es von der Gravitation oder der Elektrostatik gewohnt sind. Die Kernkraft ist auf sehr kurze Distanzen abstossend (Protonen und Neutronen sind «harte Kugeln»), im Bereich bis etwa $2 \cdot 10^{-15}$ m stark anziehend und ausserhalb kaum mehr spürbar, dort überwiegt die elektrostatische Wechselwirkung.
- Vergleich: Zwei anziehende Magnete sind durch eine Feder getrennt. Sie drücken die Feder zusammen (elektrostatische Abstossung). Wenn die Magnete einander nahe genug kommen, haften sie aneinander (anziehende Kernkraft). Sie können Sie aber nicht mehr näher zusammendrücken (abstossende Kernkraft).

1.3 Bindungsenergie des Kerns

Der folgende Abschnitt ist beispielhaft für physikalische Modellbildung. Ein kaum verständliches, komplexes Gebilde wie der Atomkern wird durch wenige klassische Annahmen modelliert. Der Erfolg – die Übereinstimmung von Modellaussagen und Messung – rechtfertigt im Nachhinein das Modell.

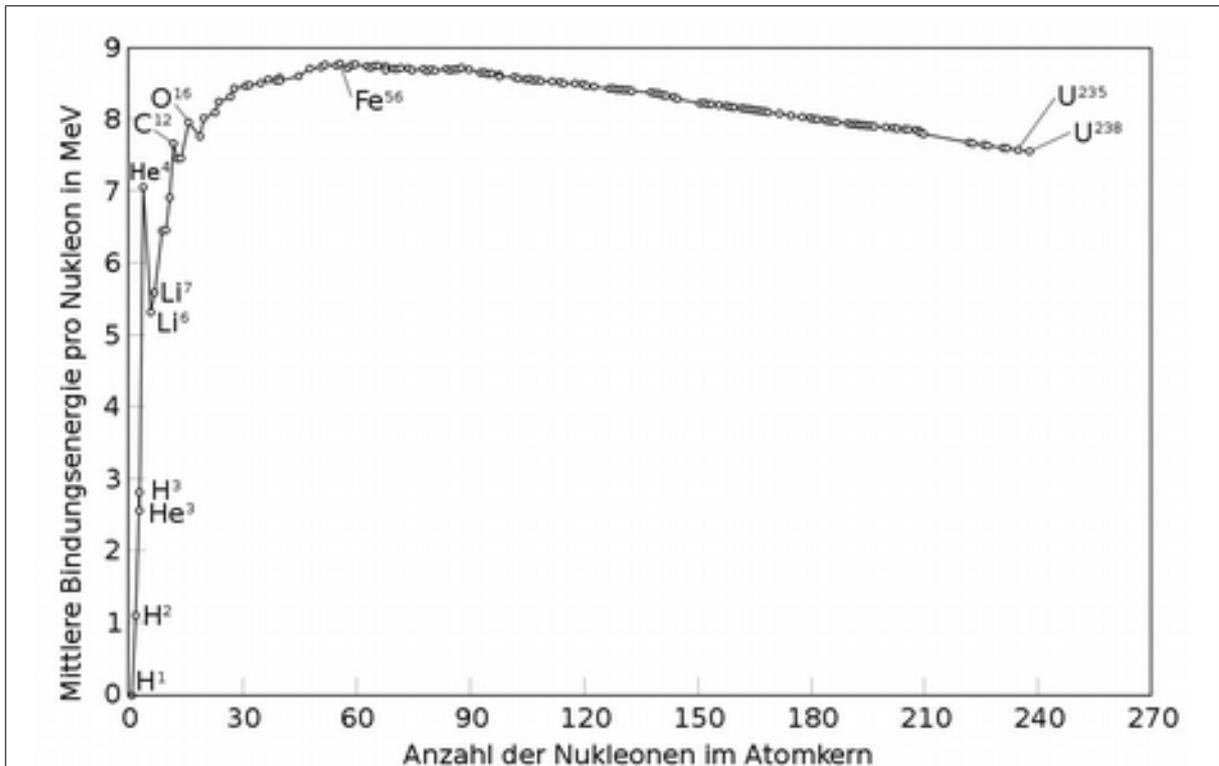


Abb. 64: Bindungsenergie pro Nukleon. Eisen ist am stärksten gebunden. Links vom Eisen wird Energie frei durch Kernfusion. Rechts vom Eisen wird Energie frei durch die Spaltung von Kernen. Einzelne Kerne sind übermässig stark gebunden. (Quelle: Wikipedia)

- Die Nukleonen sind im Kern gebunden. Die Bindungsenergie hängt aber stark von der Anzahl Nukleonen im Kern ab.
- Das hier vorgestellte Tröpfchenmodell hat Carl-Friedrich von Weizsäcker im Jahr 1935 entwickelt. Zwei Jahre nach der Machtergreifung durch die Nazis gab es in Deutschland sehr gute und aktive Physiker; die Welt fürchtete sich zu Recht vor einer deutschen Atombombe.
- Das Modell ist längst durch präzisere Modelle ersetzt. Aber es zeigt, wie man in der Physik mit einfachen Analogien komplexe Zusammenhänge nachbilden kann. Das Modell betrachtet den Kern als Flüssigkeitstropfen, die einzelnen Nukleonen sind Tröpfchen, die sich zu einem Tropfen zusammenschliessen.
- Das Modell nimmt an, dass fünf Energien zur Bindungsenergie beitragen. Die Energien werden aus dem klassischen Bild des Tropfens und der Geometrie hergeleitet und mit Faktoren gewichtet. Die Zahl fünf und die genaue Form der Beiträge entspringen der physikalischen Intuition.

- Die unbekanntenen Faktoren werden so gewählt (angepasst), dass die bekannten Bindungsenergien herauskommen. Die Faktoren haben die Einheit einer Masse.
- Im Folgenden schauen wir uns die einzelnen Beiträge $B_1 \dots B_5$ zur Bindungsenergie an. In den Formeln bezeichnet «A» die Anzahl Nukleonen und «Z» die Anzahl Protonen. Der Radius und die Oberfläche des Kerns sind proportional zu $A^{1/3}$ und $A^{2/3}$.

Kondensationsenergie

- Die Kondensationsenergie wird frei, wenn zwei Nukleonen sich zusammenschliessen. Weil die Bindungsenergie pro Nukleon fast konstant ist, nimmt man an:

$$B_1 = a_v A \quad (85)$$

Oberflächenenergie

- Die Nukleonen an der Oberfläche sind weniger stark gebunden als im Innern des Kerns. Wir berechnen klassisch die Oberfläche des Kerns und ziehen einen Betrag ab, der proportional zur Oberfläche des Kerns ist:

$$B_2 = -a_s A^{2/3} \quad (86)$$

Coulombenergie

- Die Protonen werden durch die klassische Coulomb-Kraft (elektrische Abstossung) auseinander gedrückt. Die Kraft ist proportional zur Ladung im Quadrat und umgekehrt proportional zum Radius.

$$B_3 = a_c Z^2 A^{-1/3} \quad (87)$$

Asymmetrieenergie

- Ein Überschuss an Neutronen verringert die Bindungsenergie

$$B_4 = -a_A \frac{(Z - A/2)^2}{A} \quad (88)$$

Paarungsenergie

- Aus den gemessenen Bindungsenergien weiss man, dass Kerne mit geraden Z und N («gg») besonders stark gebunden sind, ungerade Z und N («uu») besonders schwach und gemischte («ug» und «gu») dazwischen. Dieses Verhalten lässt sich nicht aus dem Flüssigkeitsmodell verstehen; mathematisch einführen kann man es aber trotzdem.

$$B_5 = +\delta \text{ für } gg, 0 \text{ für } ug, gu, -\delta \text{ für } uu \text{ mit } \delta = a_p A^{-1/2} \quad (89)$$

Massenformel

- Mit diesen Beiträgen lässt sich für die Masse eines Kerns schreiben als die Summe der Massen aller Nukleonen plus die Summe aller Bindungsenergien.

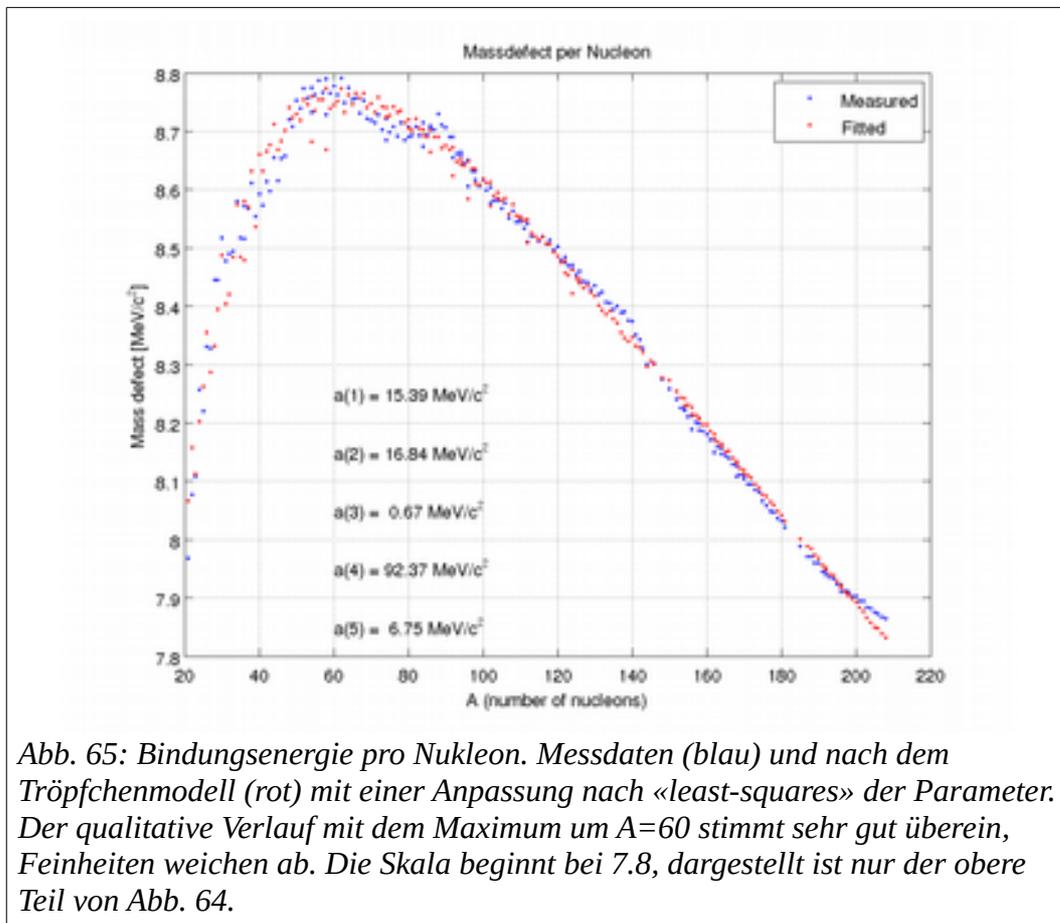
$$m(Z, A) = Z m_p + (A - Z) m_n + B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 \quad (90)$$

- Die einzelnen Konstanten werden iterativ bestimmt. Ausgehend von einem Anfangswert für jede Konstante (z.B. 1 MeV/c²) berechnet man die Summe der quadrierten Differenzen zwischen berechneten und gemessenen Massen. Die Werte werden so lange variiert, bis diese Differenz minimal ist. Solche Verfahren zur Funktionsminimierung sind in numerischen Paketen vorhanden (z.B. «fmins» in Matlab). Die Literaturwerte für die 5 Konstanten sind (Theo Mayer-Kuckuk 1979):

$$\begin{aligned} a_v &= 15.85 \text{ MeV}/c^2 \\ a_s &= 18.34 \text{ MeV}/c^2 \\ a_c &= 0.71 \text{ MeV}/c^2 \\ a_A &= 92.86 \text{ MeV}/c^2 \\ a_p &= 11.46 \text{ MeV}/c^2 \end{aligned} \quad (91)$$

- Die numerischen Werte hängen davon ab, welche Kerne berücksichtigt und nach welchen Kriterien die Differenzen minimiert wurden. Die Formel ist tauglich für A > 30. Das Modell ist sehr einfach und erlaubt trotzdem ein tieferes Verständnis des Verlaufs der Bindungsenergien. Feinere Details wie Anregungszustände im Kern werden aber nicht abgebildet.
- Abb. 65 zeigt eine numerische Anpassung der 5 Parameter an gemessene Massen mit einem Least-Square-Fit. Dabei wird die quadratische Abweichung von berechneten und gemessenen Werten minimiert.

Das Tröpfchenmodell erleichtert das Verständnis der Bindungsenergien. Es beschreibt, aber ohne tieferes Verständnis. Das ist gleich wie bei der Balmer-Formel, die aber zufälligerweise korrekt war. Auch eine Beschreibung ohne Verständnis bringt die Forschung weiter, weil sie aus Datenpunkten Formeln macht.

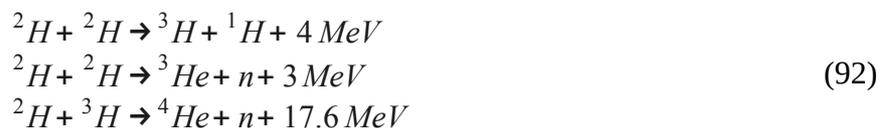


1.4 Fission und Fusion - Anwendung der Bindungsenergie

In Abb. 65 erkennt man, dass die Kerne mit Nukleonenzahl 56 (Eisen) am stärksten gebunden sind. Aus dem Verlauf der Bindungsenergie lässt sich Energie gewinnen.

Fusion - Kernverschmelzung

- Verbinden sich Kerne mit kleiner Nukleonenzahl, wird Energie frei. Dieser Prozess läuft dauernd in der Sonne ab. Einige mögliche Reaktionen sind:



- Davon wird für Kernfusion auf der Erde die Reaktion H-2 mit H-3 (Deuterium mit Tritium) verwendet. In Fusionsreaktoren kann kein reiner Wasserstoff verbrannt werden, weil die Erzeugungsrate für Isotope H-2 und H-3 zu gering ist.

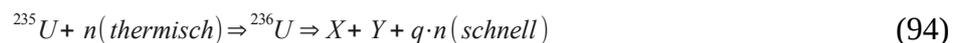
- Nur unter hohem Druck und hoher Dichte können die Kerne die Coulomb-Barriere überwinden und fusionieren. Diese Bedingungen sind schwierig herzustellen, die technische Kernfusion kommt seit über 50 Jahren kaum voran.
- Bei der Fusion von Deuterium mit Tritium werden 17.6 MeV Energie frei. Das gibt eine Energiedicht (Energie pro Masse) von

$$\frac{E}{m} = \frac{17.6 \text{ (MeV)}}{(2 \cdot 938 + 3 \cdot 940) \text{ (MeV/c}^2\text{)}} = 3.7 \cdot 10^{14} \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad (93)$$

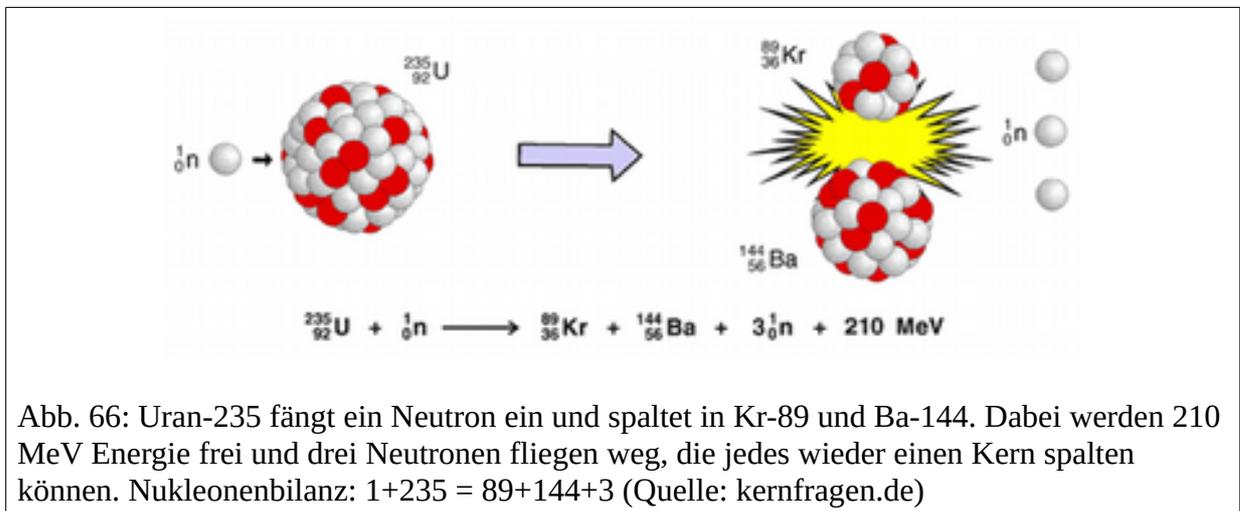
- Fossile Brennstoffe haben Energiedichten von 30 MJ/kg. Die Fusion liefert rund 10^7 Mal soviel Energie pro Kilogramm Treibstoff. Wasserstoff kann billig durch Elektrolyse aus Wasser gewonnen werden. Zur Gewinnung müssen chemische Bindungsenergien überwunden werden, beim Ertrag spielen Kernkräfte eine Rolle.

Fission - Kernspaltung

- Spaltet sich ein Kern rechts vom Eisen, wird Energie frei. Technisch interessant ist die Spaltung durch ein langsames (thermisches) Neutron:



- Uran-235 fängt ein Neutron ein und spaltet sich in zwei ähnlich schwere Kerne X und Y und einige (q) Neutronen fliegen weg (Abb. 66).



- Von der freiwerdenden Energie sind rund 160 MeV thermisch nutzbar. Das ergibt eine Energiedichte von

$$\frac{E}{m} = \frac{160 \text{ (MeV)}}{(92 \cdot 938 + 143 \cdot 940) \text{ (MeV/c}^2\text{)}} = 6.5 \cdot 10^{13} \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad (95)$$

- Das ist sechs mal weniger als bei der Kernfusion (Gl. 93).

- In Kernkraftwerken wird nicht reines U-235 verbrannt, es ist nur zu 4 % angereichert. Damit ist die Energie pro Masse Brennstoff noch $2.6 \cdot 10^{12}$ (J/kg)=30 (GWd/t) (Gigawatt-Tage pro Tonne)

Aufgabe 26: Umrechnung

Rechnen Sie die Energiedichte J/kg um in GW d / t (Gigawatt-Tage pro Tonne)

- Um einen Tag lang die Leistung des KKW Gösgen (3 GW thermisch) zu erbringen, braucht es 100 kg Brennstoff²⁶:

$$\frac{3 \text{ (GW)} \cdot 1 \text{ (Tag)}}{30 \text{ (GWd/t)}} = 0.1 \text{ (t)} = 100 \text{ (kg)} \quad (96)$$

1.5 Radioaktivität

- Gewisse Elemente zerfallen spontan.
- Drei Arten von Emission: Neutral (Photonen), geladen und leicht (Elektronen, Positronen), positiv geladen und schwer (Alpha-Teilchen).
- Die radioaktiven Elemente sind meist Isotope, mit mehr oder weniger Neutronen als Protonen.
- Jeder Kern hat eine gewisse Wahrscheinlichkeit λ , im nächsten Zeitintervall Δt zu zerfallen. Die Änderungsrate der Zahl N der Kerne ist deshalb konstant und die Zahl der Kerne des radioaktiven Elements nimmt exponentiell ab.

$$\frac{dN}{dt} = -N \lambda \Rightarrow N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (97)$$

- Diese Wahrscheinlichkeit ist für alle Kerne eines Isotops gleich, sie ist konstant über die Zeit und ist unabhängig von anderen Nukleonen im gleichen Kern und äusseren Einflüssen.
- Es gibt Kerne mit Lebensdauern $\tau = 1/\lambda$ von weniger als Mikrosekunden und solche, die im Mittel alle 10 Milliarden Jahre zerfallen. Solch langlebige Kerne haben seit der Entstehung des Universums darauf gewartet, gerade heute zu zerfallen.
- Radioaktive Isotope kommen natürlich vor oder werden in Kernreaktoren gebildet. So hat zum Beispiel Cs-137 (Isotop 137 von Cäsium) eine Halbwertszeit von 30 Jahren. Vom ursprünglichen Cs-137 ist deshalb nichts mehr vorhanden. Aber es wird in grosser Zahl bei der Kernspaltung gebildet und ist ein Hauptbestandteil der Strahlungsbelastung nach einem Reaktorunfall wie in Tschernobyl oder Fukushima.

²⁶ Auf www.kkg.ch wird ein Verbrauch von 20 Tonnen pro Jahr angegeben, die Schätzung ist recht genau.

Aufgabe 27: Kernkräfte

Weshalb ist Nuklearenergie auf den ersten Blick eine so attraktive Art der Energieerzeugung?
Und weshalb ist der Ausdruck «Kernenergie» physikalisch korrekt und der Ausdruck «Atomenergie» politisch beliebt?

2 Der Teilchenzoo

Die Bestandteile des Kerns – das Proton und das Neutron – sind nicht die kleinsten Bestandteile der Materie, sie lassen sich weiter zerlegen. Und mit einem Blick in den Weltraum stellt man fest, dass es Materie geben muss, von der wir hier auf der Erde nichts merken

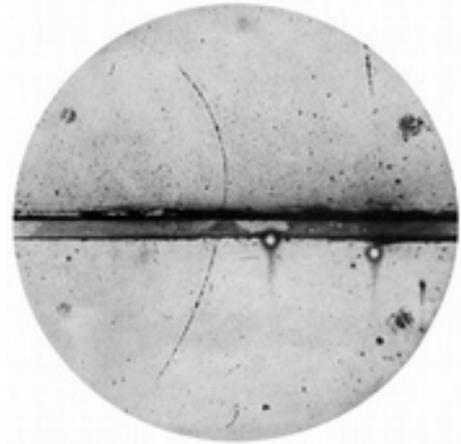
2.1 Vorhersage neuer Teilchen, zwei Beispiele

Mit Proton und Elektron versteht man Chemie und Spektrallinien und ist zufrieden. Das Neutron ist nicht zwingend, immerhin erklärt man damit Isotope (gleiche Zahl Protonen, aber unterschiedliche Zahl von Neutronen, chemisch gleichwertig)

Das Positron

- Paul Dirac untersuchte eine relativistische korrekte Version der Schrödingergleichung (die nach ihm benannte Diracgleichung).
- Die möglichen Energien für das gebundene Elektron kommen in einem quadratischen Term vor, es gibt deshalb zwei mögliche Lösungen für die relativistische Energie (die auch die Ruhemassen m_0c^2 enthält): $E < -m_0c^2$ oder $E > m_0c^2$.
- Dirac nahm diese negativen Lösungen ernst, die Logik der Mathematik zeigt uns oft Wege, auf die wir selber nicht gekommen wären.
- Allerdings sind negative Energie unangenehm. Teilchen suchen ein Energieminimum und alle Elektronen müssten runterfallen.
- Dirac postulierte: Alle negativen Zustände sind besetzt. Wenn ein Teilchen mit negativer Energie soviel Energie zusätzlich bekommt, dass seine Energie positiv wird, hinterlässt es eine Lücke.
- Diese Lücke hat alle Eigenschaften eines Elektrons, aber eine positive Ladung. Das Positron wurde 1933 von Carl Anderson in Nebelkammeraufnahmen der Höhenstrahlung gefunden.

Abb. 67: Nebelkammerspur eines Positrons, Figur 1 aus der Originalarbeit von Anderson. In einer Nebelkammer wird übersättigter Dampf hergestellt. Durchfliegende Teilchen ionisieren Atome und schaffen Kondensationskeime, die angelagerten Tröpfchen sieht man als Spur. Ein äusseres Magnetfeld krümmt die Spuren geladener Teilchen proportional zu ihrer Ladung.



- Anderson beschreibt die Entdeckung in der Einleitung zu seinem Artikel:

On August 2, 1932, during the course of photographing cosmic-ray tracks produced in a vertical Wilson chamber (magnetic field of 15,000 gauss) [...] the tracks shown in Fig. 1 were obtained, which seemed to be interpretable only on the basis of the existence in this case of a particle carrying a positive charge but having a mass of the same order of magnitude as that normally possessed by a free negative electron. [...] The reason that this interpretation seemed so inevitable is that [...]

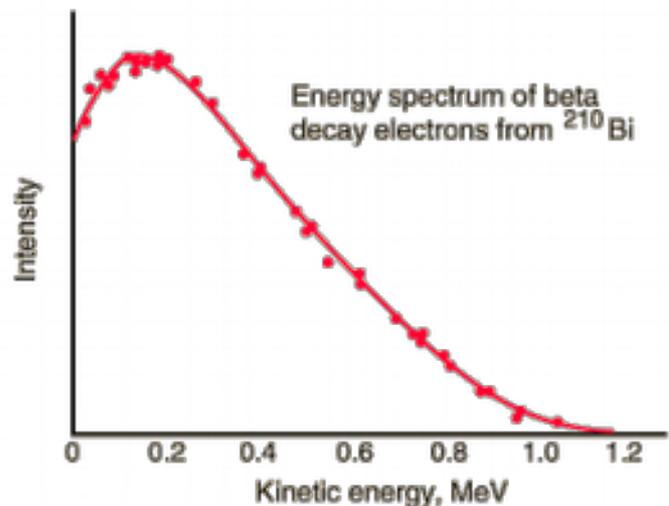
- Es folgt eine sorgfältige Abwägung, weshalb das Teilchen kein Proton sein kann und dass es sehr unwahrscheinlich sei, dass zwei Elektronen von der Bleiplatte aus in entgegengesetzte Richtungen flögen
- Das Positron ist das Antiteilchen des Elektrons. Ein Teilchen und sein Antiteilchen können aus Energie erzeugt werden oder sie vernichten sich, wenn sie zusammentreffen.
- Aus Antiteilchen lässt sich Antimaterie erzeugen, etwa aus einem Antiproton und einem Antielektron ein Antiwasserstoff. Spektroskopische Untersuchungen (wie bei Balmer) geben Auskunft über die Symmetrie zwischen Materie und Antimaterie.

Das Neutrino

- Beim radioaktiven Beta-Zerfall wird ein Neutron zu einem Proton und eine Elektron wird emittiert. Die Ladung ist dabei erhalten: Das Neutron hat Ladung null, und die Ladung von Proton und Elektron addieren sich auch zu null.
- Die Impulserhaltung gilt. Wenn das Neutron in Ruhe war, müssten sich die Impulse von Proton und Elektron zu null addieren. Man erwartet also für das Elektron immer etwa die gleiche Geschwindigkeit und damit die gleiche kinetische Energie.

- Im Experiment haben aber die emittierten Elektronen einen weiten Bereich von Energien, von fast null bis zu einem Maximalwert (Abb. 68).

Abb. 68: Verteilung der Energie des Elektrons beim Zerfall des Bismut Isotops Bi-210: ${}_{83}^{210}\text{Bi} \rightarrow {}_{84}^{210}\text{Po} + e^{-} + \nu$. Ein Neutron im Bi-Kern wandelt sich ein Proton. Die Zahl der Nukleonen bleibt konstant bei 210. Aber es gibt ein Proton mehr, aus dem Bismut wird Polonium. Das Elektron misst man mit verschiedenen Energien von 0 bis 1.2 MeV. Energie- und Impulserhaltung werden durch das Neutrino hergestellt..



- Sind Impuls oder Energie nicht erhalten? Beides sind – wie immer in der Physik – Erfahrungstatsachen. Wir haben mit den Hypothesen Einsteins und Bohrs gelernt, dass auch verrückte Ideen die Wahrheit treffen können.
- Pauli war nicht bereit, Energie- und Impulserhaltung aufzugeben. Er schreibt in einem Brief am 4. Dezember 1930

[..] bin ich angesichts [..] des kontinuierlichen beta-Spektrums auf einen verzweifelten Ausweg verfallen um den »Wechselsatz“ (1) der Statistik und den Energiesatz zu retten. Nämlich die Möglichkeit, es könnten elektrisch neutrale Teilchen, die ich Neutronen nennen will, in den Kernen existieren, welche den Spin 1/2 haben und das Ausschliessungsprinzip befolgen und sich von Lichtquanten außerdem noch dadurch unterscheiden, dass sie nicht mit Lichtgeschwindigkeit laufen. Die Masse der Neutronen könnte von der gleichen Grössenordnung wie die Elektronenmasse sein und jedenfalls nicht grösser als 0,01 Protonenmassen. Das kontinuierliche beta-Spektrum wäre dann verständlich unter der Annahme, dass beim beta-Zerfall mit dem Elektron jeweils noch ein Neutron emittiert wird, derart, dass die Summe der Energien von Neutron und Elektron konstant ist.

- Pauli postulierte ein neues Teilchen, das er «Neutron» nannte und das Enrico Fermi später in «kleines Neutron», das Neutrino umbenannte.
- Offenbar kann man das Neutrino nur schlecht sehen, sonst hätte es längst Spuren gegeben in Nebelkammern. Es wurde erst 1953 von Frederik Reines und Clyde Cowan nachgewiesen.

- Wenn Neutrinos durch die Erde fliegen, wird dabei nur etwa die Hälfte absorbiert, die andern merken nichts von 12'000 km Gestein. Neutrinos werden deshalb in riesigen Wasservolumen nachgewiesen (Super-Kamionade in Japan, Abb. 69) oder z.B. im Eis der Antarktis (Experiment IceCube).
- Man kennt heute drei Arten von Neutrinos, jede mit ihrem Antiteilchen.

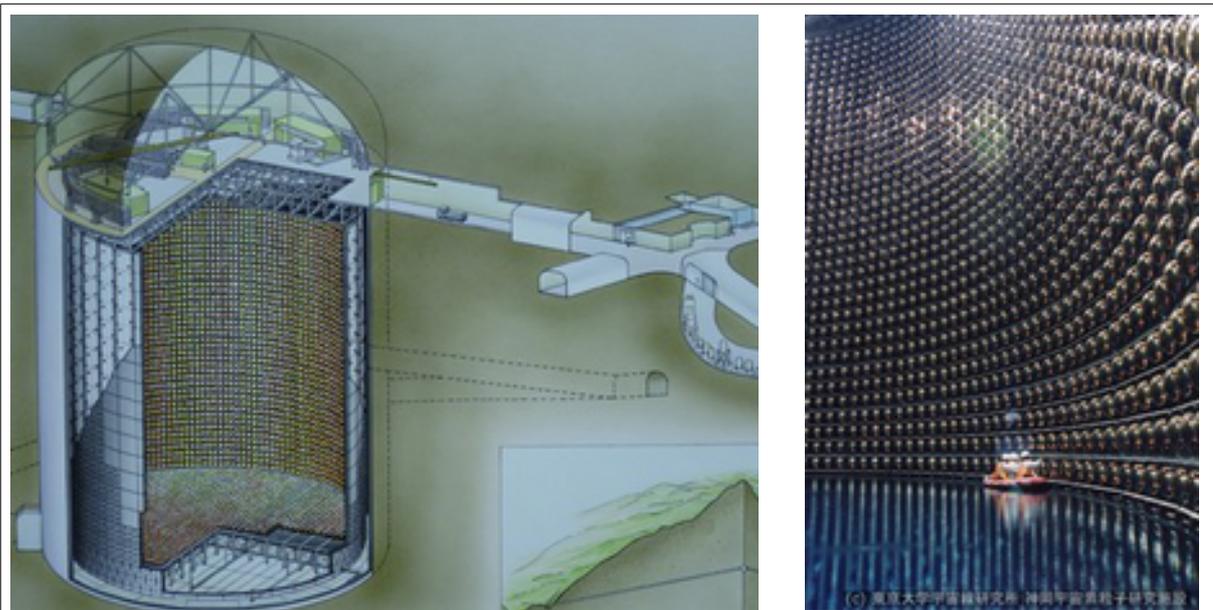


Abb. 69: Super-Kamiokande Neutrino-Detektor. Links: Ansicht. Der Detektorraum ist 40 m hoch und hat einen Durchmesser von 40 m, die Wände sind mit 13'000 Photomultipliern (Teilchendetektoren) bedeckt. Rechts: Inspektionsfahrt im Schlauchboot.

Der Detektor wird mit hochreinem Wasser gefüllt. Er befindet sich 1 km unter der Erdoberfläche (Quelle: <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/sk/sk/>)

2.2 Weitere Teilchen

- In Blaskammeraufnahmen aus Höhenstrahlung und aus Kollisionen mit Teilchenbeschleunigern wurden immer mehr kurzlebige Teilchen identifiziert.
- Abb. 70 zeigt die Folge einer Annihilation eines Protons mit seinem Antiteilchen, dem Antiproton. Beide verschwinden und hinterlassen Energie.
- Aus dieser Energie entstehen unter Berücksichtigung von Energie-, Impuls-, Ladungserhaltung und weiteren Erhaltungssätzen 8 Pionen, 4 positiv und 4 negative geladene. Im angelegten Magnetfeld beschreiben positive Teilchen eine Linkskurve, negative eine Rechtskurve. Der Radius hängt von der Geschwindigkeit ab. Ein positives Pion π^+ zerfällt in ein Neutrino (das keine Spur hinterlässt, weil es so schwach wechselwirkt) und ein Myon μ^+ . Aus Impuls und Energie von Pion und Myon lassen sich Impuls und Energie des Neutrinos berechnen.

- Das Myon lebt im Mittel $2.2 \mu\text{s}$, das Pion 26 ns . Myonen aus der Höhenstrahlung beobachtete man wegen der relativistischen Zeitdilatation auf Meereshöhe (Abschnitt auf p. 43), Pionen aus der Höhenstrahlung sag man nur auf hohen Bergen.

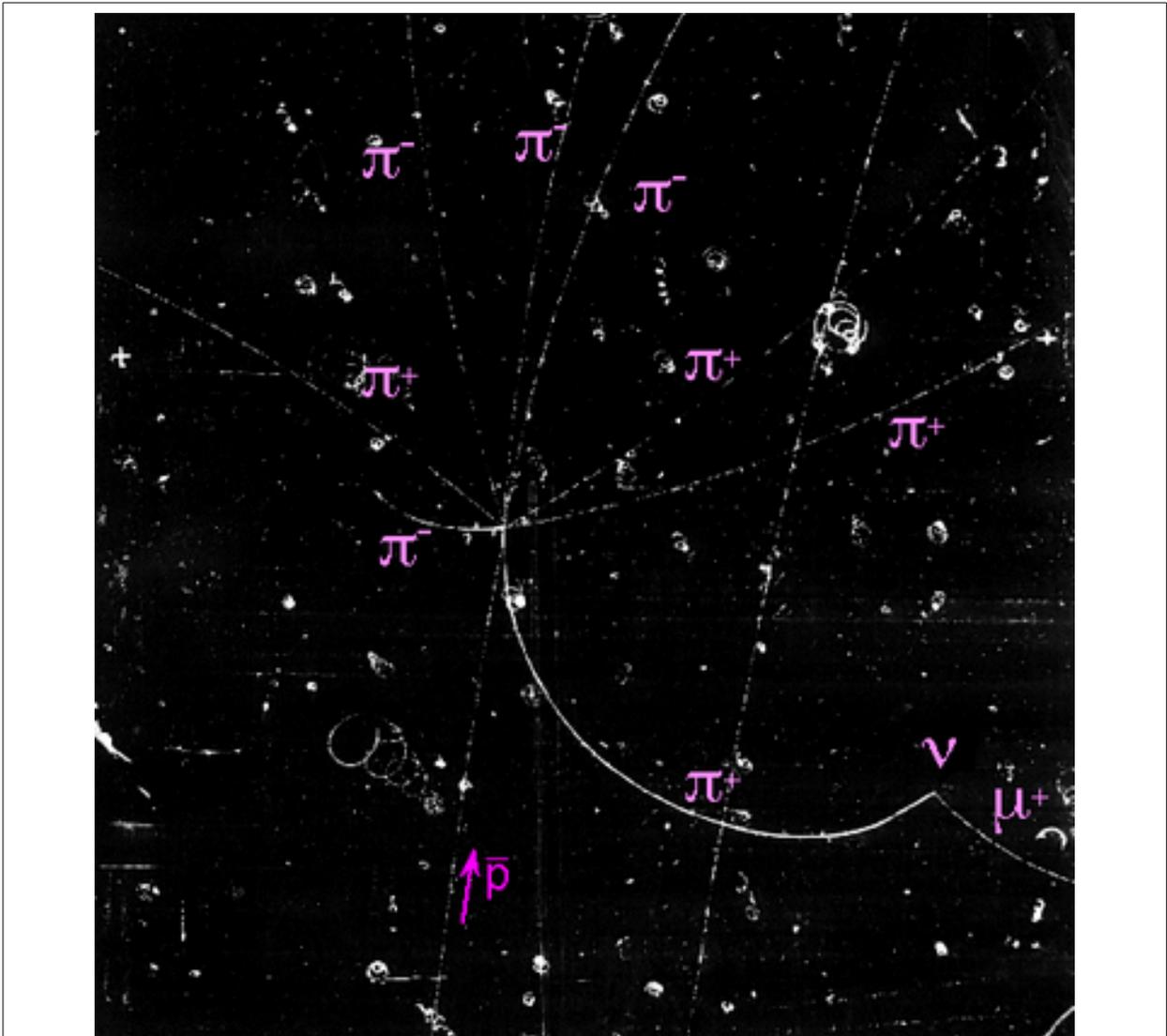


Abb. 70: Blasenkammeraufnahme. Von unten tritt ein Antiproton \bar{p} in die Kammer und stösst in der Bildmitte mit einem Proton zusammen. Teilchen und Antiteilchen annihilieren und wandeln sich zu Energie. (Quelle <http://particleadventure.org>)

- Bild 70 ist historisch, heute ist viel Elektronik an Stelle der Blasen getreten. Das Prinzip bleibt aber dasselbe. Man misst die Spur der Teilchen im Magnetfeld und rekonstruiert daraus ihre Bahnen und damit ihre Massen, Ladungen, Energien.
- Im LHC am CERN kreuzen sich die Protonenstrahlen alle 25 ns (40 MHz). Es entstehen dabei rund 600 Millionen Kollisionen pro Sekunde (entsprechend dem Bild in Abb. 70).

- Das führt zu Datenraten von rund 1 GB/s für jedes Experiment. Verschiedene Filter – zuerst reine Hardware und in späteren Stufen auch Software – reduzieren diesen Datenstrom auf 1 MB/s, die gespeichert werden.
- Daraus rekonstruieren Physiker in Labors rund um die Welt Spuren und suchen nach unbekannten Zerfällen, berechnen Lebensdauern oder Verzweigungsverhältnisse.

2.3 Hochenergiephysik

- Wenn Sie Dinge teilen wollen, müssen Sie die Bindungskräfte überwinden. Sand rieselt ohne Anstrengung durch die Finger, die Körner sind kaum gebunden. Für Brot braucht es schon ein Messer, für Beton eine Diamantsäge.
- In der Physik werden Elementarteilchen untersucht, indem man sie mit grosser Energie aufeinanderprallen lässt. Dabei werden ihre Bestandteile freigelegt und können beobachtet werden.
- Das erste Teilchenphysik-Experiment macht Rutherford, als er Alpha-Teilchen auf eine Goldfolie schoss und die Rückstreuung beobachtete. Die Alpha-Teilchen bringen ihre eigene kinetische Energie mit, sie müssen nicht beschleunigt werden.
- Will man in den Kern und weiter in seine Bestandteile hineinsehen, braucht es Teilchenbeschleuniger. Das Zyklotron hatten wir im Abschnitt über die spezielle Relativitätstheorie angeschaut (Abschnitt , p. 45).
- Der LHC am CERN beschleunigt Protonen auf eine Energie von mehr als $1 \text{ TeV}/c^2$. Sie fliegen dann praktisch mit Lichtgeschwindigkeit ($0.9999 c$) und haben das tausendfache ihrer Ruhemasse.
- Diesen Bereich der Physik bezeichnet man als Hochenergiephysik, sie ist ein Mikroskop in die Welt der kleinsten Teilchen. Interessanterweise ist sie sehr nahe an der Kosmologie, weil bei der Entstehung des Universums sehr hohe Energien auftraten und ein grosser Teil der Materie in unserem Universum noch nicht bekannt ist.

2.4 Der Teilchenzoo

- Um 1960 waren so viele neue Teilchen aufgetaucht, dass die Übersicht der 30-er Jahre komplett verlorengegangen war. Was nach Vereinfachung und Vereinheitlichung ausgesehen hatte, wuchs sich zum Dschungel aus.
- Murray Gell-Mann gelang es, die Eigenschaften der Teilchen in mathematischen Strukturen wiederzufinden. Daraus liessen sich auf fehlende Teilchen voraussagen.
- Gell-Mann und andere entwickelte die Idee von noch fundamentalen Teilchen, den Quarks. Der Name hat keine tiefere Bedeutung.
- Vorerst mit drei Quarks (im heutigen Standardmodell sechs) und ihren Antiteilchen bildete er die bekannten schweren (Baryonen wie das Proton und Neutron) und mittelschweren

(Mesonen)Teilchen nach. Die leichten Teilchen (Leptonen wie Elektron, Myon und Neutrino) sind nicht zusammengesetzt.

- Die drei Quarks tragen die Namen up (u), down (d) und strange (s). Die Namen haben keine tiefere Bedeutung. Tabelle 5 zeigt ihre Ladungen.

Quark	Ladung	Antiquark	Ladung
u	+2/3 e	\bar{u}	-2/3 e
d	-1/3 e	\bar{d}	+1/3 e
s	-1/3 e	\bar{s}	+1/3 e

Tabelle 5: Ladung der drei Quarks und Antiquarks. Es gibt noch weitere Eigenschaften, die hier nicht aufgeführt sind. Die Ladung beträgt Bruchteile der Elementarladung e, die man aber nie beobachtet.

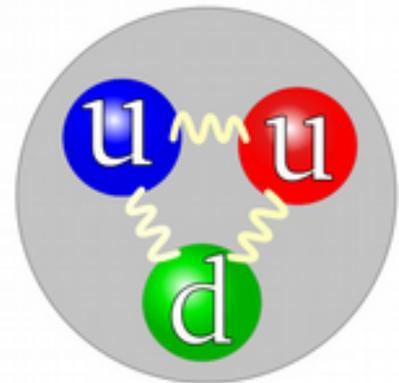
- Protonen und Neutronen lassen sich dann wie in Tabelle 6 zusammensetzen.

Teilchen	Quarks	Antiteilchen	Quarks
Proton p	u u d	Antiproton \bar{p}	$\bar{u} \bar{u} \bar{d}$
Neutron n	u d d	Antineutron \bar{n}	$\bar{u} \bar{d} \bar{d}$

Tabelle 6: Zusammensetzung der Baryonen Proton und Neutron aus Quark. Das Proton trägt Ladung +1 e, das Antiproton -1 e, Neutron und Antineutron haben keine Ladung.

- Viele der beobachteten Teilchen bestehen aus den gleichen Quarks, aber in anderer Zusammensetzung. Das ist vergleichbar mit angeregten Zuständen in einem Atom.

Abb. 71: Quarks in einem Proton. 2 up und ein down-Quark bilden zusammen ein Proton. Neben der elektrischen Ladung tragen Quarks noch weitere Eigenschaften, z.B. eine Farbe (die nur eine symbolische Benennung ist). Die Federn zwischen den Quarks stellen die Gluonen dar, durch die der Kern zusammengehalten wird. (Quelle: wikimedia.org)



- Quark hat man bis heute nicht einzeln gesehen. Die Kraft, die sie zusammenhält steigt mit dem Abstand sehr stark an (wie eine Feder). Bei hohen Energien bilden sich so Quark-Paare (Mesonen), aber keine einzelnen Quarks.
- Leptonen, Mesonen, Baryonen zusammen bezeichnet man als Fermionen. Sie haben eine halbzahligen Eigendrehimpuls (Spin) und in einem System können nie zwei Fermionen im gleichen Zustand sein (in allen Quantenzahlen übereinstimmen)

2.5 Bosonen

- Die Familie der Bosonen vermittelt die vier Wechselwirkung zwischen den Fermionen: Elektromagnetischer Kraft, starke Kraft, schwache Kraft und Gravitation.
- Einfachstes Beispiel: Photonen sind auch Bosonen, sie tauschen die Elektromagnetische Wechselwirkung aus und ermöglichen es, dass Sie diesen Text lesen können.
- Gluonen vermitteln die starke Kraft im Atomkern.
- Die schwache Kraft, die für den Beta-Zerfall verantwortlich ist, wird vom W und Z-Boson vermittelt.
- Die Schwerkraft könnte von Gravitonen vermittelt werden. Das ist aber höchst spekulativ, gesehen hat man sie noch nie. Die Schwerkraft ist 40 Größenordnungen schwächer als die elektromagnetische Kraft, die im Kern wieder viel schwächer ist als die starke Kraft. Es könnte sein, dass man Gravitonen nicht detektieren kann.
- Das Higgs-Boson wurde in den 60-er Jahren vorgeschlagen und 2012 erstmals am CERN gesehen. Es vermittelt keine Wechselwirkung, sondern gibt den W und Z Bosonen und den Leptonen Masse. Der Mechanismus dafür ist kompliziert.

2.6 Standardmodell der Teilchenphysik

Welches Bild der Mikrowelt hat die Physik heute?

Teilcheninventar

- Seit 1978 ist das sogenannte Standardmodell gefestigt, dessen Voraussagen sich in den Experimenten erfüllen.
- Im Standardmodell gibt es 6 Leptonen (Elektron, Myon, Tau (haben wir nicht angeschaut) 3 Neutrinos) und 6 Quarks (up, down, strange, charme, bottom, top) und je ihre Antiteilchen. Aus den Quarks sind die Mesonen und Baryonen (z.B. Proton und Neutron) aufgebaut (Abb. 72).
- Die Kräfte zwischen diesen Leptonen werden durch Bosonen vermittelt. Die Gravitation gehört hier nicht dazu, sie passt nicht ins Standardmodell.
- Davon bemerken wir im täglichen Leben nur das Elektron und die aus Quarks zusammengesetzten Neutronen und Protonen.

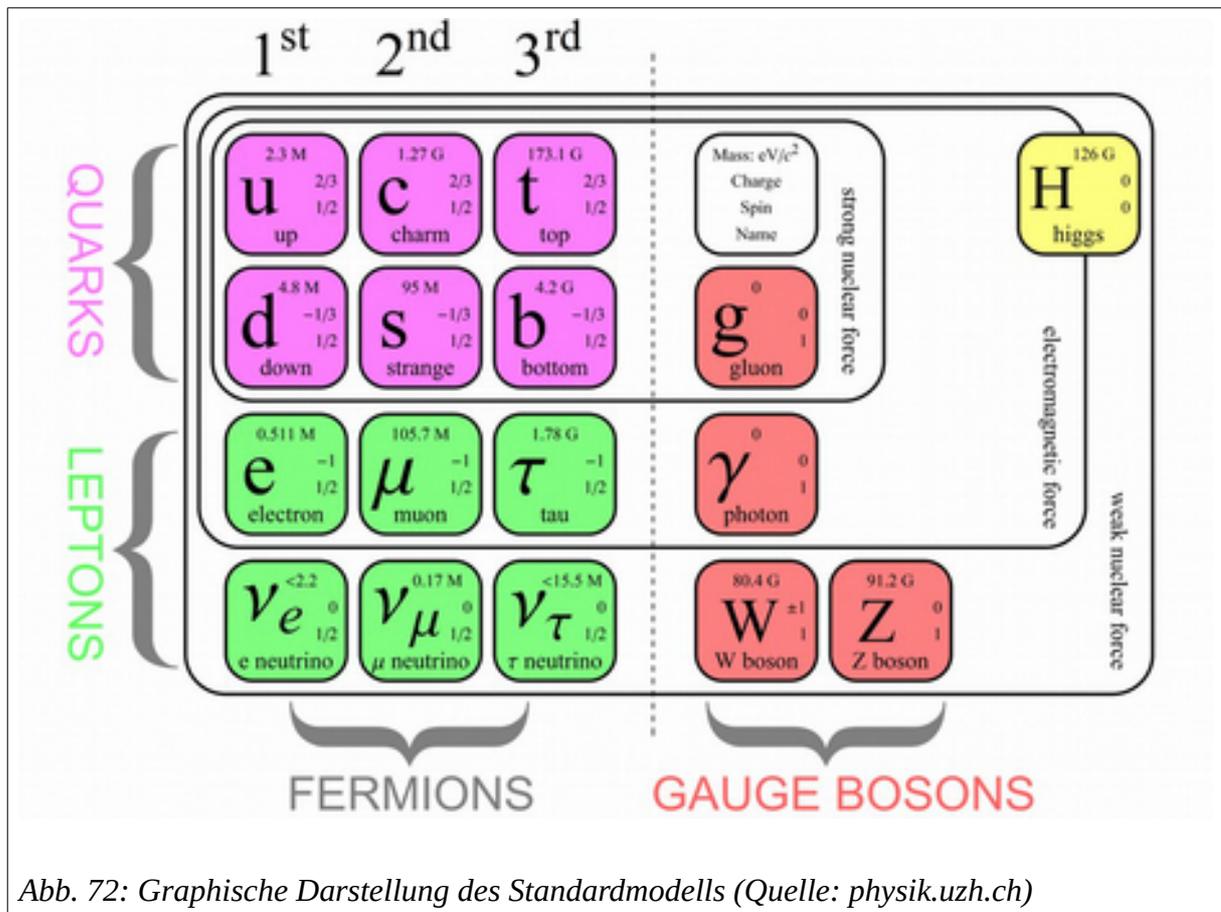


Abb. 72: Graphische Darstellung des Standardmodells (Quelle: physik.uzh.ch)

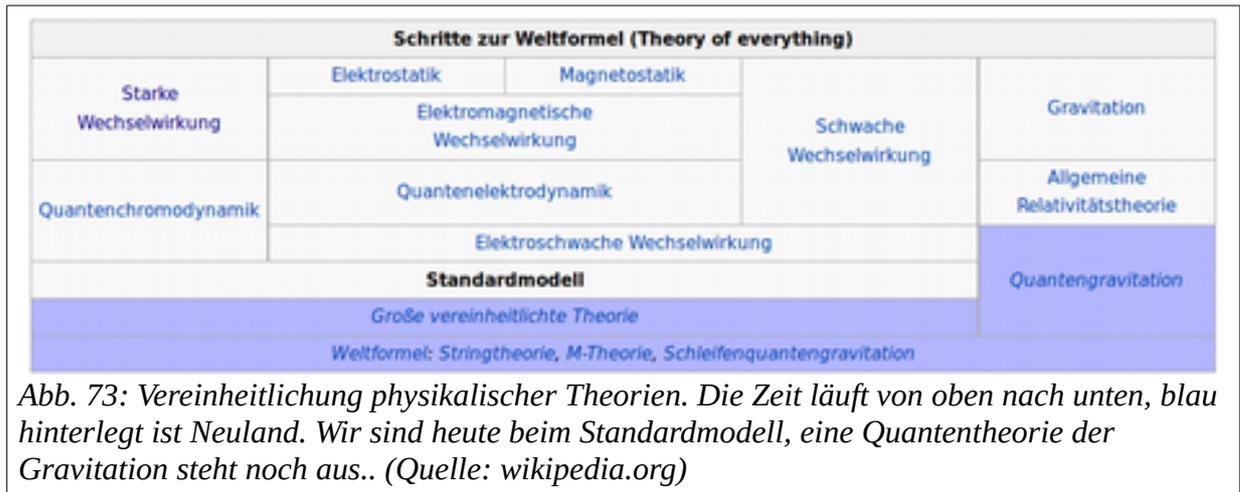
Weshalb bemerken wir nichts von dieser Vielfalt?

- Antiteilchen leben nicht lange. Sobald sie auf gewöhnliche Materie treffen, zerstrahlen sie.
- Die Neutrinos sind stabil, aber fliegen einfach durch uns durch. Es braucht die Erde, um einen Neutrinostrahl zu halbieren
- Die meisten Teilchen zerfallen. Das Myon lebt nur $2.2 \mu\text{s}$, das tau-Lepton 10^{-13} s , das Elektron ist stabil. Die aus zwei Quarks zusammengesetzten Mesonen haben Lebensdauern im Bereich 10^{-20} s .

Ist damit alles erklärt?

- Nein, es gibt viele offene Punkte.
- Wie passt die Gravitation ins Bild?
- Wieso gibt es mehr Materie als Antimaterie?
- Aus was besteht die dunkle Materie und was ist die dunkle Energie?
- Weshalb gibt es sechs Leptonen und Quarks mit so unterschiedlichen Massen?

- Wie kommen die Werte der Parameter des Standardmodells zustande? Lassen sie sich herleiten, statt sie messen zu müssen (diese Werte haben wir hier nicht gebraucht).
- Das Standardmodell erklärt vieles gut. Aber wie wir bei der SRT und der Quantenmechanik gesehen haben, können kleine Probleme zu grossen Revolutionen führen.
-



Das Dilemma der Hochenergiephysik

- Der grösste Teilchenbeschleuniger LHC am CERN hat bis heute nur Resultate produziert, die das Standardmodell bestätigen.
- Es gibt Zweifel, ob man am LHC oder seinem Nachfolger jemals einen Hinweis auf andere Physik finden wird und ob es demnach sinnvoll ist, in noch grössere Beschleuniger zu investieren.
- Es gibt Kandidaten für einen Nachfolger: Am CERN und in China gibt es Ideen für einen Proton-Proton-Speicherring mit 100 km Umfang (LHC: 27 km), in Japan für einen 31 km langen Electron-Positron-Collider.
- Es gibt aber auch Ideen, statt Protonen sich genauer mit Neutrinos zu beschäftigen²⁷.
- Beschleuniger sind sehr teure und letztlich nutzlose Anlagen. Wieviel wollen wir als Gesellschaft in die Physik investieren? Lohnt das bisschen Erkenntnis den Aufwand? Oder sind sie vielleicht sinnvoll, weil sie kluge Köpfe an harmlose Projekte binden statt an die Entwicklung von Waffen?

²⁷ Erster Teil des Abschnittes gemäss Nature Vol. 536, 25. August 2016, p. 383-384 «Who will build the next LHC?»

Aufgabe 28: Zusammenfassung Teilchenphysik

Ist es sinnvoll, weiterhin immer kleinere Teilchen mit immer grösseren Beschleunigern zu jagen oder sollte man das Geld besser in effizientere Solarzellen stecken?

Kosmologie

1 Kosmologie

Die Kosmologie beschäftigt sich mit dem Ursprung und der Entwicklung des Universums. Kosmologie ist über die Astrophysik eng mit der Teilchenphysik verknüpft, die Bedingungen wie beim Urknall und in Sternen herstellen kann. Messungen in der Kosmologie sind schwierig, wir können nur von der Erde aus messen. Und unser Blick in die Vergangenheit ist immer Interpretation. Es gibt deshalb verschiedene Geschichten unserer Herkunft, ich erzähle die gängige wie sie zum Beispiel (Giancoli 2010) schildert.

1.1 Geschichte der Kosmologie

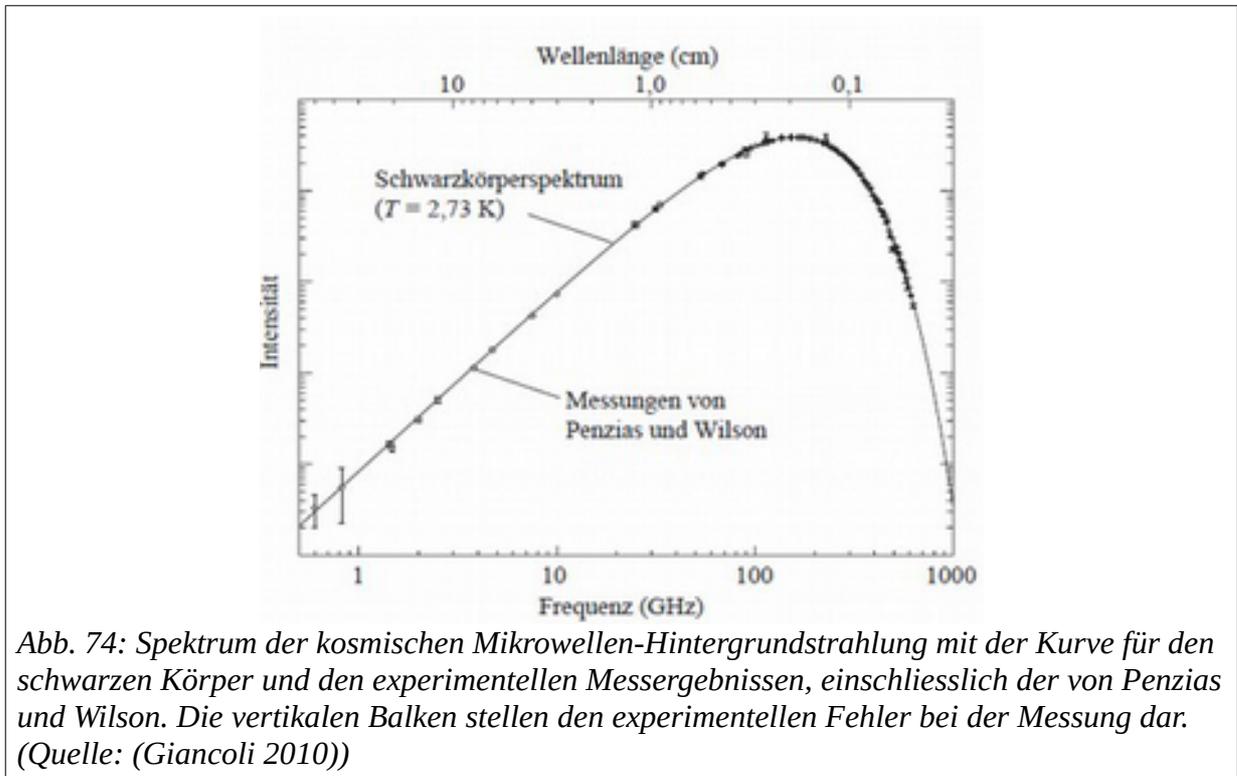
Magie und Statik

- Der Blick in den Weltraum war immer magisch und ist es auch heute. Mit der Erfahrung aus dem Alltag verstehen wir nicht, was passiert. Es ist natürlich, dass Mythen und Aberglauben im Sternenhimmel Platz fanden.
- Die Beschreibung der Sterne, der Planeten, von Sonne und Mond ist einfach und zieht sich durch alle Kulturen. Es braucht nicht mehr als eine Visiereinrichtung und einen Massstab.
- Zwei Steine in einer Reihe markieren den Punkt am Horizont, wo an einem Feiertag die Sonne aufgeht. Ein kultisches Gebäude wird so ausgerichtet, dass an einem bestimmten Tag die Sonne durch ein Fenster an einen bestimmten Ort fällt. Fällt dann das Licht dort hin, kehren wir die Logik um: Die Sonne sendet ihr Licht exakt an unseren Kultort.
- Mit Keplers Gesetzen zu den Planetenbewegungen, Galileis Blick auf die Jupitermonde und Newtons Mechanik beginnt ein Zeitalter der quantitativen Beobachtung.
- Das Universum blieb dabei statisch, seit ewig da, unveränderlich. Auch wenn nicht mehr die Erde, sondern die Sonne im Mittelpunkt stand.

Die Erweiterung der Sicht

- Irdische Erkenntnisse wie die Spektrallinien erweitern das Wissen über den Kosmos: Wir sehen in fernen Sternen ebenfalls die Balmerlinien!
- Die Erkenntnisse der Relativitätstheorie erlauben die Berechnung von Planetenbahnen mit sehr hoher Präzision und erklären seltsam verschobene Sterne und Linseneffekte.
- Die Teilchenphysik schafft die Grundlage, die Abläufe in Sonnen und im interstellaren Raum zu verstehen.
- 1929 entdeckt Edward Hubble, dass die Spektrallinien ferner Sonnen langwelliger sind als erwartet und dass die Verschiebung zunimmt mit der Distanz der Sonnen. Er interpretiert

das als eine Ausdehnung des Weltalls. Die Ausdehnungen scheint in alle Richtungen um die Erde herum gleich zu sein.



- 1964 stiessen Arno Penzias und Edward Wilson durch Zufall auf ein Rauschen, das aus allen Richtung zu kommen scheint. Es ist die kosmische Hintergrundstrahlung, der abgekühlte Urknall. Ihr Spektrum stimmt sehr genau mit dem einer schwarzen Körpers der Temperatur 2.73 K überein (Abb. 74).
- Die Bewegung ferner Galaxien und die Expansion des Weltalls lassen sich nicht mit der bekannten Physik erklären. Tabelle 7 zeigt das heutige Verständnis der Zusammensetzung des Weltraums. Nur gut 4 % bestehen aus der uns vertrauten Materie.

Typ	Energiedichte (J/m ³)	Anteil (%)
Photonen	5 10 ⁻¹⁴	0.005
Neutrinos	9 10 ⁻¹³	0.1
Atome	4 10 ⁻¹¹	4.6
Dunkle Materie	2 10 ⁻¹⁰	23
Dunkle Energie	6 10 ⁻¹⁰	72
Total	9 10 ⁻¹⁰	100

Tabelle 7: Energie- und Materieformen im Universum ((Griffiths 2015). Die uns bekannt

Materie macht nur gut 4 % des Universums aus.

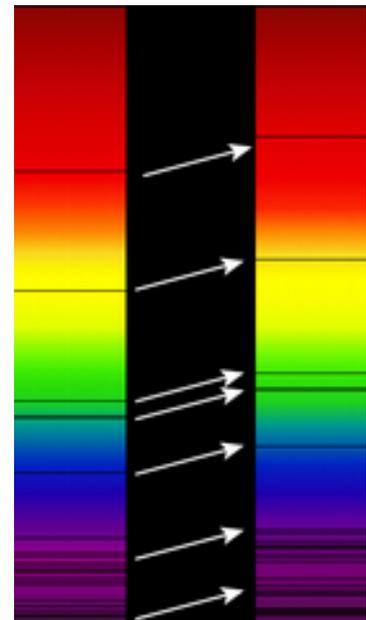
1.2 Die Expansion des Universums

Beobachtungen

- Was wir am Nachthimmel sehen, sind Sterne (Sonne) unserer eigenen Galaxie (die Milchstrasse) und andere Galaxien, die wir von blossen Auge nur als Lichtpunkte wahrnehmen.

Abb. 75: Rotverschobene Absorptionslinien, auf zwei gleichen unverschobenen Spektren. Links Absorptionslinien der Sonne (schwarze Striche), rechts im Supergalaxiehaufen BAS11, der 1 Milliarde (10^9) Lichtjahre von uns entfernt ist.

Das Muster der Linien ist gleich, ihre Wellenlänge ist aber grösser (roter). Der Grund dafür ist der Dopplereffekt, weil BAS11 sich von uns entfernt. (Bild: wikipedia.org)



- In Sonnen gibt es viel Wasserstoff, der durch Kernfusion (Abschnitt , p. 129) zu schweren Element verbrennt. Sonnen sind schwarze Körper (Abschnitt 4, p. 74), die für uns weiss leuchten.
- Das weisse Licht geht durch das Wasserstoff-Gas durch und dabei wird bei den charakteristischen Frequenzen des Wasserstoff (Abschnitt 2.2, p. 55) Licht absorbiert. Man sieht dort schwarze Linien (Abb. 75).
- Wenn die Quelle einer Welle sich uns wegbewegt, wird die Frequenz tiefer. Wir kennen das in der Akustik als Dopplereffekt. Beim kosmologischen Dopplereffekt wird durch die Expansion des Universums der Raum selber grösser, wir sehen Wellenlängen gestreckt (Abb. 76 links oben). Der Effekt ist aber derselbe: was sich von uns wegbewegt, ist «roter». Aus der Verschiebung folgt direkt die Geschwindigkeit relativ zu uns.
- Die Messung der Rotverschiebung ist sehr präzise, die Distanz ist schwierig abzuschätzen. Man verwendet dazu Supernovae (kollabierende Sterne) eines bestimmten Typs, von

denen man weiss, dass sie immer etwa gleich hell leuchten. Damit kennen wir die Helligkeit und können mit dem Abstandsquadratgesetz die Entfernung schätzen.

- Interessanterweise bewegen sich *alle* Galaxien in allen Richtungen von uns weg. Sind wir dann im Mittelpunkt? Nein, es ist der Raum zwischen den Galaxien, der sich ausdehnt wie der Teig eines Brotes oder die Oberfläche eines Ballons (Abb. 76).
- Man nennt das kosmologisches Prinzip: Das Universum ist praktisch homogen (es sieht fast überall gleich aus, ausser zum Beispiel in unserer näherer Umgebung) und das Universum ist isotrop, es sieht in alle Richtungen gleich aus.
- Das Universum ist aber erst im Bereich 100 Millionen Lichtjahre homogen. Darunter zeigen sich grossräumige Strukturen, Ansammlungen von Galaxien mit riesige Leerräumen dazwischen.

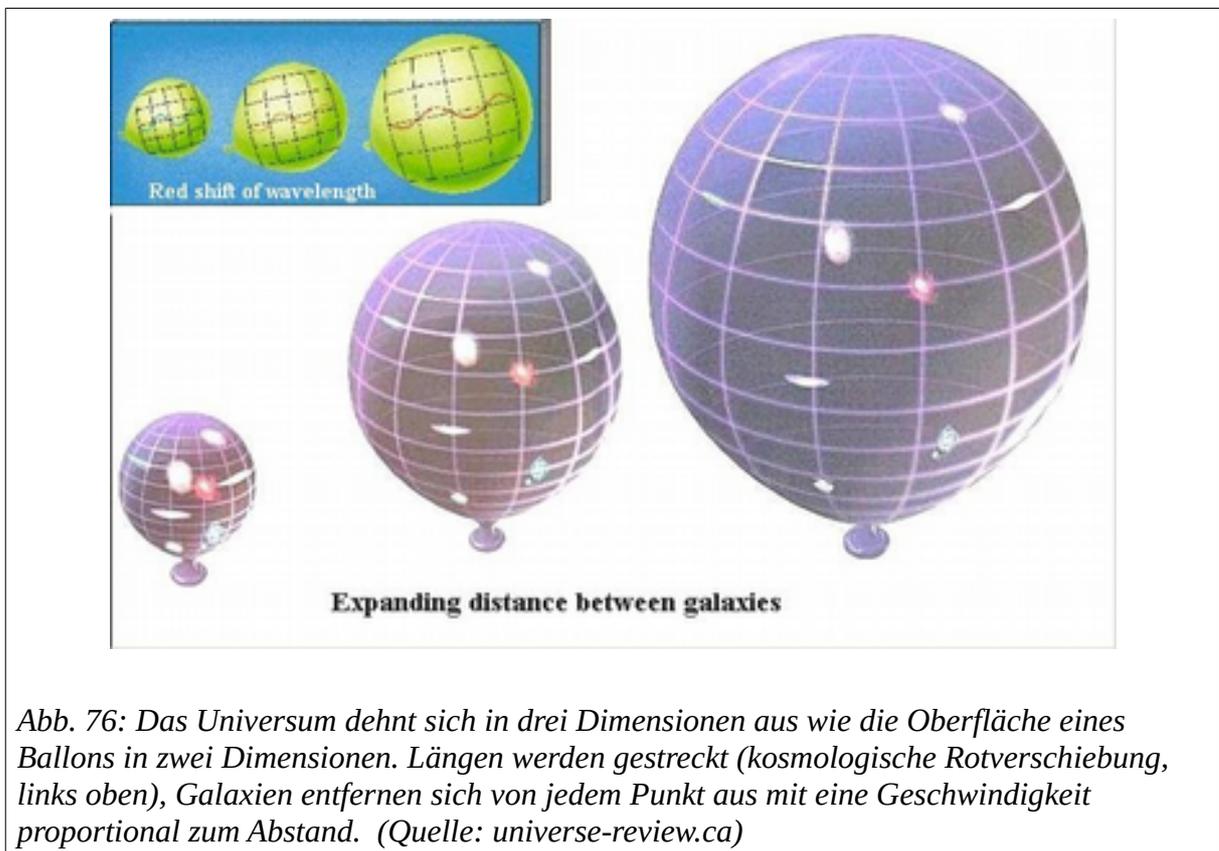


Abb. 76: Das Universum dehnt sich in drei Dimensionen aus wie die Oberfläche eines Ballons in zwei Dimensionen. Längen werden gestreckt (kosmologische Rotverschiebung, links oben), Galaxien entfernen sich von jedem Punkt aus mit einer Geschwindigkeit proportional zum Abstand. (Quelle: universe-review.ca)

Die Hubble-Konstante

- Edwin Hubble 1927 schätzte die Entfernung d der Galaxien aus ihrer Lichtstärke und errechnete die Hubble-Konstante $H = v/d$, ihr Wert heute ist 0.023 (m/s) pro Lichtjahr. Eine Galaxie in $d=10^9$ Lichtjahren (306 Mpc) Entfernung bewegt sich mit $v = H d = 20 \cdot 10^6$ m/s von uns weg (Abb. 77)

- Der Kehrwert der Hubble-Konstanten $1/H = 15 \cdot 10^9$ y entspricht gerade etwa dem Alter des Universums.
- Innerhalb unserer Galaxis bemerken wir die Ausdehnung nicht. Über 100'000 Lichtjahre quer durch die Milchstrasse wäre die Geschwindigkeit 2.2 km/s, das liegt weit unter den Bewegungen der Sterne innerhalb der Milchstrasse.
- Steven Weinberg schreibt zu Hubbles Entdeckung in «Die ersten drei Minuten» (Weinberg 2001):

Actually, a look at Hubble's data leaves me [Weinberg] perplexed how he could reach such a conclusion — galactic velocities seem almost uncorrelated with their distance, with only a mild tendency for velocity to increase with distance.

In fact, we would not expect any neat relation of proportionality between velocity and distance for these 18 galaxies -they are all much too close, none being farther than the Virgo cluster. It is difficult to avoid the conclusion that, relying either on the simple arguments sketched above or the related theoretical developments to be discussed below, Hubble knew the answer he wanted to get.

- Hubbles Behauptung wurde inzwischen gründlich bestätigt (Abb. 77), seine Intuition war richtig. Die «Konstante» änderte sich mit zunehmender Messgenauigkeit stark (Abb. 78).
- Straumann (Straumann 2015) meint allerdings, die Entdeckung sei nicht Hubbles Verdienst gewesen:

Die Behauptung, Hubble habe das expandierende Universum entdeckt, gehört zum Heldenkult. Es ist leider immer noch viel zu wenig bekannt, dass dieses Verdienst Lemaître zugeschrieben werden muss. Er entdeckte im Jahre 1927 unabhängig Friedmanns dynamische Lösungen der Feldgleichungen.

Darüber hinaus verband er diese nun mit den besten damaligen astronomischen Beobachtungen [...]. Diese Daten benutzte er zwei Jahre vor Hubble für eine erste grobe Bestimmung der sog. Hubble-Konstante H_0 . Lemaître deutete erstmals die grossen Rotverschiebungen nicht als galaktische Flucht, sondern als räumliche Expansion des Kosmos [...]. »Die Nebel bleiben im Raum an ihrem Platz, aber die Eigenschaften des Raumes ändern sich mit der Zeit, er dehnt sich aus. Die Dinge verhalten sich so, wie sie Mikroben erscheinen könnten, die sich auf einer Seifenblase befinden. Wenn die Blase sich ausdehnt, kann jede Mikrobe feststellen, dass sich alle Nachbarn von ihr entfernen. Sie hätte dann den Eindruck, aber nur den Eindruck, ein zentraler Punkt zu sein.«

Die Erwartung bestimmt mit, was wir messen. Weder die Messung noch die Analyse sind objektive Vorgänge. Die Auswahl, was und wie ich etwas messe und der Umgang mit meinen Messdaten sind subjektive Entscheidungen.

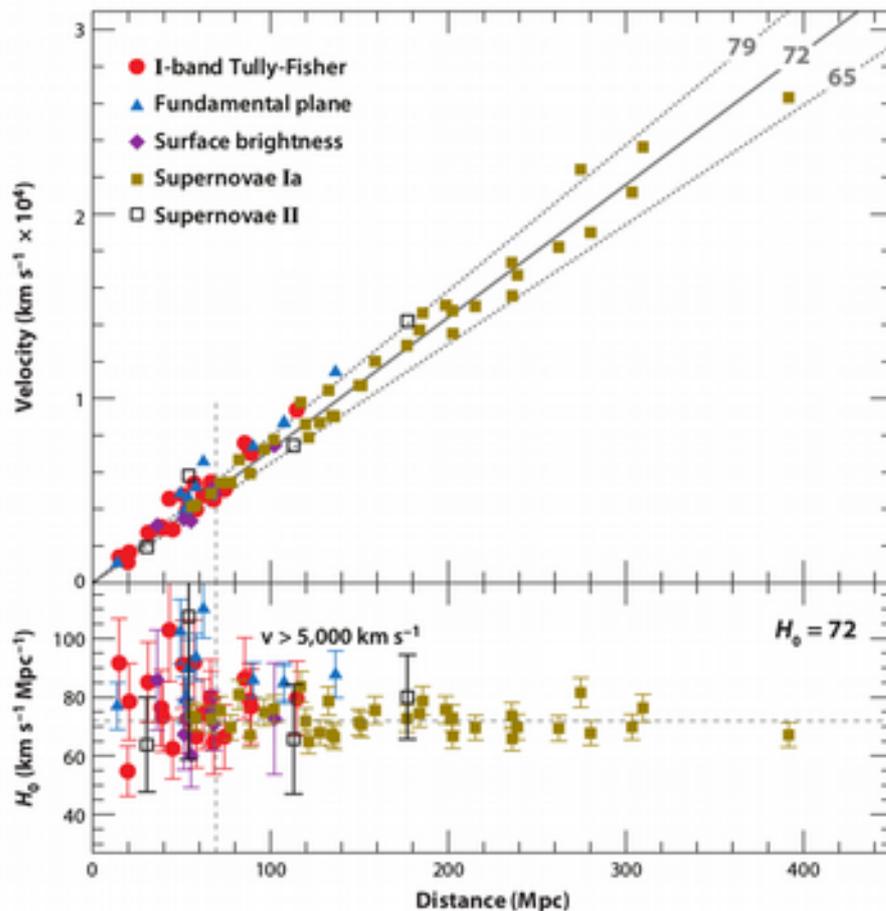


Abb. 77: Gemessene Geschwindigkeiten als Funktion des Abstandes für verschiedene Galaxientypen. Ein parsec (pc) ist eine Längeneinheit und entspricht 3.26 Lichtjahren. $H_0=72$ ist die Hubble-Konstante in der Einheit $(\text{km/s})/\text{Mpc}$. (Quelle: (Freedman und Madore 2010), heruntergeladen von ww.astro.caltech.edu)

Aufgabe 29: Kritische Dichte des Universums aus der Hubblekonstante

Schätzen Sie die kritische Dichte des Universums ab, bei der es gerade nicht kollabiert.

Betrachten Sie dazu die Fluchtgeschwindigkeit einer Galaxie im Abstand R , die von der gesamten Masse innerhalb der Kugel mit Radius R angezogen wird. Vergleichen Sie die Fluchtgeschwindigkeit mit der Hubble-Geschwindigkeit im Abstand R .

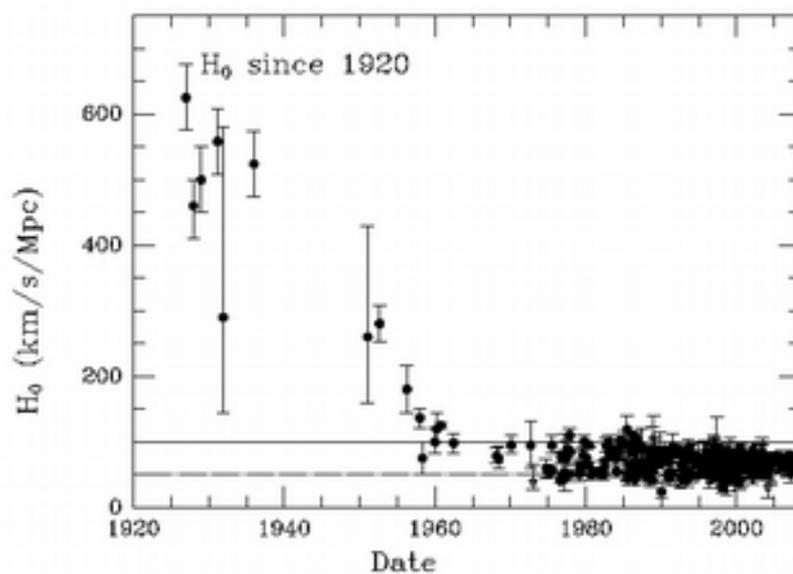


Abb. 78: Entwicklung des Wert der Hubble-Konstanten als Funktion der Zeit. Der Kern der Wissenschaft ist ihre Fähigkeit, ihre Ergebnisse in Frage zu stellen (Quelle: www.cfa.harvard.edu)

Olbers Paradoxon

- Die Ausdehnung des Universums wirft einen neuen Blick auf eine alte Frage: Weshalb ist es in der Nacht dunkel?
- Der Name geht auf den deutschen Arzt und Astronomen Heinrich Olbers zurück. Er veröffentlichte 1823 im Berliner Astronomischen Jahrbuch einen Artikel «Über die Durchsich-

tigkeit des Weltraums».²⁸ Das Paradoxon ist schon älter, Norbert Straumann zitiert dazu Kepler²⁹.

- Wenn das Universum unendlich gross ist und gleichmässig mit Sternen gefüllt, müsste man überall Sterne sehen. Wie man in einem Wald überall Bäume sieht. Der Nachthimmel ist aber schwarz. Olbers schrieb das der Undurchsichtigkeit des Weltraums zu:

So hat also mit weiser Güte die schaffende Allmacht den Weltraum zwar in einem ungemein hohen Grade aber doch nicht absolut durchsichtig gemacht und so unsere Sehkraft auf einen bestimmten Raum des unendlichen beschränkt da wir nur dadurch in den Stand gesetzt sind etwas von dem Bau und der Einrichtung des Weltalls kennen zu lernen von dem wir wenig wissen würden wenn auch die entferntesten Sonnen ganz ungeschwächtes Licht zu uns schicken könnten

- Wenn der Weltraum undurchsichtig (staubig) wäre, würde er sich aufheizen, es geht keine Energie verloren. Und die aufgeheizte Materie würde strahlen (Abschnitt 4, p. 74).
- Die üblichen Erklärungen begründet den schwarzen Nachthimmel mit der Ausdehnung des Universums: Das Licht entfernter Sterne hat uns noch nicht erreicht. Wir sehen nicht weiter als 13 Milliarden Lichtjahre.
- Zu Beginn war das Universum allerdings komplett leuchtend hell, gefüllt mit Photonen. Durch die Ausdehnung des Universums hat sich ihre Wellenlänge gestreckt, heute können wir dieses kühle Rauschen als kosmische Hintergrundstrahlung messen (1964 von Penzias und Wilson gemessen).

1.3 Der Urknall

Bei der Beschreibung stütze ich mich auf Steven Weinbergs «Die ersten drei Minuten» (Weinberg 2001), Giancolis «Physik» (Giancoli 2010). und auf eine Vorlesung von Alan Guth (in Fussnote erwähnt).

Der grosse Knall

- Die Expansion des Universums führt zum einfachen Schluss, dass alles in einem Punkt angefangen hat. Wenn die Hubble-Konstante konstant ist, war der Beginn vor $1/H = 15$ Milliarden Jahren.
- Dieses Alter erhält man aus der Zahl sehr langlebiger (Milliarden von Jahren) radioaktiver Elemente. Aus ihrem Verhältnis lässt sich berechnen, wann sie gebildet wurden.
- Man nimmt an, dass der Raum damals sehr klein war, aber die gleiche Energie enthielt wie heute (die Energie im Universum ist erhalten).

²⁸ <http://books.google.de/books?id=F-U3AAAAMAAJ&pg=110>

²⁹ www.emeriten.ethz.ch/Doku2015/Emer-Straumann-2-15.pdf, Seite 44

- Wir wissen nichts über $t=0$, woher der kleine Raum und die grosse Energie kamen, ist offen. Es ist schwierig, über diesen Zustand hinweg Informationen aus einem vorherigen Universum zu retten. Und was nicht messbar ist, darüber schweigt die Physik. Diesen Moment kann man auch als Schöpfung im religiösen Sinn betrachten, Energie und alle Naturgesetze zusammen formen von da aus das Universum.
- Es gibt sehr interessante und plausible Überlegungen zu einem «prequel» des Urknalls, die Alan Guth in den 1980-er Jahren als «Inflationstheorie» formulierte. Damit lässt sich die Homogenität des Universums verstehen, aber auch die kleinen Inhomogenitäten der kosmischen Hintergrundstrahlen und die Dichte, die sehr nahe bei der kritischen Dichte liegt.³⁰
- Der Ausdruck «Urknall» («Big Bang» auf englisch, wie heute jeder Serienjunkie weiss), geht auf Fred Hoyle zurück, der für diesen unbegreiflichen Vorgang ein griffiges Bild schuf (Quelle: Wikipedia.org). Wie alle griffigen Bilder verleitet es zu Fehlvorstellungen.

Was geschieht nach dem Knall?

- Wir glauben die Physik bis nahe an den Urknall heran zu kenne, bis etwas 10^{-43} s. Die Teilchenenergien lagen bei 10^{19} GeV, die Temperaturen entsprechend bei $T=E/k=10^{32}$ K. Die vier Kräfte (stark, schwach, elektrisch, Gravitation) waren vereinheitlicht.
- Bei 10^{-35} s setzt dehnt sich das Universum in der inflationären Phase durch gravitationelle Abstoßung rasant aus, sie ist bei 10^{-30} s abgeschlossen.
- Die Gravitation koppelte sich von den anderen Kräften ab. Leptonen (Elektronen, Neutrini) und Quarks (aus denen z.B. Protonen bestehen) gingen frei ineinander über. Die Temperatur fiel auf 10^{27} Grad, die Energie auf $E=kT=10^{13}$ GeV

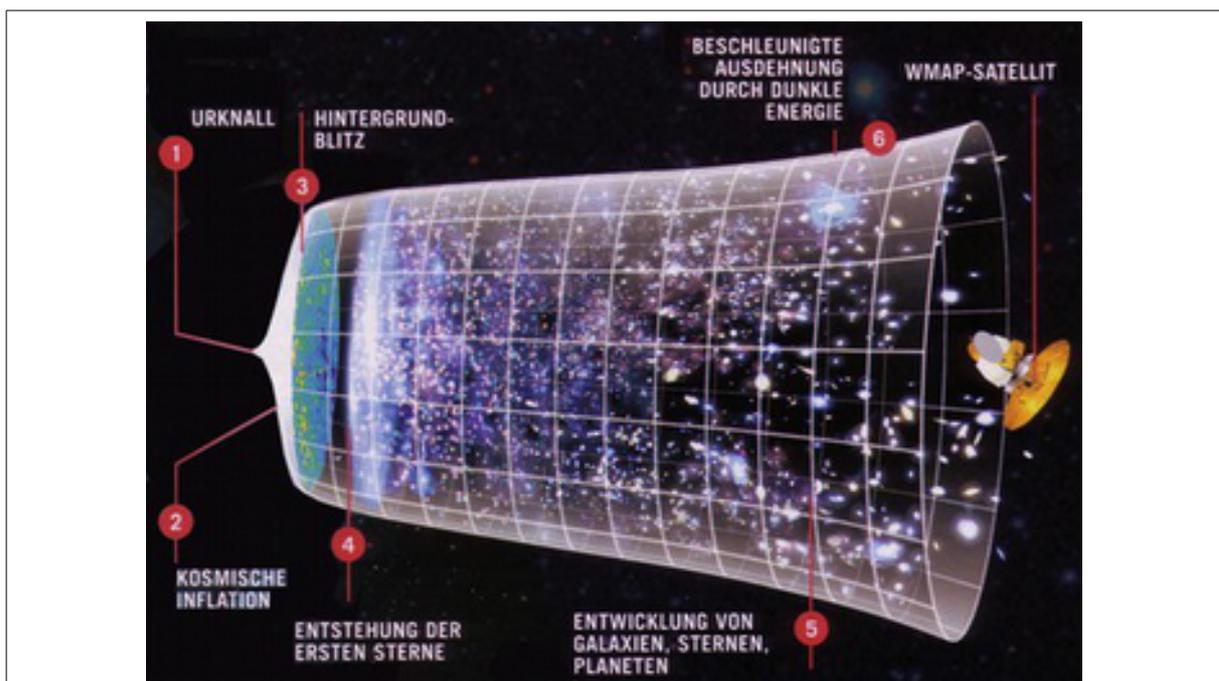


Abb. 79: Entwicklung des Universums wie es sich die Physik heute vorstellt. Horizontal verläuft die Zeit über 13 Milliarden Jahre, vertikal die Ausdehnung des Universums (nicht massstäblich). Aus einer sehr kleinen, sehr energiereichen Blase dehnt sich der Raum, kühlte dabei ab und Materie kondensierte aus.

- Nach weniger als einer Mikrosekunde hat sich die Temperatur auf 10^{17} K abgekühlt. Das entspricht einer Energie von 10 TeV, wie sie bei Kollisionen im LHC am CERN erreicht wird. Im kleinen Volumen von weniger als einem Kubikmillimeter der kollidierenden Protonenstrahlen herrschen damit Zustände wie kurz nach dem Urknall. Wir können messen, was bei diesen Temperaturen geschieht.
- Jetzt kondensieren drei Quarks zu Hadronen (Protonen, Neutronen) und zwei Quarks zu Mesonen, immer alle mit ihren Antiteilchen. Nach einer Mikrosekunde entspricht die Temperatur einer Energie von 1 GeV, der Ruhemasse des Protons und Neutrons. Zuvor wurden Hadronen und ihre Antiteilchen laufend erzeugt und annihilierten wieder (Hadronen-Ära).
- Jetzt werden keine neuen Hadronen mehr erzeugt, aber die Annihilation von Teilchen und Antiteilchen setzt sich fort. Was wir heute an Materie sehen ist ein zufälliger Überschuss von Materie gegen Antimaterie. Diese Asymmetrie zwischen Materie und Antimaterie verstehen wir nicht.

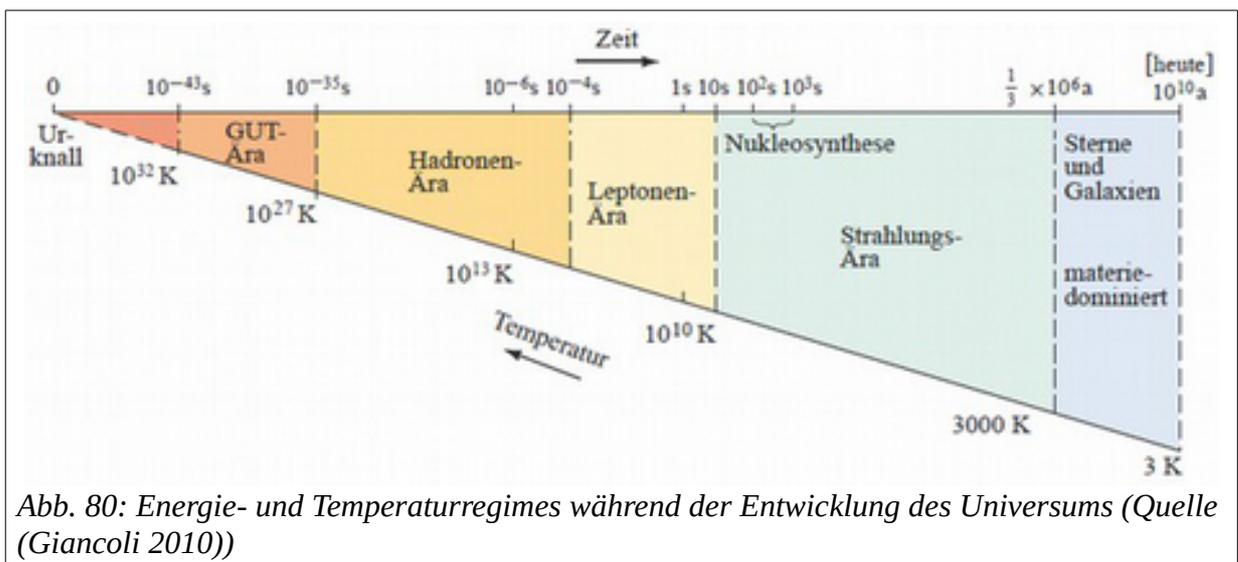


Abb. 80: Energie- und Temperaturregimes während der Entwicklung des Universums (Quelle (Giancoli 2010))

- Nach der ersten Sekunde ist die Temperatur auf 10^{10} K gefallen. Die Dichte hat so weit abgenommen, dass die Neutrini sich abkoppeln von den anderen Teilchen. Bis heute bleiben sie im Hintergrund.
- Nach 15 Sekunden ist die Temperatur bei $3 \cdot 10^9$ K. Es werden keine neuen Elektronen und Positronen mehr erzeugt. Die ersten stabilen Kerne werden gebildet: Deuterium ($p+n$), Tritium ($p+2n$) und Helium ($2p+2n$). Heliumkerne sind sehr stabil (Abschnitt 1.3, S. 125) und bleiben auch bei dieser hohen Temperatur bestehen, Deuterium und Tritium werden wieder auseinandergerissen.
- Nach drei Minuten ist die Temperatur auf 10^9 K gefallen. Elektronen und Positronen sind verschwunden, das Universum besteht aus Photonen, Neutrini und Antineutrini. Tritium

und He-2 ($2p+1n$), Deuterium ist immer noch zu schwach gebunden. Die freien Neutronen zerfallen jetzt über den Beta-Zerfall in ein Proton, ein Elektron und ein Neutrino. Die Energie ist jetzt in Form von Strahlung (Photonen) vorhanden.

- Eine Minute später kann sich Deuterium bilden (Nukleosynthese), die Temperatur ist jetzt tief genug, dass die D-Kerne bestehen bleiben. Die freien Neutronen werden so gebunden, zwei Deuterium-Kerne bilden zusammen einen stabilen He-Kern.
- Nach einer halben Stunde ist die Temperatur bei $3 \cdot 10^8$ K. Alle Elektronen und Positronen haben sich annihiliert, es bleibt nur ein kleiner Anteil Elektronen, der die Ladung der verbliebenen Protonen kompensiert. Protonen und Neutronen sind meist in He-Kernen gebunden. Es ist noch zu heiss für atomare Bindungen. Aber es ist bereits zu kühl für weitere Kernfusionen, es haben sich nur die leichtesten Kerne (Helium, etwas Lithium) gebildet.
- Nach 300'000 Jahren ist die Temperatur tief genug, dass atomare Bindungen nicht mehr aufgebrochen werden (kleiner als 10^5 K). Die Elektronen binden sich an die Protonen und fliegen nicht mehr frei herum. Das Universum wird durchsichtig. Die Energie der Strahlung nimmt durch die Ausdehnung des Raums ab, das Universum wird materiedominiert.
- Nach dieser Zeit sollten sich 25 % der Materie in stabilen He-Kernen vereinigt haben, der Rest in Wasserstoffatomen. Diesen Heliumanteil findet man heute im Universum. Diese Abschätzungen sind natürlich heikel, weil man nicht genau weiss, wieviel in den Sternen verbrannt wurde.
- Helium und Wasserstoff bindet sich zu Sternen, in denen durch Fusion schwere Elemente entstehen, die beim Zerfall des Sterns wieder ins All geschleudert werden. Irgendwann sammelt sich dieser Staub um eine kleine Sonne im Arm einer durchschnittlichen Galaxie und bildet die Basis für unseren Heimatplaneten. Jedes Wasserstoff- oder Heliumatom ist ein Zeuge des Urknalls, jedes schwerere Atom ist Sternenstaub.

Was machen die Photonen?

- Die Ausdehnung des Universums ist eine Ausdehnung des Raumes selber. Die Photonen aus dem Urknall werden gestreckt, ihre Wellenlänge nimmt zu.
- Die Photonen haben deshalb immer weniger Energie, sie entsprechen dem Spektrum eines schwarzen Körpers bei 3 K. Die Wellenlänge der intensivsten Strahlung liegt bei 1 mm mit einer Frequenz von 300 GHz. Das ist der kosmische Mikrowellen-Background (CMB), der von allen Seiten gleichzeitig strahlt und den Penzias und Wilson als Rauschen wahrgenommen hatten (Abschnitt , p. 146).

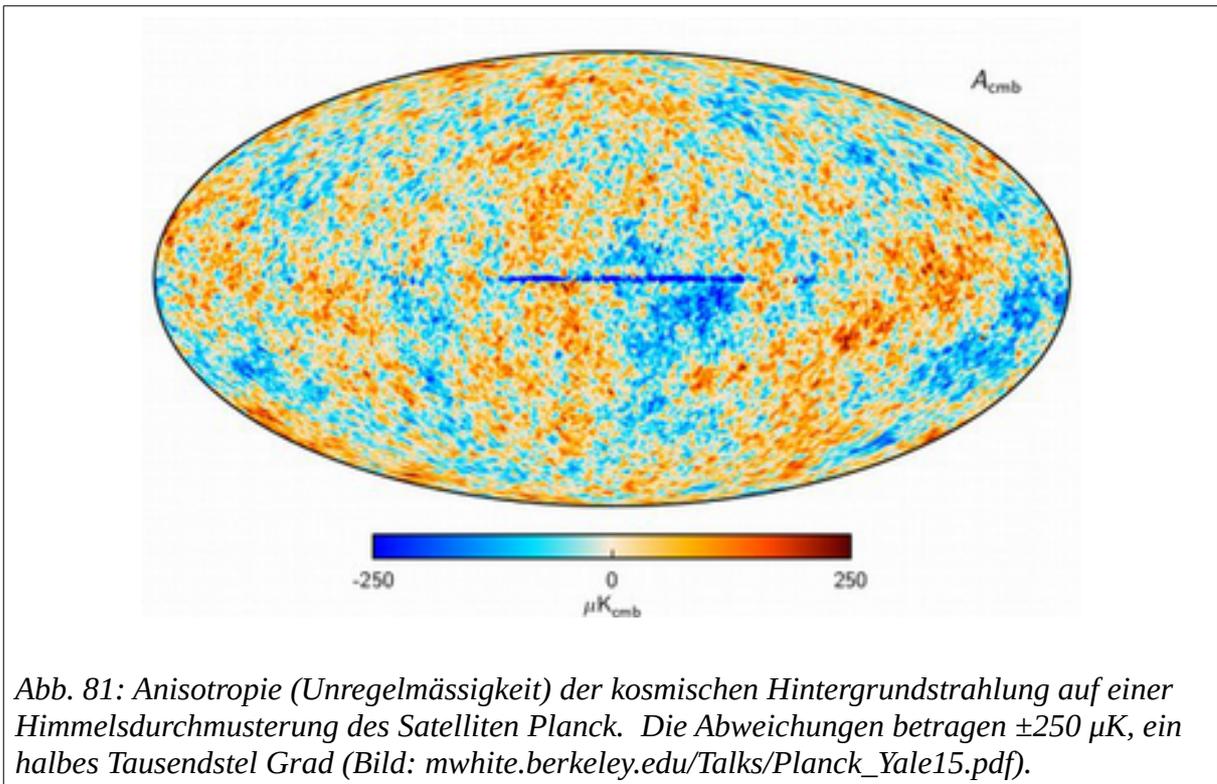


Abb. 81: Anisotropie (Unregelmässigkeit) der kosmischen Hintergrundstrahlung auf einer Himmelsdurchmusterung des Satelliten Planck. Die Abweichungen betragen $\pm 250 \mu\text{K}$, ein halbes Tausendstel Grad (Bild: mwhite.berkeley.edu/Talks/Planck_Yale15.pdf).

- Der CMB füllt das Universum fast gleichmässig. Winzige Schwankungen (Anisotropien) geben Hinweise auf den Urknall.

1.4 Die Dynamik des Universums

- Nach aller Erfahrung müsste das Universum kollabieren. Es gibt in der klassischen Mechanik nur eine anziehende (keine abstossende) Kraft durch Gravitation.
- Newton umschiffte das Problem, indem er ein unendlich ausgedehntes Universum annahm ohne Mittelpunkt, zu dem es kollabieren könnte.
- Einstein sucht nach Lösungen seiner allgemeinen Relativitätstheorie, die ein statisches Universum hervorbringen würde. Etwas anderes war vor Hubbles Entdeckung nicht denkbar. Einstein führte deshalb die kosmologische Konstante ein, die der Gravitation entgegenwirken sollte. Die Konstante tritt wieder auf als «dunkle Energie».
- In der Aufgabe 29: «Kritische Dichte des Universums aus der Hubblekonstante» (p. 152) wurde die kritische Dichte berechnet, unterhalb der das Universum gerade nicht kollabiert. Die Rechnung ist erstaunlich einfach und liefert einen Wert von $\sim 4.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$ oder etwa 3 Protonen pro Kubikmeter liegt.

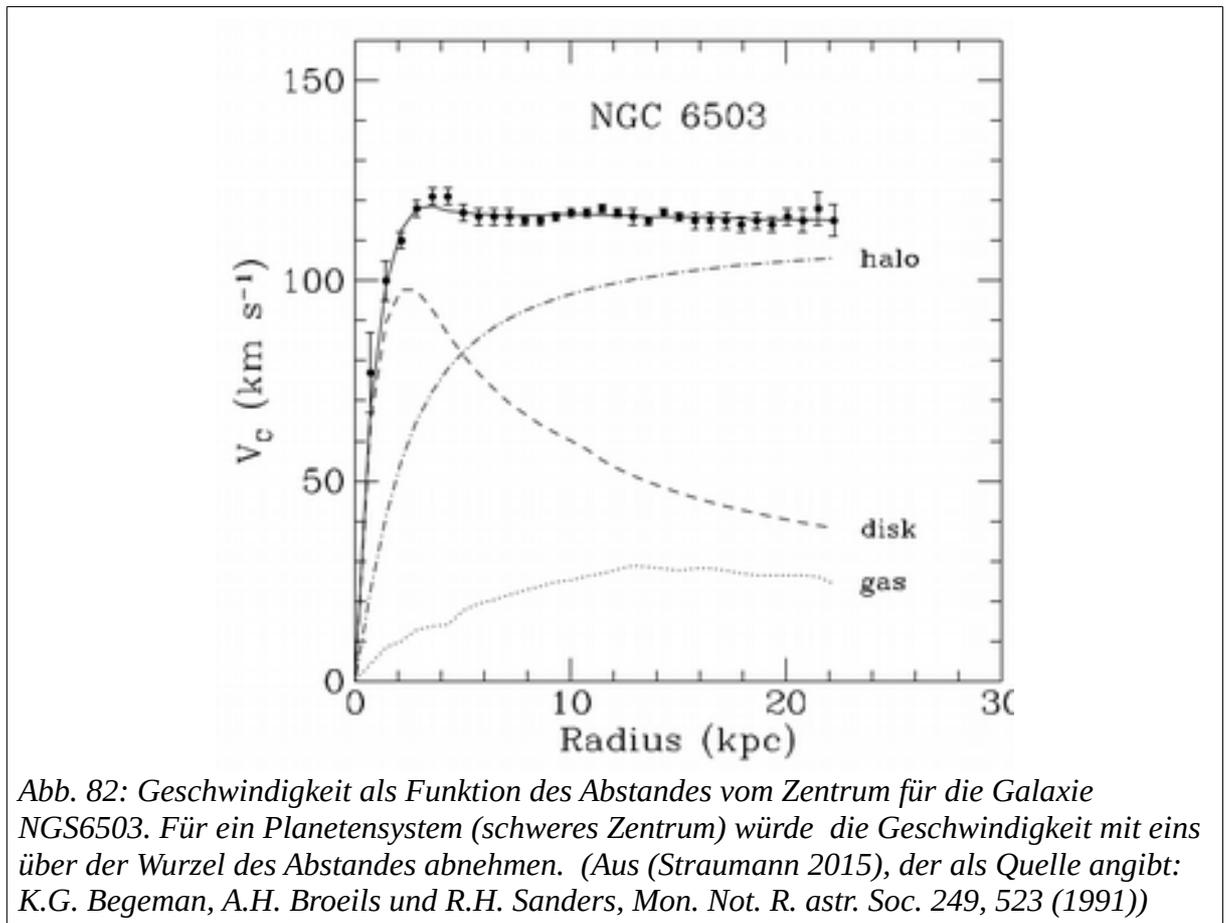
- Die Dichte der sichtbaren Materie liegt deutlich unter diesem Wert. Die Beobachtung von Galaxiebewegungen lassen vermuten, dass es sehr viel unsichtbare Materie gibt (Abschnitt), mit die Dichte sich der kritischen Dichte nähert.
- Ist die Dichte kleiner als die kritische Dichte, wird das Universum sich für immer ausdehnen. Ist die Dichte grösser als die kritische Dichte, wird die Gravitation die Ausdehnung verlangsamen und alles wieder auf einen Punkt zusammenziehen.
- Unser Universum könnte nahe der kritischen Dichte sein und würde dann nicht mehr kollabieren. Das ist Teil der aktuellen astronomischen Forschung.

1.5 Dunkle Materie und dunkle Energie

Nur rund 4 % der Materie des Universums bestehen aus den uns bekannten Atomen. Der Rest äussert sich nur über Gravitation, ohne selber zu leuchten (dunkle Materie, 22 % der Energie oder Masse) und als mögliche Erklärung für die Expansion des Weltraums (dunkle Energie, 74 % der Energie oder Masse).

Dunkle Materie

- Man stellt fest, dass sich das Universum langsamer ausdehnt, als man aufgrund der Dichte der sichtbaren (baryonischen) Materie erwartet.
- Galaxien haben die sichtbare Masse im Innern konzentriert, die äusseren Sterne der Galaxis sollte deshalb um das Zentrum langsam drehen (Pluto braucht länger als die Erde für einen Umlauf um die Sonne). Sie bewegen sich jedoch gleich schnell oder schneller.



- Der Schweizer Astronom Fritz Zwicky beobachtet schon 1920:³¹
 - Um, wie beobachtet, einen mittleren Dopplereffekt von 1000 km/s oder mehr zu erhalten, müsste also die mittlere Dichte im Comasystem mindestens 400mal grösser sein als die auf Grund von leuchtender Materie abgeleitete. Falls sich dies bewahrheiten sollte, würde sich also das überraschende Resultat ergeben, dass dunkle Materie in sehr viel grösserer Dichte vorhanden ist als die leuchtende Materie.”
- Eine Galaxie, die genau in einer Sichtlinie mit einer anderen Galaxie liegen sieht man wegen der Lichtkrümmung der allgemeinen Relativitätstheorie mehrfach. Um das gemessene Bild zu erzeugen, braucht die Galaxie im Vordergrund mehr Masse, als man sieht (Abb. 83).
- Das lässt den Schluss zu, dass es neben der sichtbaren Materie noch Materie gibt, die Gravitation ausübt, aber nicht mit Licht wechselwirkt. Man weiss nicht, woraus diese Materie besteht.

³¹ F. Zwicky, *Helv. Phys. Acta* 6, 110 (1933), zitiert nach (Straumann 2015)

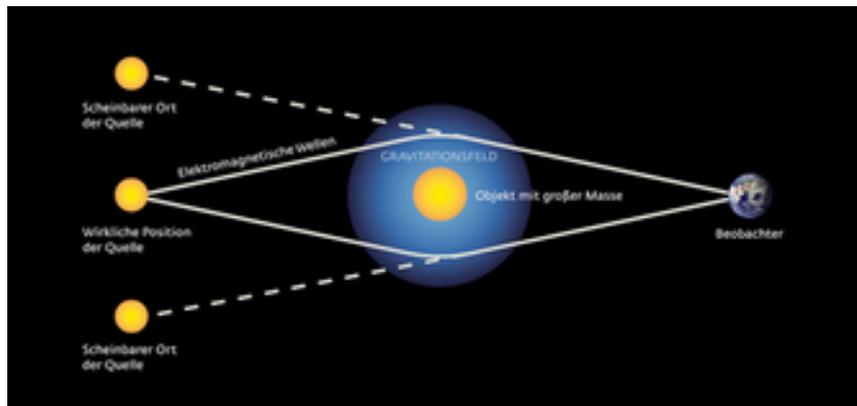


Abb. 83: Gravitationslinse. Das Objekt links wäre von der Erde (rechts) aus nicht sichtbar. Seine Lichtstrahlen werden aber am massiven Objekt in der Mitte gebogen. Wir sehen von der Erde aus das Objekt mehrmals. Aus dem Öffnungswinkel lässt sich die Masse des mittleren Objekts berechnen. Sie ist grösser, als man auf Grund der Helligkeit annimmt.

Dunkle Energie

- Die dunkle Energie ist ein anderer Name für Einsteins «kosmologische Konstante». In seiner Gleichung der allgemeinen Relativitätstheorie führte Einstein diese Konstante ein, um der Gravitation entgegenzuwirken und ein stabiles Universum zu garantieren.
- Mit diesem Problem hatte schon Newton zu kämpfen: Ein statisches Universum müsste durch die Gravitationskraft auf einen Punkt zusammenfallen. Newton macht Gott und die sehr grosse Entfernung verantwortlich für die Stabilität.
- Man beobachtet heute eine beschleunigte Expansion des Universums. Es gibt keine bestätigten Theorien dazu, aber viele Ansätze. Wie Norbert Straumann es schön schreibt:

[Man kann] sagen, dass wir heute nur etwa 1/20 der gravitativ nachweisbaren Energie in Materie von uns heute bekannter Natur lokalisieren können. In Anbetracht dieser Tatsache erscheinen gelegentliche Ankündigungen des Endes der Physik etwas verfrüht.

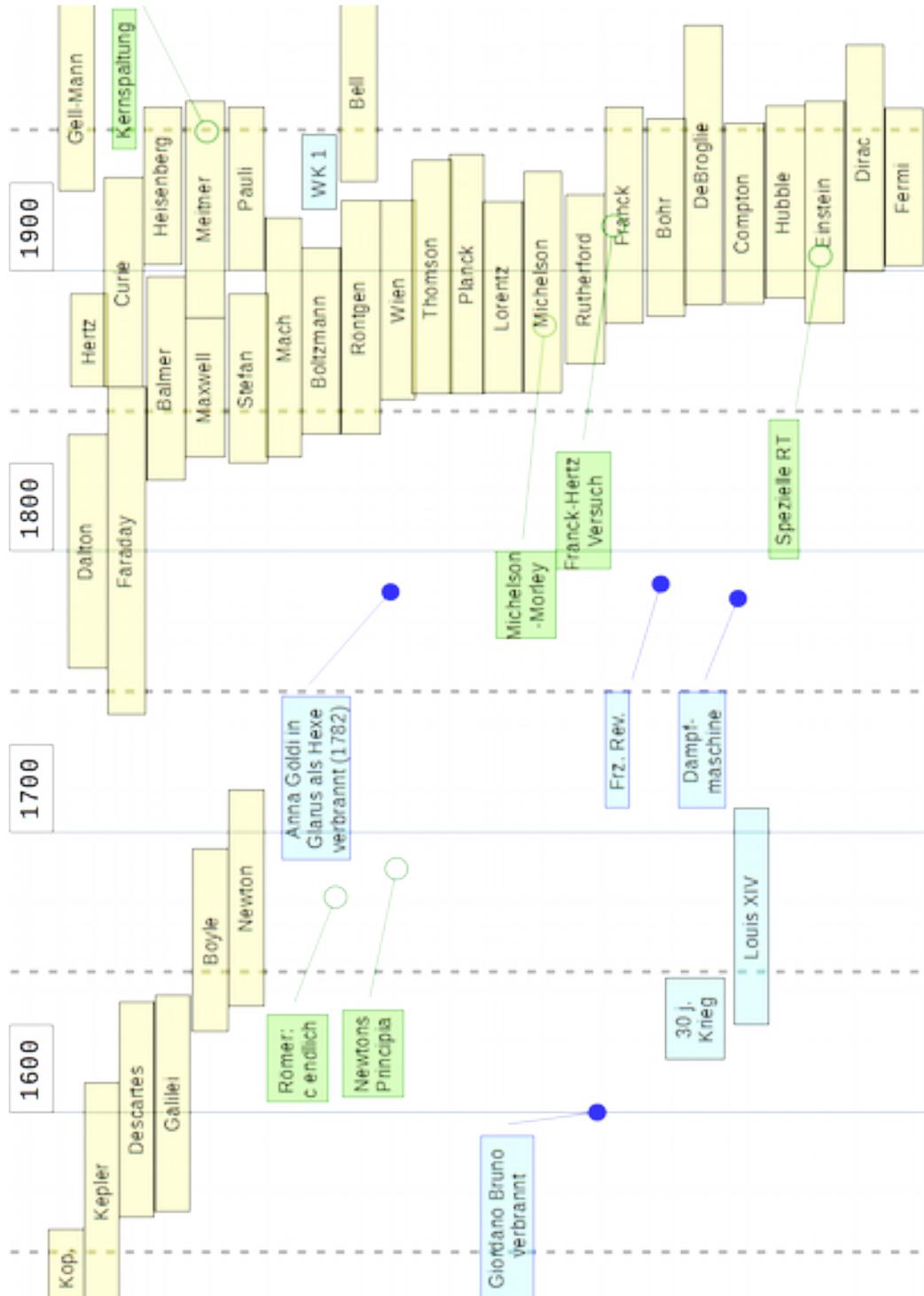
Aufgabe 30: Kosmologie und Teilchenphysik

Welche Messung ist ein deutlicher Hinweis darauf, dass das sichtbare Universum sich nicht an die Newtonsche Mechanik hält?

Geschichte und Biographien

1 Zeittafel

Die Zeittafel verknüpft Lebensdaten aus der Physik mit wichtigen Entdeckungen und geschichtlichen Ereignissen. Die Auswahl ist willkürlich.



2 Biografien

Dieser Abschnitt fasst die Lebensdaten von Menschen zusammen, die zur Entwicklung der Physik beigetragen haben. Die Liste ist nach Geburtsdatum geordnet, beginnt willkürlich mit Kopernikus, reduziert Menschen auf einige Stichworte und lässt mehr Namen aus, als sie aufzählt. Die Informationen stammen aus verschiedenen Quellen (Biografien, Physikbücher, Wikipedia), die meist nicht genannt sind. Im letzten Abschnitt 2.4 (p. 171) sind die Beziehungen der Akteure der QM zusammengestellt.

2.1 Die Pioniere bis 1750

Nikolaus Kopernikus (1473-1543)

- Deutscher Domherr, der sich mit Astronomie, Mathematik beschäftigte
- Veröffentlichte 1543 die Beschreibung eines heliozentrischen Weltbildes (die Planeten kreisen um die Sonne). Dieses Bild vereinfachte die Berechnung von Planetenbahnen. Es erklärte aber nichts.
- Die katholische Kirche setzte das Werk erst 60 Jahre später auf den Index der verbotenen Bücher, als durch Galileis Beobachtungen der Jupitermonde klar wurde, dass die Erde tatsächlich um die Sonne kreisen könnte (und das heliozentrische Weltbild nicht nur eine Rechenhilfe war)³².

Johannes Kepler (1571–1630)

- Deutscher Gelehrter und Theologe
- Entdecker der Gesetze der Planetenbewegung aus Aufzeichnungen von Tycho Brahe («Keplersche Gesetze»)
- Unterstützte die Idee, das kopernikanische Weltbild sei mehr als eine Rechenhilfe
- Ziel: Suche nach göttlichen Harmonien, was zu Spannungen mit Galilei führte, aber noch bei Newton üblich war. Auch Balmer suchte in den Wellenlängen des Wasserstoffs eine höhere Ordnung.

Galileo Galilei (1564–1642)

- Italienischer Gelehrter und Philosoph
- Begründer des systematischen Experimentes und des Gedankenexperiments
- Entdecker der Jupitermonde

³² Nach: <http://www.welt.de/kultur/article152954236/Warum-Kopernikus-wirklich-auf-den-Index-kam.html>

Robert Boyle (1626–1691)

- Englischer Naturforscher
- Begründer der modernen Chemie
- Zusammenhang zwischen Druck und Volumen eines Gases (Boyle-Mariotte Gesetz)

Isaac Newton (1643–1727)

- Englischer Gelehrter, Philosoph, Theologe
- Entdecker des Gravitationsgesetzes
- Mitentdecker der Infinitesimalrechnung (Ableiten und Integrieren)
- Namensgeber der Einheit der Kraft

2.2 Ausbau der klassischen Physik bis 1900

John Dalton (1766–1844)

- Englischer Naturforscher
- Entdecker von Gesetzen in Gastheorie und Thermodynamik
- Mitbegründer der Idee von Teilchen, die sich in bestimmten Mengenverhältnissen verbinden

Michael Faraday (1791–1867)

- Englischer Naturforscher und Experimentator
- Entdecker des Induktionsgesetzes
- Ursprünglich Buchbinder, später in die Royal Society aufgenommen
- Namensgeber der Einheit der Kapazität

Johann Jakob Balmer (1825–1898)

- Schweizer Mathematiker und Numerologe
- Entdecker der Gesetzmässigkeit für den Abstand von Spektrallinien des Wasserstoffs.

James Clerk Maxwell (1831–1879)

- Schottischer Physiker
- Fasste die elektromagnetischen Erscheinungen in wenige Gleichungen zusammen. Sie wurden später auf 4 reduziert, die «Maxwellgleichungen»

- Beiträge zur kinetischen Gastheorie (Geschwindigkeitsverteilung von Gasmolekülen, genannt «Maxwell-Boltzmann-Verteilung»)

Josef Stefan (1835–1893)

- Österreichischer Mathematiker und Physiker
- Lehrer von Ludwig Boltzmann
- 1879 Studium und Interpretation experimenteller Daten zur Leistung der Wärmestrahlung schwarzer Körper (Temperatur hoch 4), die Boltzmann 1884 theoretisch begründete

Ernst Mach (1838–1916)

- Österreichischer Physiker, Philosoph und Wissenschaftstheoretiker
- Arbeiten über Schall, Dopplereffekt
- Die Schallgeschwindigkeit in Luft ist nach ihm benannt.
- Entwickler des Machschen Prinzips, wonach es keinen absoluten Raum gibt (im Gegensatz zu Newtons Auffassung) und damit ein Wegbereiter der Allgemeinen Relativitätstheorie.
- Positivist, real ist nur, was man sieht. Gegenspieler Boltzmanns, der ein Atomist war.

Edward Williams Morley (1838–1923)

- Amerikanischer Chemiker
- Versuchte zusammen mit Albert Michelson der Bewegung der Erde durch den Äther zu messen (siehe bei Michelson).

Ludwig Boltzmann (1844–1906)

- Österreich-ungarischer Physiker und Philosoph
- Schüler von Josef Stefan
- Beiträge zur statistischen Mechanik (Gastheorie) und Thermodynamik. Begründete 1884 die Strahlungsleistung eines schwarzen Körpers theoretisch (Stefan-Boltzmann-Gesetz).
- Die Boltzmann-Konstante (Verhältnis der mittleren Teilchenenergie zur Temperatur) ist nach ihm benannt.
- Verfechter der Idee von Atomen, die von Chemikern anerkannt, von vielen Physikern aber abgelehnt wurde (z.B. von Mach)
- Schwer erkrankt und depressiv erhängt sich Boltzmann 1906.

Wilhelm Conrad Röntgen (1845–1923)

- Deutscher Physiker
- Ursprünglicher Maschinenbauingenieur ETH, später in Zürich in Physik promoviert
- Entdeckte 1895 zufällig die Strahlung stark beschleunigter Ladungen, heute als Röntgenstrahlung bekannt (auf Englisch immer noch «X-ray»).

Albert A. Michelson (1852–1931)

- Deutsch-amerikanischer Physiker
- Versuchte 1887 mit Edward Morley vergeblich die Bewegung der Erde durch den Äther zu messen (Michelson-Morley-Experiment)
- Das Scheitern des Experiments inspirierte Lorentz, dessen Arbeiten wieder Einsteins spezielle Relativitätstheorie beeinflussten

Hendrik Antoon Lorentz (1853–1928)

- Niederländischer Mathematiker und Physiker
- Idee der Verkürzung entlang der Bewegungsrichtung bei hoher Geschwindigkeit (Lorentzkontraktion)
- Leitete gleiche Beziehungen zur Längenkontraktion her, wie sie später Einstein in der Speziellen Relativitätstheorie erhielt (in der die Idee eines ruhenden Äthers ganz fallengelassen wurde).

2.3 Moderne PhysikerInnen ab 1850

Joseph John Thomson (1856–1940)

- Englischer Physiker
- Nachweis der Existenz von Elektronen (1892), frei beweglichen negativen Ladungen
- Daraus entstand das «Rosinenkuchenmodell», das Materie als einen Teig aus Atomkernen erklärt, in den Elektronen eingebettet sind
- Erstmals Massenunterschiede zwischen chemisch identischen Atomen gemessen (Isotope)

Heinrich Hertz (1857–1894)

- Deutscher Physiker
- Nachweis der theoretisch aus den Maxwell-Gleichungen vorhergesagten elektromagnetischen Wellen

- Untersuchungen zusammen mit Wilhelm Hallwachs zum Photoeffekt, der 1905 zur Arbeit Einsteins führte.

Max Planck (1858–1947)

- Deutscher theoretischer Physiker
- Um 1900 Erklärung für die Strahlung eines schwarzen Körpers (Stefan-Boltzmann-Gesetz)
- Erstmals Idee einer Quantisierung der Energie, vorerst nur als Rechenhilfe
- Fand seine Idee in der Arbeit von Einstein über den Photoeffekt bestätigt und förderte Einstein

Wilhelm Wien (1864–1928)

- Deutscher Physiker
- Leitete aufgrund der Messungen von Stefan und Rechnungen von Boltzman das Verschiebungsgesetz ab, das die Frequenz des Strahlungsmaximums eines schwarzen Körpers bei einer bestimmten Temperatur beschreibt.
- Anhänger der Idee, alle Materie sei elektromagnetischer Natur, Vordenker von Einsteins Äquivalenz von Masse und Energie ($E=mc^2$)

Marie Curie (1867–1934)

- Polnische Physikerin und Chemikerin
- Untersuchte die von Becquerel entdeckte Strahlung des Urans
- Entdeckte mit Pierre Curie die Elemente Polonium und Radium

Ernest Rutherford (1871–1937)

- Neuseeländischer Experimentalphysiker
- Entdeckte den Zerfall radioaktiver Elemente in Elemente geringerer Ordnungszahl und identifizierte Alpha-, Beta- und Gammastrahlung als Helium-Kerne, Elektronen und Photonen
- Entwickelte durch Rückstreuexperimente das Atommodell mit einem schweren Kern, um den Elektronen kreisen.

Lise Meitner (1878–1968)

- Österreichische Kernphysikerin
- Fand 1939 die theoretische Erklärung für die von Otto Hahn entdeckte Kernspaltung

- Erhielt dafür keinen Nobelpreis

Albert Einstein (1879–1955)

- Deutscher Physiker
- Erklärte 1905 den Photoeffekt und die Brownsche Bewegung
- Entwickelte im gleichen Jahr die spezielle Relativitätstheorie, die das Verhalten von Raum und Zeit bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit beschreibt.
- Im Jahr 1905 publizierte Einstein fünf grosse Arbeiten: (1) «Über einen die Erzeugung und Umwandlung des Lichts betreffenden heuristischen Gesichtspunkt» (Photoeffekt), (2) «Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen.» (Brownsche Bewegung), (3) «Zur Elektrodynamik bewegter Körper» (Spezielle Relativitätstheorie), (4) «Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen» (Doktorarbeit,), (5) «Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig» (Nachtrag zur SRT, $E=mc^2$)
- Die Allgemeine Relativitätstheorie folgte 1915. Sie beschreibt die Gravitation als geometrische Eigenschaft der vierdimensionalen Raumzeit.
- Unterschreibt 1939 aus Angst vor den Fähigkeiten deutscher Physiker einen Brief, der den amerikanischen Präsidenten Roosevelt auffordert, eine Atombombe zu entwickeln.

James Franck (1882–1964)

- Deutsch-amerikanischer Experimentalphysiker
- Zusammen mit Heinrich Hertz Entwickler des Franck-Hertz Versuchs, mit dem diskrete Energieniveaus in Atomen direkt nachgewiesen werden können

Max Born (1882–1970)

- Deutscher Physiker und Mathematiker
- Mitentwickler der Quantenmechanik
- Entwickelte die statistische Interpretation der Wellenfunktion

Edward Powell Hubble (1889–1953)

- Amerikanischer Physiker und Astronom
- Mass die Rotverschiebung (Geschwindigkeit weg von der Erde) entfernter Galaxien und stellte einen Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Distanz fest.

Niels Bohr (1885–1962)

- Dänischer Physiker
- Entwickelte des Bohrschen Atommodells, in dem Elektronen sich in festen Verhältnissen um den Atomkern bewegen.
- Begründer der Kopenhagener Interpretation der Quantenmechanik, nach der die Quantenmechanik fundamental unbestimmt ist, die Wellenfunktion keine physikalische messbare Bedeutung hat und ihr Betragsquadrat eine Wahrscheinlichkeit für den Aufenthalt eines Teilchens aussagt.

Arthur Compton (1892–1962)

- Amerikanischer Physiker
- Entdecker der Comptonstreuung, bei der ein Photon ein Elektron aus der Atomhülle heraus schlägt, dabei gestreut wird und Energie verliert.

Louis de Broglie (1892–1987)

- Französischer Physiker
- Postulierte 1924 die Welleneigenschaften für alle Materie und ist damit Begründer des Welle-Teilchen-Dualismus.
- Gefördert von Einstein

Wolfgang Pauli (1900–1958)

- Deutscher theoretischer Physiker
- Mitentwickler der Quantenmechanik
- Sagte die Existenz von Neutrinos voraus aus dem Energie- und Impulsdefizit beim Beta-Zerfall.
- Langjährige Freundschaft mit dem Psychologen Jung, an dessen Konzept der Synchronizität beteiligt.

Werner Heisenberg (1901–1967)

- Deutscher Physiker
- Entwickelte erste Formulierungen der Quantenmechanik, aus der die Heisenbergsche Unschärferelation folgt (Ort und Impuls eines Teilchens können nicht gleichzeitig scharf bestimmt werden).
- Freundschaft mit Bohr

- Während des zweiten Weltkriegs nicht emigriert und ein möglicher Vater einer deutschen Atombombe, was Einstein zur Eingabe an Roosevelt veranlasste.

Paul Dirac (1902–1984)

- Englischer Physiker
- Mitbegründer der Quantenmechanik, formulierte eine relativistische Form der Schrödingergleichung (Diracgleichung).
- Sagte die Existenz des Positrons voraus (Antiteilchen zum Elektron), das von Anderson in der Höhenstrahlung entdeckt wurde.
- Postulierte die Existenz magnetischer Monopole, die bis heute nicht gefunden sind.

Enrico Fermi (1901–1954)

- Italienischer Physiker
- Theoretische Beiträge zur Quantenmechanik
- Arbeiten in Kernphysik, Vorarbeiten zur Kernspaltung und 1942 Betrieb des ersten Kernspaltungsreaktors in Chicago
- Mitentwickler der amerikanischen Atombombe

John Stewart Bell (1928–1990)

- Nordirischer Physiker
- Zeigte 1964 mit der Bellschen Ungleichung, dass es in der Quantenmechanik keine verborgenen Variablen geben kann.

Murray Gell-Mann (*1929)

- Amerikanischer Physiker
- Ordnete in den 60-er Jahren den Teilchenzoo.
- Postulierte die Quarks, aus denen die verschiedenen Teilchen zusammengesetzt sind.

Arno Penzias (*1933)

- Amerikanischer Physiker und Astronom
- Entdeckte 1964 zusammen mit Robert Wilson die kosmische Hintergrundstrahlung

Robert Wilson (*1936)

- Amerikanischer Astronom

- Entdeckte 1964 zusammen mit Arno Penzias die kosmische Hintergrundstrahlung

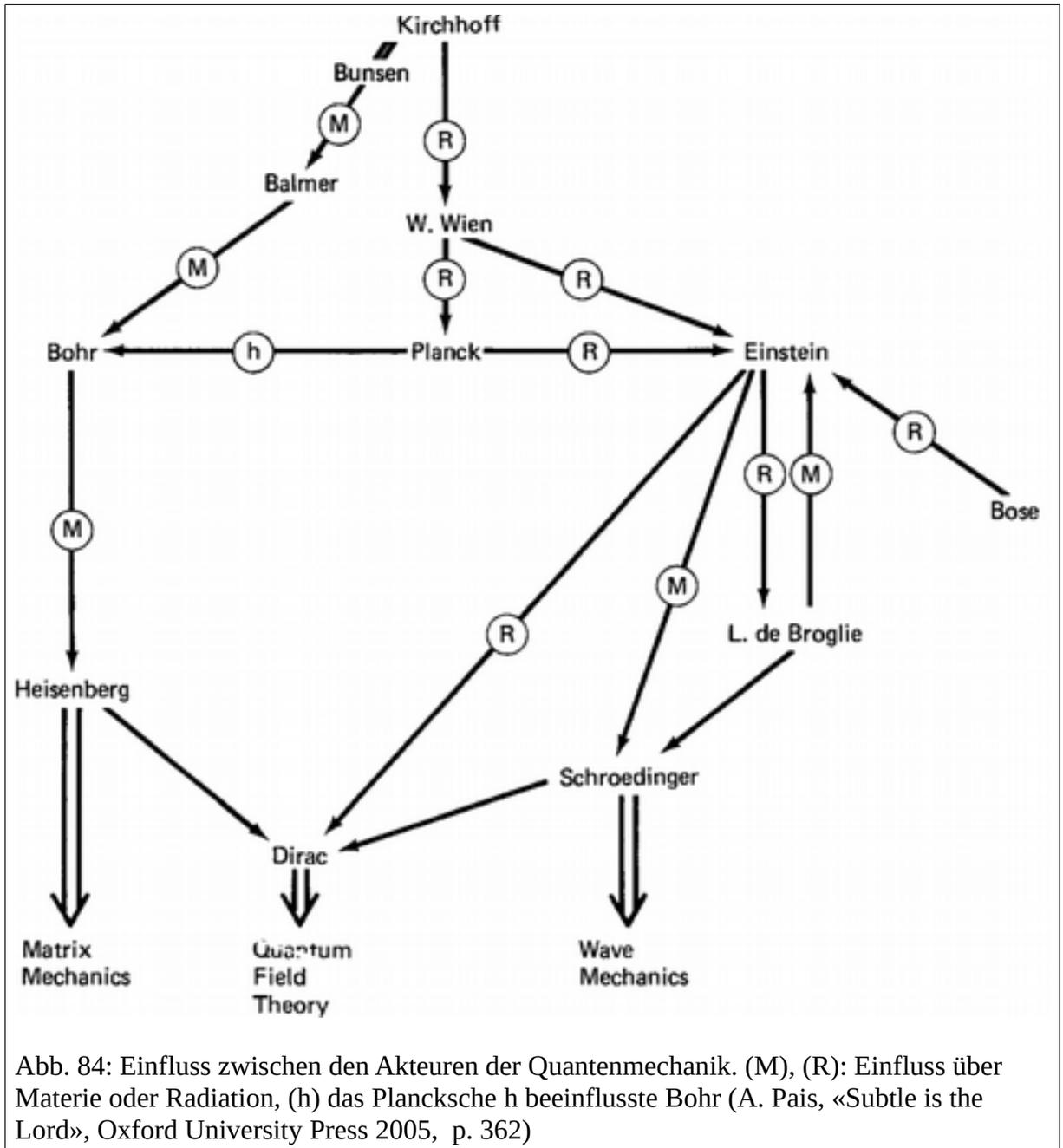


Abb. 84: Einfluss zwischen den Akteuren der Quantenmechanik. (M), (R): Einfluss über Materie oder Radiation, (h) das Plancksche h beeinflusste Bohr (A. Pais, «Subtle is the Lord», Oxford University Press 2005, p. 362)

2.4 Wer mit wem in der QM?

Aus dem Bildkommentar von Pais:

Arrows marked M and R indicate that the influence went via the theory of matter and radiation, respectively. If Planck, Einstein, and Bohr are the fathers of the quantum theory, then Gustav Robert Kirchhoff is its grandfather. Since he was the founder of optical spectra analysis (in 1860, together with Robert Bunsen), an arrow leads from him and Bunsen to Johann Jakob Balmer, the inventor of the Balmer formula.

From Balmer we move to Bohr, the founder of atomic quantum dynamics. Returning to Kirchhoff as the discoverer of the universal character of blackbody radiation, we note that his influence goes via Wien to Planck.

The arrow from Wien to Planck refers to the latter's formulation of his blackbody radiation law and the triangle Wien-Planck-Einstein to the mutual influences which led to the light-quantum hypothesis. The arrow from Bose to Einstein refers to Bose's work on electromagnetic radiation and its impact on Einstein's contributions to the quantum statistics of a material gas.

The triangle Einstein-de Broglie-Schroedinger has to do with the role of Einstein as the transitional figure in the birth of wave mechanics.

The h marking the arrow from Planck to Bohr serves as a reminder that not so much the details of Planck's work on radiation as the very introduction by Planck of his new universal constant h was decisive for Bohr's ideas about atomic stability. In the case of Einstein and Bohr, it cannot be said that the work of one induced major advances in the work of the other. Therefore, the simplified diagram does not and should not contain links between them. Nevertheless, for forty years there were influences at work between Einstein and Bohr and these were in fact intense, but on a different plane. In a spirit of friendly and heroic antagonism, these two men argued about questions of principle. (A. Pais, «Subtle is the Lord», Oxford University Press 2005, p. 361-363, leicht gekürzt)

3 Einheiten, Konstanten, Umrechnungen

3.1 Abgeleitete Einheiten

Name	Bedeutung	Formelzeichen	Basiseinheiten
Newton	Kraft	F	$N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$
Joule	Energie	W	$J = Nm = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$
Watt	Leistung	P	$W = \frac{J}{s} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$
Tesla	Magnetische Flussdichte	B	$T = \frac{N}{Am} = \frac{Vs}{m^2}$
Volt	Elektrisches Potenzial, Spannung	U	$V = \frac{Nm}{As}$
Coulomb	Ladung	Q	$C = As$
Becquerel	Aktivität einer Quelle, Anzahl Zerfälle/Sek.	A	$Bq = 1/s$
Gray	Durch Strahlung deponierte Energiedosis	D	$Gy = J/kg$
Sievert	Äquivalentdosis	H	$Sv = J/kg$

3.2 Konstanten und Grössenordnungen

Die Konstanten stammen aus verschiedenen Quellen. Die Werte sind gerundet. Exakte Werte (Definitionen) sind mit «exakt» bezeichnet. Grössenordnungen sind mit «G.O.» bezeichnet.

Bedeutung	Formelzeichen	Wert	Einheiten
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	299 792 458 (exakt) $\approx 3 \cdot 10^8$	m/s
Dielektrizitätskonstante	ϵ_0	$8.854 \cdot 10^{-12}$	As/Vm
Mittlerer Abstand Erde-Sonne	r	$1.496 \cdot 10^{11}$	m
Gravitationskonstante	G	$6.673 \cdot 10^{-11}$	$\frac{m^3}{kg \cdot s^2}$
Masse der Sonne	m_s	$2 \cdot 10^{30}$	kg
Oberflächentemperatur der Sonne	T	5800	K
Absoluter Temperaturnullpunkt (0 K)	0K	-273.15	°C
Wellenlänge von sichtbarem Licht, violett .. rot (mittlere Werte)	λ	vt: 400 .. rt: $700 \cdot 10^{-9}$	m

Anzahl Teilchen in einem Mol (Avogadrozahl)	N_A	$6.022 \cdot 10^{23}$	mol^{-1}
Elementarladung	e, q_e	$1.602 \cdot 10^{-19}$	C
Energie in Elektronenvolt	eV	$1 \text{ eV} = q_e 1 \text{ V} = 1.602 \cdot 10^{-19}$ $1 \text{ keV} = 1.602 \cdot 10^{-16}$ $1 \text{ MeV} = 1.602 \cdot 10^{-13}$ $1 \text{ GeV} = 1.602 \cdot 10^{-10}$	J
Rydberg-Konstante	R	13.606 eV $3.290 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ 91.13 nm	
Balmer-Konstante	B	$R/4 = 43.40 \text{ eV}$ $R/4 = 82.2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ $R \cdot 4 = 365 \text{ nm}$	
Masse ausgedrückt in eV/c^2	m	$1 \frac{\text{eV}}{c^2} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19}}{(2.99 \cdot 10^8)^2}$ $= 1.782 \cdot 10^{-36}$	kg
Masse des Elektrons	m_e	$9.11 \cdot 10^{-31}$ $= 0.511 \text{ MeV}/c^2$	kg
Masse des Protons	m_p	$1.673 \cdot 10^{-27}$ $= 938 \text{ MeV}/c^2$	kg
Radius des Protons	r_p	$0.84 \cdot 10^{-15}$	m
Radius des Kerns	r_K	siehe unter Formeln	
Atomradius (G.O.) = 1 Å (Angström)	r_A	10^{-10}	m
Plancksches Wirkungsquantum	h	$4.1357 \cdot 10^{-21} \text{ MeV s}$ $= 6.626 \cdot 10^{-34}$	J s
Boltzmann-Konstante	k	$1.3806 \cdot 10^{-23}$	J/K
Caesium-137: Halbwertszeit	$T_{1/2}$	$T_{1/2} = 30.17$	Jahre
Caesium-137: Beta-Energie	E	$\beta^- : 512, 1176$	keV

3.3 Elektromagnetisches Spektrum

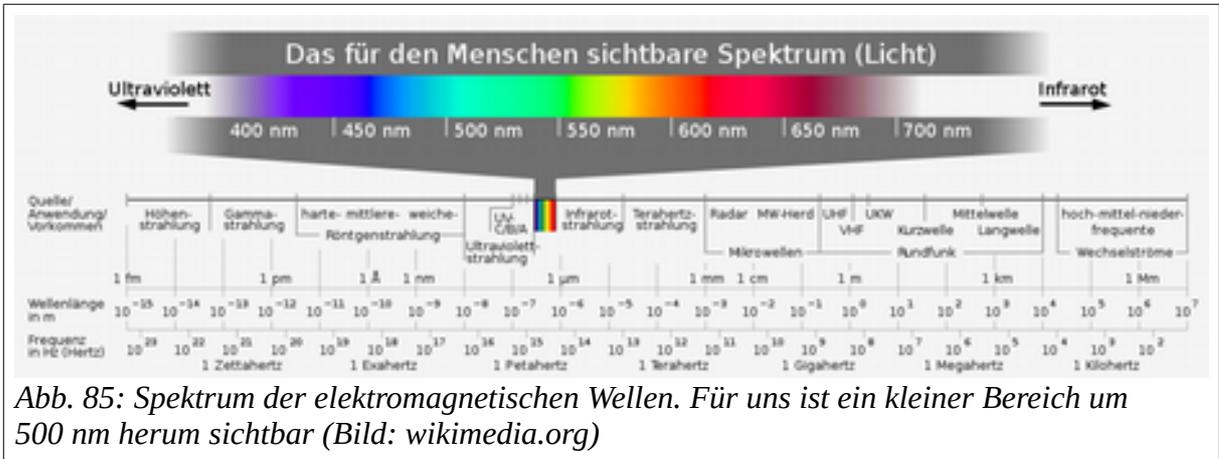


Abb. 85: Spektrum der elektromagnetischen Wellen. Für uns ist ein kleiner Bereich um 500 nm herum sichtbar (Bild: wikimedia.org)

3.4 Formeln

Allgemein		
Eulerformel	$e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$	$i = \sqrt{-1}$
Elektrostatik		
Kraft zwischen zwei Ladungen	$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$	F : Kraft (N) q_1, q_2 : Ladungen (C) r : Abstand (m) ϵ_0 : Feldkonstante [(As)/(Vm)]
Elektrische Feldstärke im Abstand r von einer Ladung q	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$	E : elektr. Feld (V/m) q : Ladung (C) r : Abstand (m) ϵ_0 : Feldkonstante (As)/(Vm)
Elektrische Potenzial im Abstand r von einer Ladung q	$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$	ϕ : elektr. Potenzial (V) q : Ladung (C) r : Abstand (m) ϵ_0 : Feldkonstante (As)/(Vm)
potenzielle Energie einer Ladung 2 im Feld der Ladung 1	$E_{pot} = q_2 \phi(q_1, r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$	E_{pot} : Potentielle Energie (J) q_1, q_2 : Ladungen (C) r : Abstand (m) ϵ_0 : Feldkonstante (As)/(Vm)
Konstanten im Vakuum	$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \Rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0}$	c : Lichtgesch. Vakuum (m/s) ϵ_0 : Feldkonstante (As)/(Vm) μ_0 : Induktionskonst. (Vs)/(Am)
Atomphysik		

Balmer-Formel	$\lambda = B \frac{m^2}{m^2 - 2^2}$	λ : Wellenlänge (m) m : Quantenzahl (1) B : Balmer-Konstante (m)
Quantenmechanik		
Energie und Frequenz	$E = h \nu$ $E = 1 \text{ MeV} \Rightarrow \nu = 2.42 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$	E : Energie (J) h : Plancksches Wirk. Quant. (J s) ν : Frequenz (1/s)
Wellenlänge und Impuls eines Teilchens	$\lambda = \frac{h}{p}$	λ : Wellenlänge (m) h : Plancksches Wirk. Quant. (J s) p : Impuls (kg m/s)
Teilchenphysik		
Radius des Kerns (Näherung)	$r_K \approx r_0 \cdot A^{1/3}$	r_K : Kernradius (m) r_0 : $1.2 \cdot 10^{-15}$ (m) A : Anzahl Nukleonen (1)
Exponentieller Zerfall	$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$	$N(t)$: Anzahl Kerne zur Zeit t (1) N_0 : Anzahl Kerne zur Zeit 0 (1) λ : Zerfallskonstante (1/s) t : Zeit (s)
Halbwertszeit	$N(T_{1/2}) = \frac{1}{2} N_0 \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$	$N(t)$: Anzahl Kerne zur Zeit t (1) N_0 : Anzahl Kerne zur Zeit 0 (1) $T_{1/2}$: Halbwertszeit (s) λ : Zerfallskonstante (1/s) $\ln(2) = 0.693..$ (1)
Relativitätstheorie		
Lorentz-Faktor	$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$	v : Geschwindigkeit (m/s) c : Lichtgeschwindigkeit (m/s)
Energie	$E = m c^2 = \gamma m_0 c^2$	m : Masse (kg) c : Lichtgeschwindigkeit (m/s)
Geschwindigkeit	$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + T/E_0)^2}}$	T : kinetische Energie (J) E_0 : Ruhenergie (J) c : Lichtgeschwindigkeit (m/s)
Impuls	$p = \gamma m_0 c$	γ : Lorentz-Faktor (1) m_0 : Ruhemasse (kg) c : Lichtgeschwindigkeit (m/s)

4 Lösungen zu den Aufgaben im Text

Aufgabe 1: Game-of-Life Muster (p. 9)

- Eine oder zwei Zellen sterben.
 - Bei drei Zellen übereinander werden links und rechts der Mitte Zellen angefügt, die oberste und unterste Zelle stirbt.
 - Es entsteht ein horizontaler Strich, der in der nächsten Iteration wieder ein vertikaler Strich wird.
-

Aufgabe 2: Zoom auf Mona Lisa (p. 10)

Einige Ideen:

- Faktor 1 / 1 Meter: Kunstgeschichte, Psychologie (das Lächeln!), Ökonomie
- Faktor 100 / 10^{-2} Meter / 1 Zentimeter: Kunstgeschichte, Restauration, Materialkunde
- Faktor 10^4 / 10^{-4} Meter / 0.1 Millimeter: Verhalten von Farben, Mischungen, Pulvern
- Faktor 10^6 / 10^{-6} Meter / 1 Mikrometer: Physik der Abbildung im Infraroten
- Faktor 10^8 / 10^{-8} Meter / 10 Nanometer: Chemie, Moleküle, Atomphysik, UV Licht
- Faktor 10^{10} / 10^{-10} Meter / 100 Picometer: Atomphysik, Röntgenstrahlung, Elektronenmikroskop
- Faktor 10^{12} / 10^{-12} Meter / 1 Picometer: Im Niemandsland zwischen Hülle und Kern
- Faktor 10^{14} / 10^{-14} Meter / 10 Femtometer: Kernphysik, Teilchenbeschleuniger (100 MeV)
- Faktor 10^{16} / 10^{-16} Meter / 0.1 Femtometer: Teilchenphysik, Teilchenbeschleuniger (1 GeV)

Die Videos zur Aufgabe:

- «10 Hoch - Reise durch den Mikro- und Makrokosmos»
(<https://www.youtube.com/watch?v=oZ7nEKrG63M>)

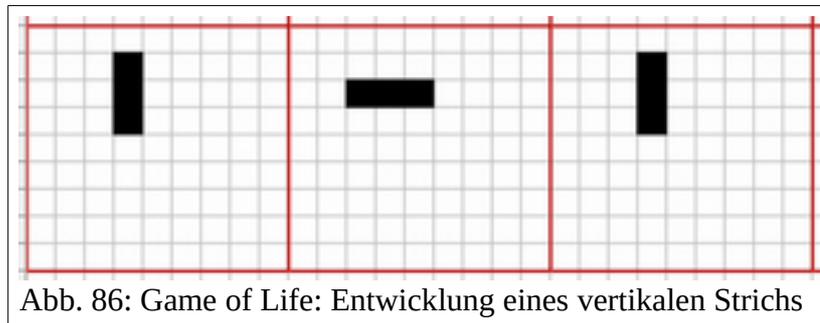


Abb. 86: Game of Life: Entwicklung eines vertikalen Strichs

- Der Klassiker «Hoch 10» (<https://www.youtube.com/watch?v=SnPUx5yUkQo>)

Aufgabe 3: Bezugssysteme (p. 13)

- (a) GZ ist praktisch im Alltag, die Sonne geht auf und unter. Zur Beschreibung von Planetenbewegungen führt es zu komplexen Formeln. HZ ist einfacher für die Beschreibung einer Bewegung um einen sehr schweren Zentralkörper.
- (b) Die Antwort ist nicht eindeutig, die Wahl des Bezugssystems ist immer beliebig und ändert nichts am Zustand der Welt.
- (c) GZ und HZ sind beides keine Inertialsysteme, sie bewegen sich auf Kreisbahnen: Die Erde um die Sonne, die Sonne um das Zentrum der Milchstrasse.
- Ein Inertialsystem, das an weit entfernten Fixsternen verankert ist, wäre für irdische Bedürfnisse unhandlich. Es ist in diesem Fall einfacher, sich an Erde oder Sonne zu orientieren und dafür Trägheitskräfte (z.B. Corioliskraft, Zentrifugalkraft) einzuführen.
- In der Astronomie gibt es Koordinatensysteme, die z.B. im Zentrum der Galaxis verankert sind.

Aufgabe 4: Kraft und Beschleunigung (p. 15)

- Wenn die Kugel mit konstanter Geschwindigkeit fällt, ist ihre Beschleunigung $a=0$. Dann ist auch die resultierende Kraft $F_{\text{res}} = a m = 0$
- Die resultierende Kraft ist die vektorielle Summe aller Kräfte: $\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_G + \vec{F}_R = m\vec{g} + \vec{F}_R$
- Damit: $\vec{F}_R = -\vec{F}_G = -m\vec{g}$

Aufgabe 5: Drehimpuls (p. 15)

- Der Drehimpuls L kann auf zwei äquivalente Arten definiert werden:
- Aus dem translatorischen Impuls: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m \cdot \vec{r} \times \vec{v}$,
- oder analog zum translatorischen Impuls ($m \rightarrow J$, $v \rightarrow \omega$): $\vec{L} = J \vec{\omega}$. Wir verwenden diese Beziehung.
- $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$, Trägheitsmoment einer Punktmasse: $J = m r^2$, r ist die Strecke von der Schulter zum Schwerpunkt
- Damit $\vec{L} = J \vec{\omega} = m r^2 \frac{2\pi}{T}$

Aufgabe 6: Umlaufzeit des Jupiters um die Sonne (p. 16)

- Wir nehmen eine Kreisbahn des Jupiters um die Sonne an.
- Um Jupiter auf einer Kreisbahn zu halten, braucht es eine Kraft $F_Z = m_J r \omega^2$.
- Die Gravitationskraft zwischen Jupiter und Sonne ist $F_G = G \frac{m_s m_J}{r^2}$.
- Die beiden gleichgesetzt: $G \frac{m_s m_J}{r^2} = m_J r \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{G m_s}{r^3}}$.
- Damit ist die Umlaufzeit $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G m_s}} \approx 4 \cdot 10^8 \text{ s} = 12.6 \text{ y}$
- Der tatsächliche Wert ist mit 11.9 y etwas kürzer, weil die Bahn elliptisch ist.

Aufgabe 7: Michelson-Morley durchdenken (p. 26)

- Wenn das Licht den Äther als Medium zur Ausbreitung bräuchte (was es nicht tut), würde es sich relativ zum Äther mit Lichtgeschwindigkeit bewegen.
- Bewegt sich der Beobachter auch relativ zum Äther, sollte man verschiedene Lichtgeschwindigkeiten messen.
- Für Schallwellen gilt das. Wind trägt den Schall fort, die Schallwellen bewegen sich relativ zur bewegten Luft mit 330 m/s.

- Für Licht gilt das nicht. Die Lichtgeschwindigkeit ist in allen Bezugssystemen gleich gross ($c=300'000$ km/s).

Aufgabe 8: Geschwindigkeits-Addition (p. 35)

- Klassisch rechnen wir $u^{(B)} = v + u^{(A)}$, relativistisch korrekt ist $u^{(B)} = \frac{u^{(A)} + v}{1 + u^{(A)}v/c^2}$

	v (m/s)	$u^{(A)}$ (m/s)	$u^{(B)}$ klassisch	$u^{(B)}$ relat.	$(k-r)/r$
1	83.3E+00	5.7E+00	89.0E+00	89.0E+00	5.3E-15
2	11.0E+03	1.0E+03	12.0E+03	12.0E+03	122.2E-12
3	11.0E+03	300.0E+06	300.0E+06	300.0E+06	36.7E-06
4	60.0E+06	270.0E+06	330.0E+06	279.7E+06	180.0E-03

- Spalten u und v sind die Geschwindigkeiten in m/s. Die letzte Spalte ist der relative Fehler zwischen klassischer und relativistisch korrekter Berechnung.
- Die Abweichungen zwischen klassischer und relativistischer Rechnung sind für alle Alltagsbelange sehr klein. Wie erfahren mit unseren Sinnen keine relativistischen Effekte.
- Sie werden merklich bei sehr hohen Geschwindigkeiten (Hochenergiephysik, Kosmologie) und/oder bei sehr hohen Genauigkeitsanforderungen (GPS).

Aufgabe 9: Umrechnung von 1 GeV/c² in kg (p. 41)

- $1 \text{ GeV}/c^2 = 10^9 \text{ (eV)}/c^2 = 10^9 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ (J)}/(3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)})^2 = 1.78 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- Das Proton ist mit 938 MeV etwas leichter als 1 GeV, seine genaue Ruhemasse ist $1.673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Aufgabe 10: Laufzeitunterschied abschätzen (p. 47)

Messung von Römer

- In Abb. 87 ist die gegenseitige Lage von Erde und Jupiter dargestellt, wie Römer sie gezeichnet hat. Jupiter (B) braucht für einen Sonnenlauf 11 Jahre, er verschiebt sich während eines halben Jahres nur wenig.

- Beim Punkt H ist die Erde um den Durchmesser der Erdbahn näher an Jupiter als beim Punkt E.
- Die Verdunkelung des Mondes Io zwischen C und D geschieht regelmässig alle 1.769 Tage (Io umkreist Jupiter ungestört). Zwischen G und L messe ich fast keinen Unterschied in der Zeit zwischen zwei Verdunkelungen, weil sich der Abstand Erde – Jupiter fast nicht ändert.
- Ich starte die Uhr im Punkt H, wenn Io in den Schatten Jupiters eintritt und stoppe die Uhr nach etwa einem halben Jahr (vor dem Punkt E) nach 103 Verdunkelungen.
- Ich erwarte eine Zeit von $103 \cdot 1.769 = 182.207$ Tagen. Die Verdunkelung trat aber bei Römer 15 Minuten später ein.
- Das entspricht etwa der Lichtlaufzeit über den Erddurchmesser. Erwarten würde man eine mittlere Zeit von etwa 8 Minuten. Beginnend von H über L, K zu E nimmt die Zeit zwischen zwei Verdunkelungen zu.

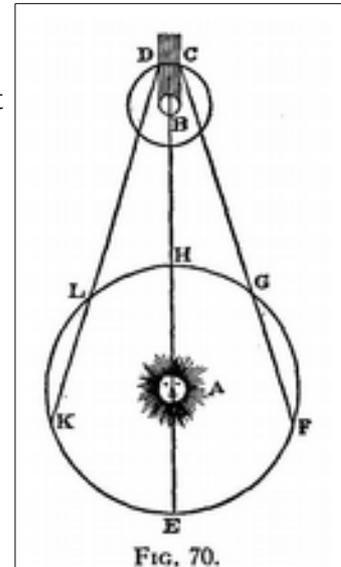


Abb. 87: Skizze von Römer zur Messung von c (Bild: Wikipedia.org)

Eigene Messung

- Welchen Zeitunterschied erwartet man bei Punkt K oder F, wenn die Erde sich am schnellsten relativ zu Jupiter bewegt?
- Die Erde bewegt sich mit einer Tangentialgeschwindigkeit von

$$v_t = \frac{2\pi r_{\text{Erde-Sonne}}}{365.25 \text{ d}} \approx 30 \text{ km/s}$$
 um die Sonne. In 1.77 Tagen ändert sich der Abstand Erde-Jupiter um 4.56 Millionen Kilometer oder 15.2 Lichtsekunden. Die Verdunkelung erreicht uns 15 Sekunden früher oder später als erwartet.
- Dazu muss man natürlich den Eintritt von Io in den Schatten Jupiters auf etwa eine Sekunde genau bestimmen können. Wartet man mehrere Umläufe ab, wird der Fehler um die Zahl der Umläufe kleiner. Beim Messen der Schwingungszeit eines Pendels zählt man auch mehrere Schwingungen.

Aufgabe 11: Die SRT etwas bereinigen (p. 48)

- In der Physik (in den Naturwissenschaften) haben wir keine Freiheit, inkonsequent zu sein.
- In der SRT läuft *jede* Uhr abhängig vom Bezugssystem, die Art der Uhr spielt keine Rolle. Gemäss SRT *muss* deshalb auch eine biologische Uhr langsamer laufen. Täte sie das nicht,

würde die Theorie über den Haufen geworfen und wir müssten die Phänomene mit einer neuen Theorie beschreiben.

- Physikalische Theorien sind so genau gültig wie die Genauigkeit der Messresultate, welche die Theorie voraussagt. Es gibt deshalb durchaus konkurrierende Theorien, zum Beispiel in der Teilchenphysik und der Kosmologie. Wenn ein Wert im Experiment als 100 ± 10 gemessen wird und zwei Theorien ihn als 97 und 103 voraussagen, kann man nicht zwischen den Theorien entscheiden. Erst eine genauere Messung 105 ± 4 schliesst den Wert 97 mit grosser Wahrscheinlichkeit aus.

Aufgabe 12: Verkupfern (p. 53)

- Oberfläche der Kugel $A = 4\pi r^2$, das Volumen der dünnen Schicht der Dicke dx ist $V = 4\pi r^2 dx$. Damit die Masse der Schicht $m = 4\pi r^2 dx \rho_{Cu} = 0.280 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 0.280 \text{ g}$.
- Kupferion: doppelt positiv ($Z=2$), Molmasse $M_A = 63.5 \text{ g/Mol} = 63.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/Mol}$
- Damit können wir das 1. Faradaysche Gesetz nach der Zeit auflösen:

$$t = m \frac{N_A z e}{M_A I} = 2.8 \cdot 10^{-7} \frac{6 \cdot 10^{23}}{63.5 \cdot 10^{-3}} \frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}}{1 \text{E-}3} = 848 \cdot 10^3 \text{ s} \approx 10 \text{ Tage} \quad (98)$$

- 10 Tage sind sehr lang. Wenn wir den Strom von 1 mA auf 1 A erhöhen, reduziert sich die Zeit auf 848 Sekunden.

Aufgabe 13: Körnigkeit der Materie (p. 54)

- Luft kann man sich nach dem Bild der Atomphysik als kleine Kugeln vorstellen, die untereinander und mit den Wänden des Gefässes stossen.
- Eine Pumpe verbindet einen leeren Raum (Kolben im unteren Totpunkt) mit dem vollen Gefäss. Rein statistisch werden mehr Kugeln vom vollen in den leeren Raum fliegen als umgekehrt. Das Eingangsventil schliesst, das Ausgangsventil geht aus und der Kolben stösst das Gas aus (es verlässt wegen des höheren Drucks den Zylinder).
- Je weniger Teilchen vorhanden sind, desto seltener fliegen Sie in den leeren Raum und desto weniger werden pro Kolbenhub ausgeschieden.
- Mit einer dicken kurzen Verbindung ist die Wahrscheinlichkeit gross, dass ein Teilchen in den leeren Raum fliegt. Mit einer langen dünnen Verbindung ist die Wahrscheinlichkeit klein – man muss länger pumpen.

- «Saugen» ist ein statistischer Vorgang, in dem kleine Kügelchen zufällig ein Volumen ausfüllen.

Aufgabe 14: Übergangsenergien in verschiedenen Einheiten (p. 57)

- Für die Wellenlänge λ setzen wir in die Balmer-Formel (38)
- Die Frequenz erhalten wir mit $f = c/\lambda$
- Die Energie ist $E = h f$. Um die Energie in eV zu erhalten, dividiert man durch $1.602 \cdot 10^{-19}$
- Die Farbe kann man im Spektrum in Abb. 85 (p. 175) ablesen.
- Der Übergang $999 \rightarrow 2$ ist die höchste Energie, die kürzeste Frequenz

Übergang $m \rightarrow 2$	λ (nm)	f (10^{14} Hz)	Energie (eV)	Farbe
999 \rightarrow 2	364.6	8.22	3.40	unsichtbar (UV)
6 \rightarrow 2	410.1	7.31	3.02	violett
5 \rightarrow 2	434.0	6.91	2.86	blau
4 \rightarrow 2	486.1	6.17	2.55	grün
3 \rightarrow 2	656.2	4.57	1.89	rot

Aufgabe 15: Minimale Frequenz für den Photoeffekt in Lithium (p. 61)

- Die Energie ist in Elektronenvolt gegeben, $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- Aus Gleichung (40) erhalten wir für die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \text{ (J s)} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}}{2.2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ (J)}} = 564 \text{ nm} \quad (99)$$

- Das entspricht sichtbarem grünen Licht. Rotes Licht (Wellenlänge $\sim 650 \text{ nm}$) vermag keine Elektronen aus Lithium zu lösen, weil jedes Photon zu wenig Energie hat. Grünes, blaues, ultraviolettes Licht, Röntgenstrahlung können Elektronen herausschlagen (Abb. 85, p. 175).

Aufgabe 16: De Broglie-Wellenlänge aus Ruhemasse und kinetischer Energie (p. 68)

- Den Impuls berechnen wir mit Gleichung (35): $p = \frac{1}{c} \sqrt{2E_0 T + T^2}$. Die De Broglie-Wellenlänge ergibt sich aus dem Impuls als $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{2E_0 T + T^2}}$.
- Numerisch mit $E_0 = 511 \text{ keV}$, $T = 5 \text{ keV}$: $p = 3.83 \text{E-}23 \text{ kg m/s} = 71.7 \text{ keV}/c$
- $\lambda = 1.73 \text{E-}11 \text{ m} = 0.0173 \text{ nm}$

– Aufgabe 17: Balmerlinien und Photoeffekt (p. 69)

- Die scharfen Linien zeigen an, dass Licht nur mit wenigen diskreten Energien vom Atom abgestrahlt wird. Die Erklärung dafür sind die diskreten Energien, mit denen die Elektronen den Kern umkreisen können. Wechseln die Elektronen die Bahn, wird immer eine bestimmte Energie aufgenommen oder abgestrahlt.
- Der Photoeffekt zeigt, dass das Photon einen «harte Kugel» ist. Es überträgt seinen Impuls nicht kontinuierlich auf die Elektronen im Metall, sondern bringt bei einer Kollision allen Impuls ein.

Aufgabe 18: Ein schwarzer Körper bei 36° C (p. 75)

- Bei 36 ° C ($273 + 36 = 309 \text{ K}$) emittieren Sie Strahlung mit einer Leistung von rund 1 kW. Und würden innert weniger Minuten gefrieren. Das ist offensichtlich falsch.
- Als schwarzer Körper absorbieren Sie auch Strahlung. Ihre Verlustleistung ist nur 1 kW, wenn ihre Umgebung auf dem absoluten Nullpunkt ist (oder einfach sehr kalt). In einem Zimmer mit 20° Celsius warmen Wänden strahlt von dort $P = 836 \text{ Watt}$ ein. Sie strahlen netto nur miteinander $1000 - 836 = 164 \text{ Watt}$.

Aufgabe 19: Wellenlängenmaximum der Sonnenstrahlung (p. 79)

- Mit dem Wienschen Verschiebungsgesetz erhält man $\lambda = 2.89 \text{e-}3 (\text{m} \cdot \text{K}) / 6000 (\text{K}) = 480 \text{ nm}$. Die Sonne liefert die höchste Intensität bei 480 nm, wir empfinden das als grün.

Aufgabe 20: Wie gross ist ein Stern? (p. 79)

- Eine Emissionsmaximum von 963 nm entspricht einer Oberflächentemperatur von $289E-3/963E-9 \approx 3000 \text{ K}$.
- Das Verhältnis der abgestrahlten Leistungen von Stern und Sonne sind

$$\frac{P_{\text{Stern}}}{P_{\text{Sonne}}} = \frac{\sigma 4 \pi r_{\text{Stern}}^2 T_{\text{Stern}}^4}{\sigma 4 \pi r_{\text{Sonne}}^2 T_{\text{Sonne}}^4} = \frac{r_{\text{Stern}}^2 T_{\text{Stern}}^4}{r_{\text{Sonne}}^2 T_{\text{Sonne}}^4} \stackrel{\text{Aufgabe}}{=} 100. \text{ Aufgelöst nach dem Radius des Sterns:}$$

$$r_{\text{Stern}} = \sqrt{100 \frac{T_{\text{Sonne}}^4}{T_{\text{Stern}}^4} r_{\text{Sonne}}^2} = 10 \left(\frac{T_{\text{Sonne}}}{T_{\text{Stern}}} \right)^2 r_{\text{Sonne}} = 10 \left(\frac{5800}{3000} \right)^2 r_{\text{Sonne}} = 37.4 r_{\text{Sonne}} = 2.6 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

- Das ist ungefähr die Hälfte der Bahn des Merkur

Aufgabe 21: Strahlungsgleichgewicht Erde-Sonne (p. 86)

- Die Sonne strahlt in den ganzen Raum eine Leistung ab von

$$P_S = \sigma A_S T_S^4 = \sigma 4 \pi r_S^2 T_S^4 \quad (100)$$

- Davon erhält die Erde nur den Bruchteil des Verhältnisses Querschnittsfläche der Erde zur Fläche einer Kugel um die Sonne:

$$P_E = \frac{r_E^2 \pi}{4 \pi r_{SE}^2} P_S = \frac{1}{4} \left(\frac{r_E}{r_{SE}} \right)^2 P_S = \frac{1}{4} \left(\frac{r_E}{r_{SE}} \right)^2 \sigma 4 \pi r_S^2 T_S^4 = \left(\frac{r_E}{r_{SE}} \right)^2 \sigma \pi r_S^2 T_S^4 \quad (101)$$

- Durch diese Leistung wird die Erde solange aufgeheizt, bis sie gleichviel Leistung abstrahlt (Strahlungsgleichgewicht)

$$P_E = \sigma A_E T_E^4 = \sigma 4 \pi r_E^2 T_E^4 \stackrel{\text{Gleichgew.}}{=} \left(\frac{r_E}{r_{SE}} \right)^2 \sigma \pi r_S^2 T_S^4 \quad (102)$$

- Aufgelöst nach der Temperatur der Erde

$$T_E = \sqrt{\frac{r_S}{2 r_{SE}}} T_S = \sqrt{\frac{6.96 \cdot 10^8}{2.99 \cdot 10^{11}}} \cdot 5800 = 280 \text{ K} = 6.6^\circ \text{ C} \quad (103)$$

- Die mittlere Temperatur der Erde beträgt 14° C , das sind 2.7 % mehr (wir vergleichen absolute Temperaturen). Das ist eine sehr gute Schätzung.
- Die Albedo (Emissivität) der Erde tritt hier nicht auf, sie tritt sowohl beim Heizen als auch beim Abstrahlen auf.

- Der Treibhauseffekt tritt auf, weil die Lufthülle der Erde je nach Wellenlänge unterschiedlich Energie absorbiert. Die Sonne strahlt relativ kurzwelliges Licht ein (Maximum im sichtbaren grün), die Erde hat ihr Strahlungsmaximum bei $10\ \mu\text{m}$ (Wiensches Verschiebungsgesetz, Abschnitt , p. 78).
- Diese Aufgabe stammt aus (Griffiths 2015)

Aufgabe 22: Bohrsches Atommodell und klassische Vorstellung (p. 92)

- Beschleunigte Ladung strahlt. Ein Elektron, das den Kern wie ein Planet die Sonne umkreist, müsste strahlen. Tut es aber nicht.
- Die Elektrodynamik war eine sehr solide, gut eingeführt und getestete Theorie. Sie funktioniert überall perfekt, nur beim Atom nicht. Dann sucht man den Fehler zuerst bei der neuen Atomtheorie und nicht bei der bewährten Elektrodynamik.
- Die Elektrodynamik ist so gut, dass sie bereits die Relativitätstheorie enthält. Im Gegensatz zur Newtonschen Mechanik ist die die Elektrodynamik bereits relativistisch korrekt. Im Atom funktioniert sie nicht mehr, weil es dort eine komplett neue Beschreibung braucht.

Aufgabe 23: Superposition mit einfacher DG (p. 95)

- Wir definieren $f_1 = \sin(kx)$, $f_2 = \cos(kx)$ und ihre Summe $f = Af_1 + Bf_2$ und setzen jede der Funktionen in die Differenzialgleichung ein. Die Grössen A und B sind beliebige Konstanten. Die Grösse k ist die Wellenzahl, $k = 2\pi/\lambda$. Sie entspricht der Kreisfrequenz ω bei Zeitabhängigkeit.
- Wir setzen jede Funktion für sich die Differentialgleichung ein:
- f1: $k^2(-\sin(kx)) = -c \sin(kx) \Rightarrow k^2 = c$
- f2: $k^2(-\cos(kx)) = -c \cos(kx) \Rightarrow k^2 = c$
- Beide Ansätze erfüllen die Differenzialgleichung
- Wir setzen die Summe f beider Ansätze in die Differentialgleichung ein:
- f: $k^2(-A \sin(kx) - B \cos(kx)) = -c(A \sin(kx) + B \cos(kx)) \Rightarrow k^2 = c$
- Auch die Summe erfüllt die Gleichung
- Jede Funktion für sich und ihre Summe erfüllen die Differenzialgleichung, wenn (in diesem Fall) die Wellenzahl eine bestimmte Bedingung erfüllt.

- Insbesondere ist hier die Wahl von A und B beliebig, es können irgendwelche reellen oder komplexen Konstanten sein.

Aufgabe 24: Seltsame Quantenmechanik (p. 103)

- Das Interferometer könnte aussehen wie in Abb. 88. Es funktioniert auch mit dem Licht einer Glühlampe, aus dem man mit einer Folie eine einzelne Farbe herausfiltert.

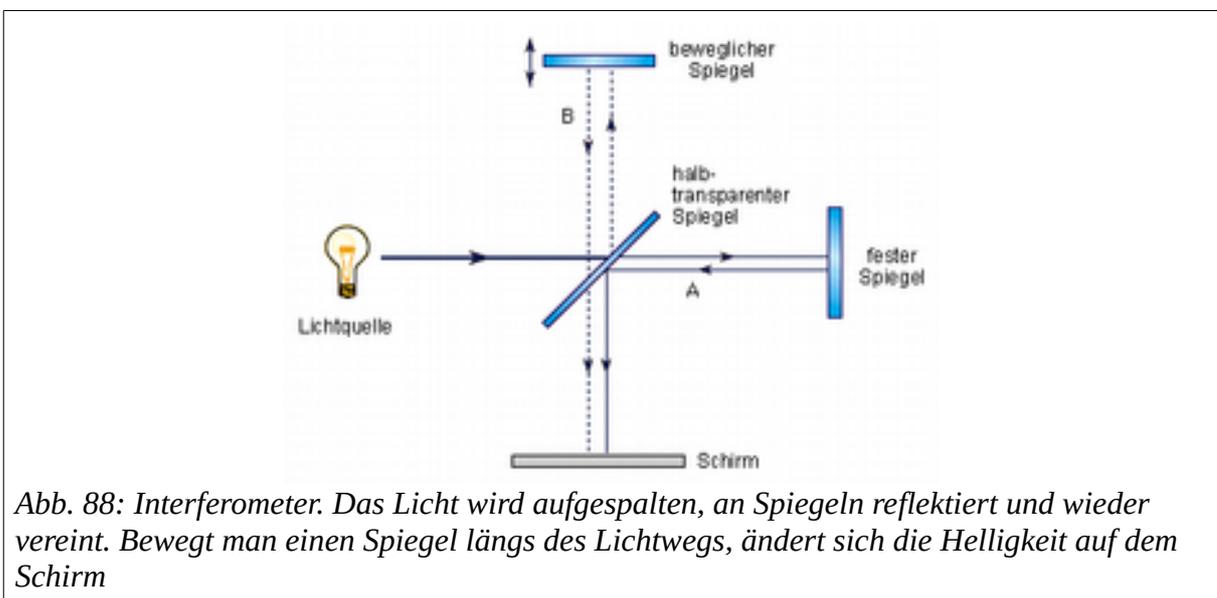


Abb. 88: Interferometer. Das Licht wird aufgespalten, an Spiegeln reflektiert und wieder vereint. Bewegt man einen Spiegel längs des Lichtwegs, ändert sich die Helligkeit auf dem Schirm

- Man kann das Problem nicht durch Nachdenken lösen, nur durch ein Experiment. Die QM sagt klar voraus, dass da Experiment auch mit einzelnen Photonen funktioniert. Statt des Schirms brauche ich eine Photoplatte oder einen CCD-Detektor.
- Ein einzelnes Photon geht beide Wege und interferiert mit sich selber. Versucht man, das Photon auf einem Lichtweg einzufangen, findet man immer nur das ganze Photon, nie ein halbes.

Aufgabe 25: EPR verstehen? (p. 112)

- Beim Versuch mit der Münze ist der Abdruck zwar zufällig, aber er ändert sich nicht während des Transports. Er behält seinen festen Wert bei. Das Ergebnis der Messung ist vorbestimmt, auch wenn man es noch nicht kennt.

- Zwei verschränkte Teilchen haben *keinen fixen Zustand* während des Flugs. Die Zufalls-messung geschieht erst, wenn ich z.B. die Polarisation eines Teilchens bestimme. Erst dann fällt das andere Teilchen auch in einen festen Zustand.

Aufgabe 26: Umrechnung (Seite 131)

- Für die Umrechnung schreibt man die Einheiten aus:

$$\frac{\text{GW} \cdot \text{Tag}}{\text{Tonne}} = \frac{10^9 \text{ J/s} \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}}{1000 \text{ kg}} = 8.64 \cdot 10^{10} \text{ J/kg} \quad (104)$$

$$1 \text{ J/kg} = 1.16 \cdot 10^{-11} \text{ GW Tag / Tonne}$$

- Um von J/kg auf GWd/t umzurechnen, multipliziert man mit 1.16E-11

Aufgabe 27: Kernkräfte (p. 132)

- Die Bindungsenergien im Kern sind Millionenfach höher als die Bindungsenergie zwischen Atomen (Moleküle). Die Energiedichte ist damit viel grösser, aus sehr wenig Kernbrennstoff kann man sehr viel Energie holen.
- Die Energie stammt von den Bindungskraften im Atomkern, deshalb ist Kernenergie korrekt. Als Atomenergie könnte man das Verbrennen von Holz und Öl bezeichnen.
- Der Begriff Atomenergie stellt aber direkter den Link zur Atombombe her (die man auf deutsch nicht Kernkraftbombe nennt) und impliziert zu Recht eine höhere Gefahr dieser Art der Energiegewinnung.

Aufgabe 28: Zusammenfassung Teilchenphysik (p. 143)

- Das ist natürlich keine Ja/Nein Frage.
- Die Schweiz finanziert das CERN pro Jahr mit 40 Millionen Franken³³.
- Neben der Erkenntnis – die man nicht gut in Geld ausdrücken kann – bietet man damit jungen gescheiterten Menschen ihren Verstand an der grössten und kompliziertesten Maschine der Welt zu schärfen.

³³ <https://www.sbf.admin.ch/sbfi/de/home/themen/internationale-forschungs--und-innovationszusammenarbeit/beteiligung-der-schweiz-an-internationalen-forschungsorganisations/europaeisches-laboratorium-fuer-teilchenphysik-ern--genf.html>

- Nur die wenigsten Doktoranden bleiben in der Wissenschaft. Dieser geschärfte Verstand entwickelt dann zugunsten der Gesellschaft effizientere Solarzellen.

Aufgabe 29: Kritische Dichte des Universums aus der Hubblekonstante (p. 152)

- Die kritische Dichte des Universums lässt sich aus der Anfängerphysik grob abschätzen.
- Im ersten Semester hat man die Fluchtgeschwindigkeit hergeleitet, mit ein Körper die Erde verlassen muss, um ohne weiteren Antrieb unendlich weiterzufliegen:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R_{Erde}}} = 11.2 \text{ km/s} \quad (105)$$

- Wir wählen jetzt eine Kugel mit der Erde im Mittelpunkt und den Radius R zu einer weit entfernten Galaxie. Die Masse dieser riesigen Kugel berechnen wir aus dem Produkte Volumen mal Dichte:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2G}{R} \frac{4\pi R^3}{3} \rho_{Universum}} = \sqrt{2G \frac{4\pi R^2}{3} \rho_{Universum}} = R \sqrt{8/3 \pi G \rho_{Universum}} \quad (106)$$

- Ist die von Hubble vorausgesagte Geschwindigkeit im Abstand R grösser als diese Fluchtgeschwindigkeit, wird das Universum weiter expandieren. Wir bilden das Verhältnis

$$\frac{v_{Hubble}}{v_{escape}} = \frac{RH_0}{R \sqrt{8/3 \pi G \rho_{Universum}}} = \frac{H_0}{\sqrt{8/3 \pi G \rho_{Universum}}} \stackrel{!}{=} 1 \quad (107)$$

- Der kritische Wert ist 1. Damit wird das Universum nicht kollabieren. Daraus erhalten wir die kritische Dichte als

$$\rho_{Crit} = \frac{H_0^2}{8/3 \pi G} = 1.0 \cdot 10^{-26} \text{ kg/m}^3 = 10 \cdot 10^{-30} \text{ g/cm}^3 \quad (108)$$

- Das entspricht etwa 6 Protonen pro Kubikmeter.

Aufgabe 30: Kosmologie und Teilchenphysik (p. 160)

- Die Ränder der Galaxien drehen sich zu schnell, wenn sie nur von der sichtbaren Masse angezogen werden. Es muss weitere Gravitationskräfte geben, die man nicht sieht.

Verzeichnisse

1 Quellenverzeichnis

- Bailey, J., und E. Picasso. 1970. „THE ANOMALOUS MAGNETIC MOMENT OF THE MUON AND RELATED TOPICS“. In *K Meson Leptonic Decays*, 43–75. Elsevier. <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780080157665500040>.
- Balmer, Heinz. 2016. „ETH - e-periodica“. Zugegriffen Juni 6. <http://www.e-periodica.ch/digbib/view?pid=edm-001:1961:16#55>.
- Brands, Gilbert. 2011. „Quantencomputer“. In *Einführung in die Quanteninformatik*, von Gilbert Brands, 225–369. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-642-20647-4_6.
- Freedman, Wendy L., und Barry F. Madore. 2010. „The Hubble Constant“. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 48 (1): 673–710. doi:10.1146/annurev-astro-082708-101829.
- Giancoli, Douglas C. 2010. *Physik*. 3. Aufl. Pearson.
- Giulini, Domenico, und Norbert Straumann. 2000. „...ich dachte mir nicht viel dabei...“ Plancks ungerader Weg zur Strahlungsformel“. Oktober. <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/0010008>.
- Göbel, Holger. 2014. *Gravitation und Relativität: eine Einführung in die Allgemeine Relativitätstheorie*. De Gruyter Studium. Berlin: De Gruyter.
- Griffiths, David J. 2005. *Introduction to quantum mechanics*. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.
- . 2015. *Einführung in die Physik des 20. Jahrhunderts: Relativitätstheorie, Quantenmechanik, Elementarteilchenphysik und Kosmologie ; [Extras online]*. Always learning. Hallbergmoos: Pearson.
- Kiefer, Claus, Hrsg. 2015. *Albert Einstein, Boris Podolsky, Nathan Rosen*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-41999-7>.
- Krieger, Hanno. 2013. *Strahlungsquellen für Technik und Medizin*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Pade, Jochen. 2012a. *Quantenmechanik zu Fuß. Bd. 1: Grundlagen*. Springer-Lehrbuch. Berlin: Springer.
- . 2012b. *Quantenmechanik zu Fuß. Bd. 2: Anwendungen und Erweiterungen*. Springer-Lehrbuch. Berlin: Springer.
- Straumann, Norbert. 2013. *Quantenmechanik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-32175-7>.

———. 2015. „Dunkle Materie und Dunkle Energie, zwei grosse Rätsel der Kosmologie und der Grundlagenphysik“.
www.emeriten.ethz.ch/Doku2015/Emer-Straumann-2-15.pdf.

Theo Mayer-Kuckuk. 1979. *Kernphysik*. Stuttgart: B.G. Teubner.

Thomas, Eugen A. 1979. *Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich*. Bd. Jahrgang 124, Heft 1. Orell Füssli, Zürich.
<http://www.ngzh.ch/publikationen/vjs/124/1>.

Tipler, Paul Allen, und Ralph A Llewellyn. 2012. *Modern Physics*. New York: W.H. Freeman and Co.

Weinberg, Steven. 2001. *Die ersten drei Minuten: der Ursprung des Universums*. Ungek. Taschenbuchausg., 4. Aufl. Serie Piper 2478. München: Piper.

2 Stichwortverzeichnis

A		De Broglie Wellenlänge.....	67
Abschätzung in Physik.....	53	Dekohärenz.....	110
Addition von Geschwindigkeiten.....	34	Demokrit.....	50
Alter des Universums.....	150	Dirac.....	170
Ampere-Sekunden.....	53	Diracgleichung.....	133
Anaximander.....	50	Dopplereffekt.....	148
Annihilation.....	136	Dunkle Materie.....	141
Anode.....	52		
Antimaterie.....	141	E	
Antiteilchen.....	134	Einstein.....	168
Äther.....	22	Biographie.....	168
Austrittsarbeit.....	61	Brownsche Bewegung.....	52
Avogadro.....	51	EPR-Paradoxon.....	110
Avogadrozahl.....	51	Gott würfelt nicht.....	96
		Kosmologische Konstante.....	160
B		Photoeffekt.....	60
Balmer.....	56, 164	Postulate.....	27
Balmer-Serie.....	56	Solvay.....	106
Baryonen.....	139	Elektrodynamik.....	12
Bell.....	170	Elementarladung.....	53
Bohr.....	169	Emissivität.....	86
Atommodell.....	89	Empedokles.....	50
Postulate.....	90	Energie.....	39
Solvay.....	106	Energie, relativistisch.....	40
Bohrscher Radius.....	91	EPR.....	109
Boltzmann.....	165	EPR-Gedankenexperiment.....	109
Bosonen.....	140	Erwartungswerte.....	97
Boyle, Robert.....	51, 164	Evaneszenz.....	102
Bradley James.....	47		
Brownsche Bewegung.....	52	F	
		Faraday.....	164
C		Faraday, Elektrolyse.....	52
CERN.....	46	Fermi.....	170
CMB.....	156	Fizeau.....	24
Compton.....	169	Franck.....	168
Compton Effekt.....	64	Franck-Hertz-Versuch.....	61
Coulomb.....	53	Fresnel.....	24
Curie.....	167		
		G	
D		Galilei.....	163
Dalton.....	164	Lichtgeschwindigkeit.....	24
Dalton, John.....	51	Galileitransformation.....	18ff.
De Broglie.....	67, 169	Game of Life.....	9

Gamma, SRT.....	29	Kugelflächenfunktionen.....	117
Gell-Mann.....	170	L	
Geschwindigkeit des Elektrons im H....	91	Längenkontraktion.....	30f.
Geschwindigkeit, aus Energie.....	41	Large Hadron Collider.....	46
Geschwindigkeitsaddition.....	34	Leptonen.....	139
Geschwindigkeitsaddition (SRT).....	34	LHC.....	46, 137f., 142
Gleichzeitigkeit.....	36	Lichtgeschwindigkeit.....	
Gluonen.....	140	Messung.....	25
Gravitonen.....	140	Lorentz.....	166
Grundzustand des H-Atoms.....	91	Lorentzfaktor Gamma.....	29
H		Lorentztransformation.....	32f.
Hadronen-Ära.....	155	Loschmidt.....	51
Heisenberg.....	169	Loschmidtzahl.....	51
Hertz.....	166	M	
Higgs-Boson.....	140	Mach.....	165
Hintergrundstrahlung.....	147	Maxwell.....	164
Hochenergiephysik.....	138	Maxwell-Gleichungen.....	22
Hubble.....	168	Meitner.....	167
Rotverschiebung.....	146	Mesonen.....	139
Hubble-Konstante.....	149	Michelson.....	166
I		Michelson und Morley.....	22
Impuls.....	38	Milchstrasse.....	148
Impuls, relativistisch.....	38	Morley.....	165
Interferenz.....	97	N	
Interferenz mit sich selber.....	97	Neutrino.....	134
Interferometers.....	22	Newton.....	164
K		Nukleosynthese.....	156
Kathode.....	52	O	
Kelvin-Skala.....	74	Olbers Paradoxon.....	152
Kepler.....	163	Ölfleckenversuch.....	53
Keplers Gesetze.....	146	P	
Kernkraft.....	125	parsec.....	151
Kinematik.....	14	Paul Scherrer Institut.....	70
kinetischen Energie.....	40	Pauli.....	169
Kirchhoffs.....	76	Pauli-Prinzip.....	59
Komplementaritätsprinzip Bohr.....	68	Penzias.....	170
Kopenhagener Deutung.....	104	Photoeffekt.....	60
kosmischer Mikrowellen-Background.....	156	Planck.....	167
kosmologische Konstante.....	157	Plancksches Strahlungsgesetz.....	60
kosmologisches Prinzip.....	149	Podolski, Boris.....	108
Kraft.....	39		
Kritische Dichte des Universums.....	152		

Positron.....	133	Raumzeit.....	37
PSI.....	70	Zeitdilatation.....	28
Q		Zyklotronfrequenz.....	45
Quantencomputer.....	120	Standardmodell.....	140
Quarks.....	138	Starke Kraft.....	125
R		Stefan.....	76, 165
Rastertunnelmikroskop.....	54	Sterne.....	146
raumartig.....	37	Sternenstaub.....	11
Raumzeit.....	37	Strahlungsgesetz.....	74
Rayleigh und Jeans.....	79	Rayleigh und Jeans.....	79
Relat. Geschwindigkeitsaddition.....	34	Wien.....	79
Relativistische Energie.....	39	Strahlungsgesetz, Plank.....	60
Relativistische Kraft.....	39	Supernovae.....	148
Relativistischer Impuls.....	38	Superpositionsprinzip.....	95
Rettungsdecken.....	86	Synchrotron-Lichtquelle.....	70
Römer Olaf.....	47	T	
Röntgen.....	166	Termschema.....	
Röntgenstrahlung.....	70	Allgemein.....	59
Röntgenstrahlung, Filter.....	72	Quecksilber.....	64f.
Röntgenstrahlung, Spektrum.....	72	Thermodynamik.....	12
Rosen, Nathan.....	108	Thermoskannen.....	86
Rosinenkuchenmodell.....	88	Thomson, J.J.....	88, 166
Ruheenergie.....	40	Tröpfchenmodell.....	126
Rutherford.....	167	Tunneleffekt.....	101
Rutherford-Streuung.....	61	U	
Rydberg-Konstante.....	57	Überlichtgeschwindigkeit.....	109
S		Ultraviolettkatastrophe.....	79, 83
Schrödingergleichung.....	94	Unschärferelation.....	98
Schwarzer Körper.....	60	Urknall.....	10
Solvay Konferenz.....	105	V	
Spektrallinien.....	55	Verborgene Parameter.....	104
Spektralen von Röntgenstrahlung.....	72	verschränkt.....	109
Spin.....	100	Vier Elemente.....	50
2 SRT.....	27	W	
Addition von Geschwindigkeiten..	34	Wärmebild.....	87
Anwendungen.....	43	Wellenpaket.....	114
Einstein.....	27	Wien.....	167
Energie und Impuls.....	42	Wiensches Strahlungsgesetz.....	79
Gleichzeitigkeit.....	36	Wiensches Verschiebungsgesetz... 78, 87	
Längenkontraktion.....	30	Wilson.....	170
Myon.....	43		
Postulate.....	27		

Z

zeitartig.....37
Zeitdilatation.....28, 30
Zyklotronfrequenz.....45

Dunkle Energie.....141

3 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Verschiedene Systeme und geeignete Beschreibungen. Nicht alle eignen sich für eine mathematische Beschreibung.....	10
Tabelle 2: Emissivität verschiedener Materialien für die Berechnung der Strahlungsleistung eines schwarzen Körpers. Quellen: (1) engineeringtoolbox.com, (2) Mikron table of emissivity. Eine Emissivität von 1 ist ein idealer schwarzer Körper.....	85
Tabelle 3: Abgestrahlte Leistung eines Quadratmeter Bodens für verschiedene Temperaturen. Die Leistungen sind nicht so verschieden, wie wir die Temperaturen empfinden. Das liegt an der absoluten Temperatur, die sich nur um 20 % ändert.	85
Tabelle 4: Die ersten Kugelflächenfunktionen, die sich als Lösung für den radialen und den polaren Teil der Wellengleichung in der Schrödingergleichung ergeben.	117
Tabelle 5: Ladung der drei Quarks und Antiquarks. Es gibt noch weitere Eigenschaften, die hier nicht aufgeführt sind. Die Ladung beträgt Bruchteile der Elementarladung e , die man aber nie beobachtet.....	139
Tabelle 6: Zusammensetzung der Baryonen Proton und Neutron aus Quark. Das Proton trägt Ladung $+1 e$, das Antiproton $-1 e$, Neutron und Antineutron haben keine Ladung.....	139
Tabelle 7: Energie- und Materieformen im Universum ((Griffiths 2015). Die uns bekannt Materie macht nur gut 4 % des Universums aus.....	147

4 Abbildungsverzeichnis

- Abb. 1: Links: Wagen und Beobachterin sind in Ruhe. Rechts: Wagen fährt mit konstanter Geschwindigkeit, Beobachter bleibt in Ruhe. In beiden Fällen gelten die gleichen physikalischen Gesetze (symbolisiert durch das hängende Pendel).....18
- Abb. 2: Im bewegten System A fliegt ein Ball mit konstanter Geschwindigkeit $u(A)$...19
- Abb. 3: Im bewegten System A breitet sich ein Lichtstrahl mit konstanter Geschwindigkeit $u(A)$ aus.....21
- Abb. 4: Die Lichtquelle im bewegten System A sendet Licht aus. Wir messen die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts einmal im bewegten System A und einmal im ruhenden System B.....21
- Abb. 5: Ansicht des Interferometers. «The stone is about 1.5 meter square and 0.3 meter thick. It rests on an annular wooden float [..]. The float rests on mercury contained in the cast-iron trough cc, 1.5 cm thick, and of such dimensions as to leave a clearance of about one centimeter around the float.».....22
- Abb. 6: Galilei und sein Assistent, einige Kilometer voneinander entfernt (Bild: <https://www.youtube.com/watch?v=ScN-btW8ST8>).....23
- Abb. 7: Messung der Lichtgeschwindigkeit nach Fizeau. Licht passiert das Zahnrad und wird am Spiegel reflektiert. Je nach Umdrehungszahl des Zahnrades sieht der Beobachter den Lichtblitz. Der Spiegel war einige Kilometer entfernt. (Bild: phynet.de).....24
- Abb. 8: Apparat zur Messung der Lichtgeschwindigkeit. Ein Lichtstrahl fällt von links ein. Halbdurchlässige Spiegel koppeln einen Teil des Lichts aus und starten / stoppen eine Uhr.....25
- Abb. 9: Geschwindigkeit quer und längs des fiktiven Ätherwindes.....26
- Abb. 10: Ein Lichtstrahl läuft im fahrenden Bezugssystem A von der Decke zum Boden über eine Höhe h . Im Zug benötigt er die Zeit $t(A) = h/c$. Für die Beobachterin im ruhenden System B legt der Strahl eine längere Strecke $c \cdot t(B)$ zurück. Bei konstantem c müssen $t(A)$ und $t(B)$ unterschiedlich sein (Griffiths 2015)28
- Abb. 11: Ein Lichtstrahl wird im Wagen längs der Fahrtrichtung ausgesendet und reflektiert. Im bewegten Bezugssystem A legt das Licht die Strecke $L(A)$ zurück und braucht dazu $t(A) = L(A)/c$ Sekunden.....31
- Abb. 12: Längenmessung des fahrenden Zuges A vom ruhenden System B aus. Zur

- gleichen Zeit $t(B)$ befindet sich der Anfang des Zuges bei $v \cdot t(B)$ und das Ende bei $v \cdot t(B) + L/\gamma$33
- Abb. 13: Gleichzeitigkeit: Die Beobachterin im ruhenden System B nimmt die beiden Blitze zur gleichen Zeit wahr. Der Beobachter im fahrenden Zug A nimmt sie ebenfalls gleichzeitig wahr, weil sich auch in A das Licht mit c ausbreitet.....36
- Abb. 14: Raumzeit, Ort-Zeit Diagramm in der Relativitätstheorie. Die Zeit t (genauer ct) ist vertikal aufgetragen, der Ort x horizontal. Ich stehe bei Punkt (a). Wenn ich am gleichen Ort $x=0$ bleibe, bewege ich mich vertikal entlang der ct -Achse. Reise ich mit $v < c$ bin ich nach dem Zeitintervall Δt am Ort (b). Mit $v=c$ bin ich am Ort (c). Den Ort (d) kann ich nie erreichen, weil ich dazu schneller als mit Lichtgeschwindigkeit reisen müsste (Quelle (Göbel 2014)).....37
- Abb. 15: Raumzeit als Kegel dargestellt, Ergänzung von Abb. 14. Der Ort ist zweidimensional (x,y) . Ich stehe am Nullpunkt in der Taille des Kegels.....37
- Abb. 16: Impulsaustausch zwischen A und B. In A und in B wird je ein Ball so geworfen, dass die beiden Bälle einander treffen und in ihrem System den Impuls genau umkehren. Dann ist der Impuls vor dem Stoss gleich dem Impuls nach dem Stoss und ist erhalten.....38
- Abb. 17: Zusammenhang zwischen der relativistischen Gesamtenergie E , Ruheenergie E_0 und dem Impuls p (Bild: leifiphysik.de).....42
- Abb. 18: Experiment zur Messung des magnetischen Moments des Myons. Links: Plan der Anlage, der Durchmesser beträgt 14 Meter. Mitte: Bild des Rings. Rechts: Protonen treffen auf ein Target (Blech), es werden Pionen erzeugt. Die Pionen zerfallen in Myonen, die in den Ring eingespeist werden. Detektoren messen die Elektronen aus dem Zerfall der Myonen. Ein Umlauf braucht mit Lichtgeschwindigkeit 0.5 Mikrosekunden.....44
- Abb. 19: Signal eines Detektors entlang dem Ring. Die Kurve wurde aus Platzgründen in Stücke von $100 \mu s$ zerschnitten und untereinander gezeichnet. Die Wellenform ist für uns nicht wichtig. Von Punkt A bis Punkt B vergehen $500 \mu s$, die Ereignisrate fällt von 2 auf $0.8E-3$. Das ergibt eine Lebensdauer von rund $64 \mu s$. Das ist 30 mal mehr als die Lebensdauer des Myons in Ruhe.....45
- Abb. 20: Zyklotron. Ionen werden vom Zentrum aus beschleunigt. An den beiden Halbschalen liegt eine Wechselfspannung an.....45
- Abb. 21: Die vier Elemente und ihr Zusammenhang mit den Eigenschaften warm, kalt, trocken, feucht (Quelle: Wikipedia).....51

Abb. 22: Elektrolyse schematisch (Quelle: arcor.de).....	52
Abb. 23: Rastertunnelmikroskop (scanning tunnel microscope). Links Spitze in konstanter Höhe (konstanter Tunnelstrom), rechts Graphitoberfläche (Quelle: Wikipedia).....	54
Abb. 24: Gasentladungsröhre. Links schematische Darstellung, rechts Gasentladung in Wasserstoff (H), Deuterium (H mit einem zusätzlichen Neutron), Stickstoff (N), Sauerstoff (O), Quecksilber (Hg) (Quelle: Wikipedia).....	55
Abb. 25: Spektralzerlegung des Licht einer Wasserstoff-Gasentladungslampe ergibt diskrete Farben (die Linienform kommt vom Schlitz, den man mit der Lampe beleuchtet und abbildet).(Quelle: chem.purdue.edu).....	56
Abb. 26: Mögliche Übergänge (Termschema) im Wasserstoffatom. Die Linien 1, 2, 3, etc. bezeichnen die verschiedenen Energien, die das einzige Elektron einnehmen kann. Zwischen diesen Energieniveaus sind Übergänge möglich, jeder Übergang hat eine charakteristische Energie (Frequenz, Wellenlänge). (Quelle: Wikipedia) 58	58
Abb. 27: Allgemeines Termschema. Die Elektronen verteilen sich auf verschiedenen Schalen und haben dort verschiedene Orbitale (s,p,d..). Innerhalb einer Energie und eines Orbitals können sie ihren Drehimpuls (Spin) auf- oder abwärtsrichten. Übergänge sind zwischen den ausgezogenen Linien möglich, wenn gewisse Bedingungen erfüllt sind. (Quelle: Wikipedia).....	59
Abb. 28: Photoelektrischer Effekt: Photonen schlagen Elektronen aus Metall heraus (Bild: wikimedia.org).....	60
Abb. 29: Schwere Alpha-Teilchen (He-Kerne, $2p+2n$) werden von Goldfolie rückwärts gestreut. Es muss einen schweren Kern geben.....	61
Abb. 30: Skizze der Franck-Hertz Apparatur. Links werden Elektronen erzeugt und beschleunigt und bis zum Gitter beschleunigt. Im Gegenfeld nach dem Gitter werden sie gebremst. Gemessen wird der Anodenstrom. Ist die Spannung ein Vielfaches der Ionisationsenergie, werden die Elektronen absorbiert und erreichen die Anode nicht, der Anodenstrom nimmt ab. (Quelle: physik.uni-wuppertal.de)...	62
Abb. 31: Verlauf des Anodenstroms als Funktion der Beschleunigungsspannung. (Quelle: aus der Originalpublikation gemäss leifiphysik.de).....	63
Abb. 32: Termschema des Quecksilbers. (Quelle Uni Regensburg, Prof. B. Dick)....	64
Abb. 33: Ein Photon streut an einem ruhenden Elektron. Das lässt sich als klassischer elastischer Stoss mit Energie- und Impulserhaltung zwischen zwei Kugeln rechnen.....	65

- Abb. 34: Versuchsaufbau von Compton. Röntgenstrahlung (X-ray tube) trifft auf einen Kohlenstoffblock R und wird gestreut. Die Bleche S1 und S2 filtern einen Streuwinkel heraus. Auf der rechten Seite wird die Wellenlänge (und damit die Energie) der gestreuten Photonen gemessen über Interferenz an einem Kristall. (Tipler und Llewellyn 2012)).....66
- Abb. 35: Versuchsanordnung von Davisson und Germer, 1927. Sie wussten zu dieser Zeit nichts von De Broglies Ideen. Elektronen treffen auf den Kristall, werden reflektiert und in der Ionisationskammer gezählt. Wegen eines Defekts trat Luft in ihr Experiment ein, der Sauerstoff oxidierte den Nickel-Kristall. Um die Oxidation zu entfernen, heizten sie den Kristall auf und beobachteten danach Intensitätsmaxima und -minima als Funktion des Winkels – eine Interferenzerscheinung wie bei Wellen.....68
- Abb. 36: Beugungsmuster für Photonen und Elektronen ähnlicher Wellenlänge, die an einer Aluminiumfolie gestreut werden.....69
- Abb. 37: Prinzip einer Röntgenröhre. Links werden an der Kathode K Elektronen erzeugt und beschleunigt (Spannung U (kV)). Sie prallen auf die Anode A, die hier aus einem Stück Wolfram (W) besteht, das aus zur Wärmeableitung in einen Kupferblock eingebettet ist. Die Photonen der Bremsstrahlung (γ) werden in alle Richtungen emittiert, nur ein Teil geht Richtung Patient oder Werkstück. Bild: (Krieger 2013).....71
- Abb. 38: Synchrotron-Lichtquelle am PSI. Links: Blick in die runde Experimentierhalle. Rechts: Ondulator-Magneten. Das Feld zwingt die Elektronen auf eine Wellenbahn und sie strahlen, weil sie beschleunigt werden. Bilder: psi.ch71
- Abb. 39: Spektren von Röntgenstrahlung aus Elektronen, die mit 100 keV kinetischer Energie auf eine Wolfram-Anode prallen. Horizontal ist die Energie der Photonen in keV aufgetragen, vertikal die relative Intensität.....72
- Abb. 40: Energieabhängige Abschirmung (Halbwertsdicke) von Aluminium (Al), Kupfer (Cu) und Blei (Pb) für Photonen-Energien von 10 keV (10-2 MeV) bis 3 MeV. Lesebeispiel: Bei 200 keV braucht es 21 mm Al, 5 mm Cu oder 0.6 mm Blei, um die Zahl der Photonen zu halbieren. Die Kante in der Absorptionslinie von Blei bei 88 keV ist die Anregung des innersten Elektrons des Bleiatoms.....73
- Abb. 41: Glühfarben von Eisen. Heisses Eisen strahlt wie ein schwarzer Körper. Der Farbeindruck, den das abgestrahlte Spektrum in unseren Augen erzeugt, lässt sich eindeutig in eine Temperatur übersetzen.....75

- Abb. 42: Messanordnung von Dulong und Petit, der Ergebnisse Stefan auswertet. Links ist eine heisse, kleine Kugel (O) in einer fast leergepumpten grossen Kugel aufgehängt. Gemessen wird die Temperatur der kleinen Kugel als Funktion der Zeit.....77
- Abb. 43: Prinzip der Messung eines Spektrums wie in Abb. 44. Ein heisser Körper emittiert Strahlung. Für sichtbares Licht kann man z.B. ein Prisma brauchen, um das Licht des Körpers in seine Frequenzanteile zu zerlegen.....80
- Abb. 44: Energiedichte pro Wellenlänge im Hohlraum eines schwarzen Körpers. Ausgezogenen Linien: Korrekte Form nach Planck. Gestrichelt: Nur teilweise richtige Form nach Wien und Rayleigh-Jeans. Senkrechte Linien: Sichtbares Spektrum bei 450, 550 650 nm (Bild: Patrik Eschle).....81
- Abb. 45: Schnitt durch eine Thermoskanne. Der grosse Temperatursprung (der stärkste thermische Widerstand) findet im rosa Bereich statt. Dieser Hohlraum ist evakuiert (fast die ganze Luft ist abgepumpt) und verspiegelt.....86
- Abb. 46: Thermographie (Wärmebild) im sichtbaren und im infraroten einer Hausfassade. Das sichtbare Bild kommt durch reflektiertes Sonnenlicht zustande. Bei Nacht sehen wir das Haus nicht.....87
- Abb. 47: Wahrscheinlichkeitsinterpretation von Ψ : Ein Teilchen ist nicht an einem bestimmten Ort. gibt uns lediglich die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen bei einer Messung (z.B. mit einem Geigerzähler) an einem diesem Ort zu finden.....96
- Abb. 48: Interferenzexperiment. Links: Licht trifft auf zwei Spalte. Die ausgehenden Wellen treffen auf den Schirm. Durch die verschiedenen Weglängen verstärken sie sich oder löschen sich aus. Dieses Verhalten kennt man auch von Wasserwellen. Rechts: Das Experiment funktioniert auch mit einzelnen Photonen. Es trifft immer nur ein Photon für sich auf den Schirm und wählt seinen Platz gemäss der quantenmechanischen Wahrscheinlichkeit. Am Anfang (links oben) ist kein Muster erkennbar. Wartet man lange genug (rechts unten), bildet sich das klassisch erwartete Streifenmuster aus. (Quellen: chegg.com / sps.ch).....98
- Abb. 49: Wellenzüge: Oben: gut lokalisierbar, aber Wellenlänge unbestimmt. Unten: Genaue Wellenlänge, aber Ort unbestimmt.....99
- Abb. 50: Ein Teilchen im Potenzialtopf. Links: klassisches, falsches Bild einer harten Kugel im Topf. Rechts: korrektes quantenmechanisches Bild. Das Teilchen ist sowohl im Topf als auch ausserhalb und materialisiert sich entsprechend den Wahrscheinlichkeiten. Dieses Verhalten ist klassisch nicht verständlich. Quelle: physik.uni-muenchen.de.....101

- Abb. 51: Emission eines Alpha-Teilchens aus zwei Neutronen und zwei Protonen (doppelt positiv geladen). Der Potenzialtopf hat ist so gross wie der Kerndurchmesser. Ausserhalb wird das Alpha-Teilchen durch die elektrostatische Abstossung vom Kern weggeschleudert. Der Restkern hat zwei Protonen weniger. Beispiel: Zerfall von Uran-238 zu Thorium-234 (Quelle: wikimedia.org).....101
- Abb. 52: Evaneszente Welle. Eine Welle (Lichtstrahl von links) wird im Prisma total reflektiert, ein Teil des Lichts tritt aber aus dem Prisma heraus, die Intensität fällt exponentiell ab. In einem nahen zweiten Prisma kann sich die Welle wieder ausbreiten. Das entspricht dem quantenmechanischen Tunneleffekt, der ein Wellenphänomen ist. (Quelle: univie.ac.at).....102
- Abb. 53: Teilnehmer an der 5. Solvay-Konferenz 1927 in Brüssel. (1) Auguste Piccard, (2) Erwin Schrödinger, (3) Wolfgang Pauli, (4) Werner Heisenberg, (5) Paul Dirac, (6) Arthur Compton, (7) Louis-Victor De Broglie, (8) Max Born, (9) Niels Bohr, (10) Max Planck, (11) Marie Curie, (12) Hendrik Lorentz, (13) Albert Einstein (Quelle: Wikimedia).....106
- Abb. 54: Mögliche Nichtlokalität. Eine Welle tritt von links durch den Spalt. Wartet man lange genug, bildet sich auf dem Schirm rechts ein Interferenzmuster wie in Abb. 48 (p. 98). Tritt nur ein einzelnes Teilchen ein, ist seine Wahrscheinlichkeitsverteilung auf dem Schirm107
- Abb. 55: Beispiel für einen hypothetischen Apparat aus der Bohr-Einstein-Debatte.107
- Abb. 56: Ein EPR-Experiment. Elektron und Positron fliegen wegen der Impulserhaltung unter 180° auseinander. Wegen der Drehimpulserhaltung addieren sich ihre Drehimpulse (Spins) zu 0, dem Drehimpuls des Pions, aus dem sie entstanden sind. Das Ergebnis der Messung eines Spins ist komplett zufällig, aber die Summe der beiden gemessenen Spins ist immer 0.....110
- Abb. 57: Entstehung eines Wellenpaketes. Viele Kosinus verschiedener Frequenz und fallender Amplitude (links) summieren sich zu einem Wellenzug, der nur um 0 herum eine Auslenkung hat und sich deshalb normieren lässt (rechts). Blau ist die Summe der Kosinus (entspricht der Wellenfunktion Ψ , orange die Aufenthaltswahrscheinlichkeit Ψ^2). Die Einheiten sind beliebig.....114
- Abb. 58: Potentialtopf mit unendlich steilen Wänden (links) und eine mögliche technische Realisierung mit einem abstossenen Potential am Rand (rechts). (Bilder Giancoli und Tipler).....115
- Abb. 59: Kugelkoordinaten (Bild: wikimedia.org).....116

Abb. 60: Eulersche Formel.....	116
Abb. 61: Mögliche Werte für Drehimpuls und seine z-Komponente (Bild gsu.edu) ..	118
Abb. 62: Form der Kugelflächenfunktionen für $l=0$ (s), $l=1$ (p), $l=2$ (d), $l=3$ (f). Für jedes l gibt es $2l+1$ Werte von m	119
Abb. 63: Kraft zwischen Protonen. Ein Proton sieht die Summe aus Kernkraft und Coulomb-Abstossung. Im Bereich von 1 bis 2 fm (10-15 m) ist es gebunden. Darunter stossen sich Nukleonen durch Coulomb- und starke Kraft ab (sind hart), darüber herrscht Coulomb-Abstossung. (Quelle: www.leifiphysik.de).....	124
Abb. 64: Bindungsenergie pro Nukleon. Eisen ist am stärksten gebunden. Links vom Eisen wird Energie frei durch Kernfusion. Rechts vom Eisen wird Energie frei durch die Spaltung von Kernen. Einzelne Kerne sind übermässig stark gebunden. (Quelle: Wikipedia).....	126
Abb. 65: Bindungsenergie pro Nukleon. Messdaten (blau) und nach dem Tröpfchenmodell (rot) mit einer Anpassung nach «least-squares» der Parameter. Der qualitative Verlauf mit dem Maximum um $A=60$ stimmt sehr gut überein, Feinheiten weichen ab. Die Skala beginnt bei 7.8, dargestellt ist nur der obere Teil von Abb. 64.....	129
Abb. 66: Uran-235 fängt ein Neutron ein und spaltet in Kr-89 und Ba-144. Dabei werden 210 MeV Energie frei und drei Neutronen fliegen weg, die jedes wieder einen Kern spalten können. Nukleonenbilanz: $1+235 = 89+144+3$ (Quelle: kernfragen.de).....	130
Abb. 67: Nebelkammerspur eines Positrons, Figur 1 aus der Originalarbeit von Anderson. In einer Nebelkammer wird übersättigter Dampf hergestellt. Durchfliegende Teilchen ionisieren Atome und schaffen Kondensationskeime, die angelagerten Tröpfchen sieht man als Spur.....	134
Abb. 68: Verteilung der Energie des Elektrons beim Zerfall des Bismut Isotops Bi-210:	135
Abb. 69: Super-Kamiokande Neutrino-Detektor. Links: Ansicht. Der Detektorraum ist 40 m hoch und hat einen Durchmesser von 40 m, die Wände sind mit 13'000 Photomultipliern (Teilchendetektoren) bedeckt. Rechts: Inspektionsfahrt im Schlauchboot.....	136
Abb. 70: Blasenkammeraufnahme. Von unten tritt ein Antiproton in die Kammer und stösst in der Bildmitte mit einem Proton zusammen. Teilchen und Antiteilchen annihilieren und wandeln sich zu Energie. (Quelle http://particleadventure.org).	137

- Abb. 71: Quarks in einem Proton. 2 up und ein down-Quark bilden zusammen ein Proton. Neben der elektrischen Ladung tragen Quarks noch weitere Eigenschaften, z.B. eine Farbe (die nur eine symbolische Benennung ist). Die Federn zwischen den Quarks stellen die Gluonen dar, durch die der Kern zusammengehalten wird. (Quelle: wikimedia.org).....139
- Abb. 72: Graphische Darstellung des Standardmodells (Quelle: physik.uzh.ch).....141
- Abb. 73: Vereinheitlichung physikalischer Theorien. Die Zeit läuft von oben nach unten, blau hinterlegt ist Neuland. Wir sind heute beim Standardmodell, eine Quantentheorie der Gravitation steht noch aus.. (Quelle: wikipedia.org).....142
- Abb. 74: Spektrum der kosmischen Mikrowellen-Hintergrundstrahlung mit der Kurve für den schwarzen Körper und den experimentellen Messergebnissen, einschliesslich der von Penzias und Wilson. Die vertikalen Balken stellen den experimentellen Fehler bei der Messung dar. (Quelle: (Giancoli 2010)).....147
- Abb. 75: Rotverschobene Absorptionslinien, auf zwei gleichen unverschobenen Spektren. Links Absorptionslinien der Sonne (schwarze Striche), rechts im Supergalaxiehaufen BAS11, der 1 Milliarde (10⁹) Lichtjahre von uns entfernt ist.148
- Abb. 76: Das Universum dehnt sich in drei Dimensionen aus wie die Oberfläche eines Ballons in zwei Dimensionen. Längen werden gestreckt (kosmologische Rotverschiebung, links oben), Galaxien entfernen sich von jedem Punkt aus mit einer Geschwindigkeit proportional zum Abstand. (Quelle: universe-review.ca)...149
- Abb. 77: Gemessene Geschwindigkeiten als Funktion des Abstandes für verschiedene Galaxientypen. Ein parsec (pc) ist eine Längeneinheit und entspricht 3.26 Lichtjahren. $H_0=72$ ist die Hubble-Konstante in der Einheit (km/s)/Mpc. (Quelle: (Freedman und Madore 2010), heruntergeladen von www.astro.caltech.edu).....151
- Abb. 78: Entwicklung des Wert der Hubble-Konstanten als Funktion der Zeit. Der Kern der Wissenschaft ist ihre Fähigkeit, ihre Ergebnisse in Frage zu stellen (Quelle: www.cfa.harvard.edu).....152
- Abb. 79: Entwicklung des Universums wie es sich die Physik heute vorstellt. Horizontal verläuft die Zeit über 13 Milliarden Jahre, vertikal die Ausdehnung des Universums (nicht massstäblich). Aus einer sehr kleinen, sehr energiereichen Blase dehnt sich der Raum, kühlte dabei ab und Materie kondensierte aus.....154
- Abb. 80: Energie- und Temperaturregimes während der Entwicklung des Universums

(Quelle (Giancoli 2010)).....	155
Abb. 81: Anisotropie (Unregelmässigkeit) der kosmischen Hintergrundstrahlung auf einer Himmelsdurchmusterung des Satelliten Planck. Die Abweichungen betragen $\pm 250 \mu\text{K}$, ein halbes Tausendstel Grad (Bild: mwhite.berkeley.edu/Talks/Planck_Yale15.pdf).....	157
Abb. 82: Geschwindigkeit als Funktion des Abstandes vom Zentrum für die Galaxie NGS6503. Für ein Planetensystem (schweres Zentrum) würde die Geschwindigkeit mit eins über der Wurzel des Abstandes abnehmen. (Aus (Straumann 2015), der als Quelle angibt: K.G. Begeman, A.H. Broeils und R.H. Sanders, Mon. Not. R. astr. Soc. 249, 523 (1991)).....	159
Abb. 83: Gravitationslinse. Das Objekt links wäre von der Erde (rechts) aus nicht sichtbar. Seine Lichtstrahl werden aber am massiven Objekt in der Mitte gebogen. Wir sehen von der Erde aus das Objekt mehrmals. Aus dem Öffnungswinkel lässt sich die Masse des mittleren Objekts berechnen. Sie ist grösser, als man auf Grund der Helligkeit annimmt.....	160
Abb. 84: Einfluss zwischen den Akteuren der Quantenmechanik. (M), (R): Einfluss über Materie oder Radiation, (h) das Plancksche h beeinflusste Bohr (A. Pais, «Subtle is the Lord», Oxford University Press 2005, p. 362).....	171
Abb. 85: Spektrum der elektromagnetischen Wellen. Für uns ist ein kleiner Bereich um 500 nm herum sichtbar (Bild: wikimedia.org).....	175
Abb. 86: Game of Life: Entwicklung eines vertikalen Strichs.....	178
Abb. 87: Skizze von Römer zur Messung von c (Bild: Wikipedia.org).....	181
Abb. 88: Interferometer. Das Licht wird aufgespalten, an Spiegeln reflektiert und wieder vereint. Bewegt man einen Spiegel längs des Lichtwegs, ändert sich die Helligkeit auf dem Schirm.....	187