



# Wie unterstützen Khan-Videos das Verstehen von Mathematik – Oder: Hat Bill Gates Recht ?

Alexander Caspar

# Neue Digitale Lern-Lehrformen

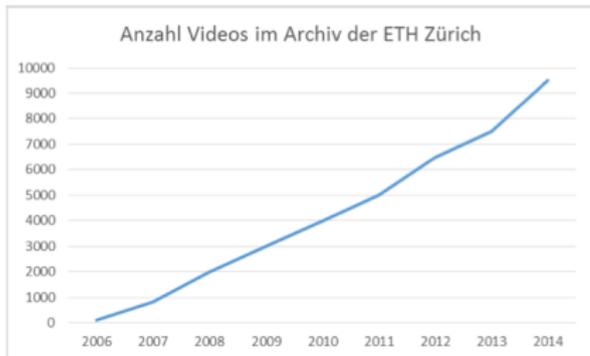
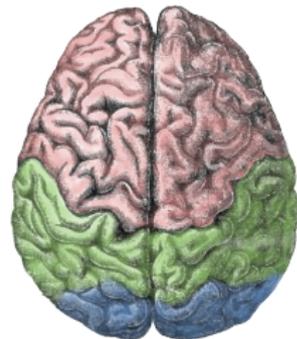
Helfen, wichtige Faktoren für erfolgreiches Lernen umzusetzen:

Nachhaltige Vermittlung relevanter Inhalte

Konstruktives Vorgehen, Schritt für Schritt

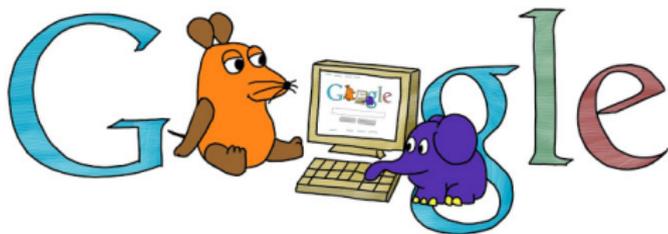
Enthusiasmus / Motivation / Aktivierung

Repetition / Üben / Selbsteinschätzung



## Videobasierte Angebote

- + Informationsdichte
- + Anschaulichkeit durch Realitätsnähe
- + Aktivierung: Aufmerksamkeit steuern, Reflektion anregen
- + Zeit & Raum manipulieren
- + (Eigen-)Kontrolle & Wiederholung
- Gefahr kognitiver Überforderung
- Hohe Eigenverantwortlichkeit
- Aufwand & Nachhaltigkeit
- Relevanz-/Verbindlichkeitsminderung
- Lernkontrolle



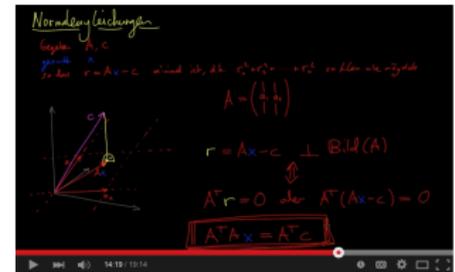
# Khan-Academy



- 2004 ● S. Khan gibt familiäre Mathe-Nachhilfe mit YouTube-Video-Tutorien
- 2006 ● Gründung Khan Academy (Non-Profit)
- 2009 ● Khan kündigt beim Hedgefonds
- 2010 ● Finanzierung durch B. Gates, Google, ...
- 2015 ● 5'000 Kurse mit 9'000 Videos, personalisierten Spuren, Aufgaben mit individuellem Feedback

Für weitere Gebiete der Geistes-/Naturwissenschaften in mehr als 20 Sprachen

Reduktion auf Instruktion



Bedenken: Fehlende

- i. Diversität
- ii. Interaktivität
- iii. Interaktion
- iv. Spontaneität

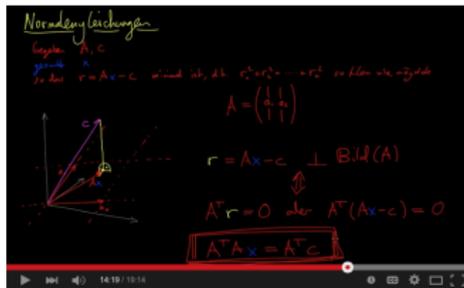


# ETHZ-Experiment

Grundlagenvorlesung Mathematik für Ingenieur/innen

Idee<sup>1</sup> für 1 Lektion:

Eine Hälfte schaut **Video**, andere geht in die **Vorlesung**



Lineare Algebra Vorlesung für Maschinenbauern.

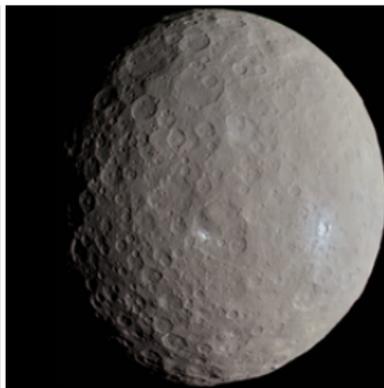
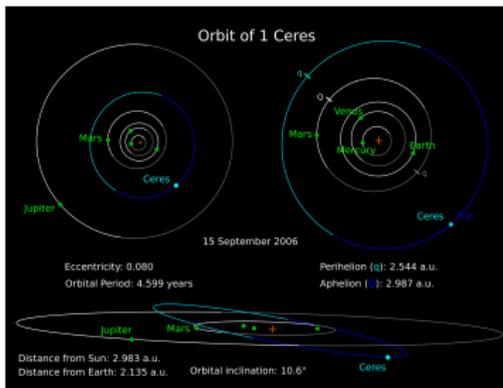
Testfragen für allfälligen Unterschied bei Lernwirksamkeit

Evaluation zu Qualitativen Aspekten der **Videos**

<sup>1</sup>BSc-Projekt S. Baumann (Management & Ökonomie)

# Methode der kleinsten Quadrate: Historisch (I)

In Neujahrsnacht 1801 entdeckte **G. Piazzi** Zwergplaneten **Ceres** in der Lücke zwischen Mars und Jupiter.



Ceres ging dann verloren.

# Methode der kleinsten Quadrate: Historisch (II)

C.F. Gauss bestimmte Ceres-Position mit seiner **Methode der kleinsten Quadrate** bei wenigen vorliegenden Bahndaten.

Beobachtungen des im Palermo 8. Jan. 1801 von Prof. Piaz zuerst entdeckten Götzens.

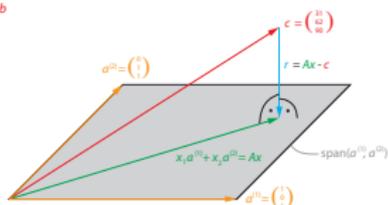
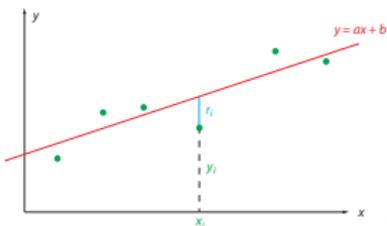
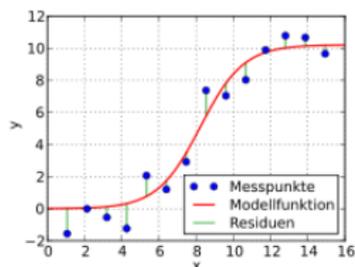
| Jahr  | Mittlere Sonnen-Abstand |          | Größe der Bahn in Grad. | Gerade Abw. in Grad. | Nördl. Abw. in Grad. | Geogr. Länge | Geometrische Breite | Ort der Sonne "zu" | Lage, die Winkel $\phi$ & $\delta$ |
|-------|-------------------------|----------|-------------------------|----------------------|----------------------|--------------|---------------------|--------------------|------------------------------------|
|       | in Grad.                | in Grad. |                         |                      |                      |              |                     |                    |                                    |
| Jan.  | 1                       | 2        | 3                       | 4                    | 5                    | 6            | 7                   | 8                  | 9                                  |
| 1     | 43                      | 37       | 27                      | 31                   | 34                   | 47           | 48                  | 15                 | 27                                 |
| 2     | 19                      | 46       | 26                      | 53                   | 51                   | 43           | 27                  | 48                 | 15                                 |
| 3     | 14                      | 53       | 25                      | 38                   | 51                   | 39           | 36                  | 16                 | 44                                 |
| 4     | 10                      | 44       | 19                      | 32                   | 18                   | 51           | 47                  | 15                 | 47                                 |
| 5     | 6                       | 45       | 25                      | 25                   | 11                   | 31           | 24                  | 16                 | 10                                 |
| 6     | 3                       | 37       | 15                      | 39                   | 7                    | 51           | 13                  | 36                 | 5                                  |
| 7     | 54                      | 26       | 12                      | 36                   | 30                   | 51           | 24                  | 14                 | 12                                 |
| 8     | 30                      | 17       | 11                      | 31                   | 14                   | 16           | 12                  | 10                 | 10                                 |
| 9     | 17                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 10    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 11    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 12    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 13    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 14    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 15    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 16    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 17    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 18    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 19    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 20    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 21    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 22    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 23    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 24    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 25    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 26    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 27    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 28    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 29    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| 30    | 10                      | 10       | 10                      | 10                   | 10                   | 10           | 10                  | 10                 | 10                                 |
| Febr. | 1                       | 2        | 3                       | 4                    | 5                    | 6            | 7                   | 8                  | 9                                  |
| 1     | 44                      | 39       | 19                      | 27                   | 23                   | 43           | 48                  | 17                 | 33                                 |
| 2     | 41                      | 25       | 11                      | 19                   | 16                   | 49           | 45                  | 17                 | 38                                 |
| 3     | 31                      | 18       | 11                      | 20                   | 15                   | 40           | 51                  | 18                 | 15                                 |
| 4     | 18                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 5     | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 6     | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 7     | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 8     | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 9     | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 10    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 11    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 12    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 13    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 14    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 15    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 16    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 17    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 18    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 19    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 20    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 21    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 22    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 23    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 24    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 25    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 26    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 27    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 28    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 29    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |
| 30    | 11                      | 11       | 14                      | 23                   | 10                   | 48           | 37                  | 18                 | 21                                 |



An vorhergesagter/berechneter Stelle fand **F.X. von Zach** den Himmelskörper am 7. Dezember 1801 wieder.

# Methode der kleinsten Quadrate

## Eine Methode zur Ausgleichsrechnung



mit analytischen oder **geometrisch-algebraischen** Mitteln  
ETHZ-Experiment:

Aneignung durch **Videos** oder **Vorlesung** (1 Doppelstunde)

Dann Lernwirksamkeit mit 5 MC-Fragen überprüfen:

MC 1,2,3 testen eher **Verständnis**

MC 4,5 testen eher **Rechnen**

MC-Aufgaben jede Woche Teil der Übungsserie

# ETHZ-Experiment Videos vs. Vorlesung

Vorlesung ist Jahreskurs Lineare Algebra I/II

Seit 2010 derselbe Professor  
mit sehr guten Beurteilungen

Seit 2014 neuer Rahmen für Übungen  
durch Schulleitung



| 4 Jahrgänge | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
|-------------|------|------|------|------|
| Studierende | 525  | 546  | 532  | 588  |

Halbierung nach Nachnamen  $\rightsquigarrow$  **zufällige Gruppeneinteilung**

Teilnahme am Experiment **freiwillig**

Zeitpunkt: I.d.R in 8. Woche im 2. Semester

# ETHZ-Experiment Videos vs. Vorlesung

Normalgleichungen

Gegeben  $A, c$   
 gesucht  $x$   
 so dass  $r = Ax - c$  minimal ist, d.h.  $r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_n^2$  so klein wie möglich

$$A = \begin{pmatrix} | & | & | \\ a_1 & a_2 & a_n \\ | & | & | \end{pmatrix}$$

$r = Ax - c \perp \text{Bild}(A)$

$$A^T r = 0 \text{ oder } A^T (Ax - c) = 0$$

$$A^T A x = A^T c$$

Videos: à la Khan

Folge von 5 Teilen à  $\approx$  12 Minuten

Abgestimmt mit [Lektion nach Vorgaben/Skript des Dozierenden](#)

Standardproduktion und Veröffentlichung

Im Lernmaterial niederschwellig integriert

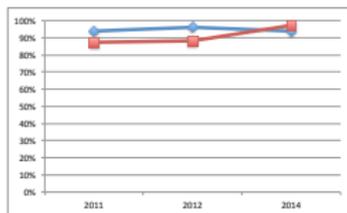
Auch in weiteren Szenarien: **Musterlösung, Ergänzung**



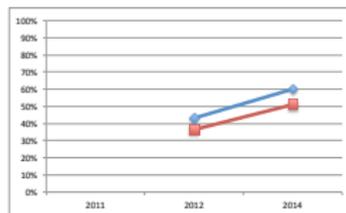
# Quantitative Auswertung der Testfragen (I)

| Teilnahme  | 2011                                     | 2012      | 2013 | 2014     |
|------------|--|-----------|------|----------|
| Video      | 126 (24%)                                | 129 (24%) | Da-  | 65 (11%) |
| Vorlesung  | 135 (26%)                                | 95 (17%)  | ten- | 65 (11%) |
| Weder noch | 67                                       | 45        | ver- | 19       |
| Beides     | 5  | 51        | lust | 27       |
| Gender     | nicht aufgeschlüsselt bei > 90% männlich |           |      |          |

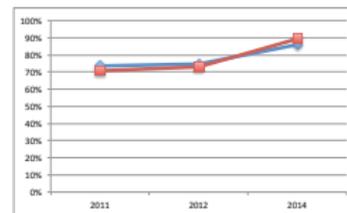
MC1



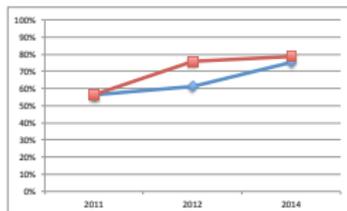
MC2\*



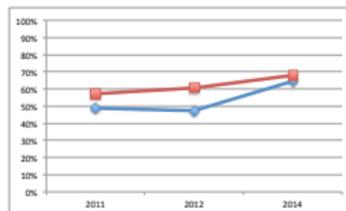
MC3



MC4



MC5

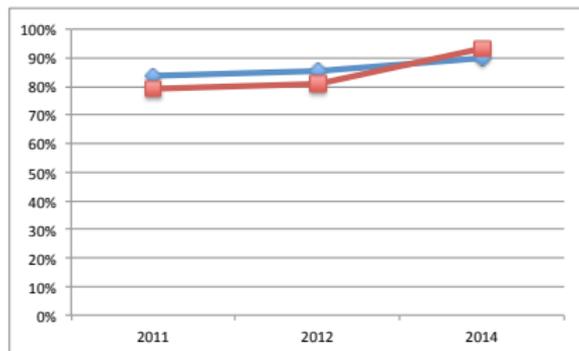


\*in 2011 inkohärent

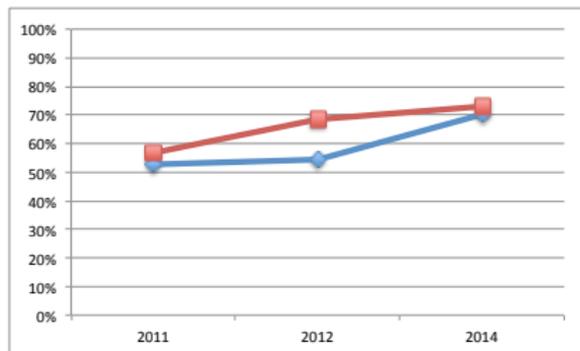
## Quantitative Auswertung der Testfragen (II)

Erfolgsquoten in % für Video und Vorlesung

Verständnis: MC1 und MC3



Rechnen: MC4 und MC5



In 2014 neu die Option "Weiss ich nicht" in %:

|           | MC1 | MC2 | MC3 | MC4 | MC5 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Video     | 0   | 0   | 2   | 3   | 15  |
| Vorlesung | 0   | 0   | 2   | 12  | 20  |

# Weitere Statistische Analyse Video vs. Vorlesung

$H_0$  = Die Richtigbeantwortung ist unabhängig von Lernmethode

Verworfen allein in 2012 bei 2 MCs

## Video vs. Vorlesung

|          | MC1   | MC2  | MC3   | MC4   | MC5   |
|----------|-------|------|-------|-------|-------|
| $\chi^2$ | 3.88  | 1.04 | 0.098 | 5.76  | 3.79  |
| $p$      | 0.049 | 0.31 | 0.75  | 0.016 | 0.052 |

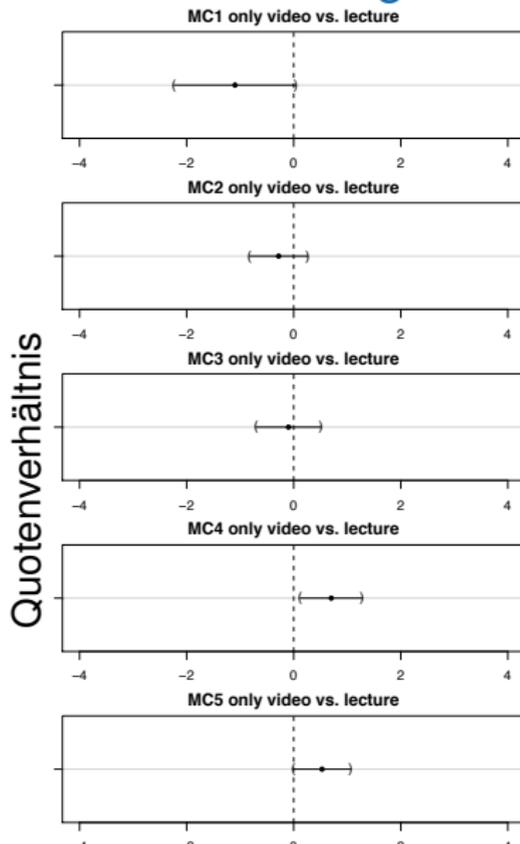
Ähnlich bei anderen Verfahren (Fisher)

Cave!

Absence of evidence

≠

Evidence of absence.



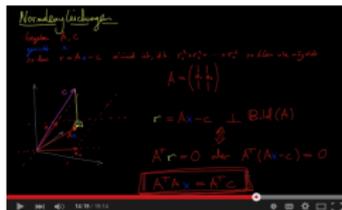
# Zusammenfassung Quantitative Ergebnisse

Es **scheinen**

die Vermittlung via **Video** oder **Vorlesung**  
**gleichwertig**,

**Videos** eher die Vermittlung von  
**Rechnenprozessen** zu unterstützen,

**Vorlesungen** eher die Vermittlung der **Theorie**  
zu unterstützen.



## Weitere Caveats

Absence of evidence  
≠  
Evidence of absence.



Unterdurchschnittliche Teilnahme

Keine Verbindlichkeit

Keine Untersuchung Eigenschaften der Kohorten:

Leistungstärke, Affinität, ...

oder allenfalls andere gemeinsame Merkmale, welche wir nicht sehen.

## Weitere Evaluationen: Lernunterstützung

Haben Ihnen\* die Videos beim Verständnis des Stoffes geholfen? Mehrheitlich (Eher) Ja.

Was war es, was Ihrer Meinung nach geholfen hat, den Stoff anhand der Videos zu erarbeiten?

20% Selbständiges Betrachten, kein sozialer Druck

84% Betrachten der Videos im eigenen Lerntempo

44% Einfache Darstellung der Videos

15% Kurze Dauer der Videos

15% Handschriftliche Darstellung

61% Zeitliche Unabhängigkeit

52% Örtliche Unabhängigkeit

## Weitere Evaluationen: Video-Format

Wie empfanden Sie die Geschwindigkeit in den Videos?

|                | 2011 | 2012 | 2013 | 2014*      |
|----------------|------|------|------|------------|
| Zu langsam     | 40%  | 34%  | 50%  | <b>19%</b> |
| gerade richtig | 59%  | 64%  | 49%  | <b>78%</b> |

\* Videos neu produziert.

Wenn Sie zwischen Musterlösungen als PDF oder als Video wählen müssten, was würden Sie bevorzugen?

|       |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| PDF   | 57% | 62% | 68% | 52% |
| Video | 41% | 38% | 32% | 48% |

Was ist Ihres Erachtens hilfreicher?

|                     |     |     |     |     |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|
| Theorie-Video       | 73% | 74% | 69% | 66% |
| Musterlösungs-Video | 27% | 26% | 31% | 34% |

## Weitere Evaluationen: Video vs. Vorlesung

Würden Sie die Vorlesung trotzdem noch besuchen,  
falls solche Videos angeboten würden?      Unentschieden  
Immer/Meistens (48%) vs. Gelegentlich/Nie (52%)

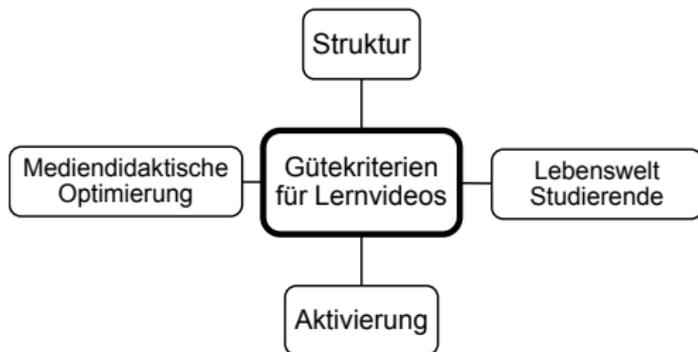
Wünschen Sie sich für andere Themen und Fächer solche  
Videos?      Eindeutig Ja

Könnten Sie sich vorstellen einen ganzen Kurs in Form  
von solchen Videos zu betrachten?      Unentschieden  
Ja (50%) – Nein (50%)

Wie wichtig ist Ihnen die Vorlesung als Social Event?  
(Kontakt zu Mitstudierenden, zum Dozenten)  
Mehrheitlich Sehr / Eher wichtig

# Weitere Caveats Produktion

## Gütekriterien



## Was funktioniert?

**Kürzere Videos** sprechen mehr an ( $\leq 6$  min.)



**„Soziale Präsenz“**  
(start/dazwischen/take home)



**Enthusiasmus** wirkt ansteckend



**Sprechgeschwindigkeit** normal/leicht schneller



**Persönliche Handschrift.**  
Do-it-yourself gut akzeptiert



**Tutorials:** Kapitel, Wiederholungen



## Und Nu ?

Vielleicht Mehrwert / Stärke Khan-Academy eher in Möglichkeit,



1. kontinuierlich zu repetieren und zu üben ?
  2. gezielter Rückmeldung ?
- 
3. der Beobachtung individueller Lernentwicklung ?



Mit Blick auf Grundsätze des (mathematischen) Lernens

**Vorwissen** ↔ Repetieren

**Aktivierung** ↔ Üben

---

**Chunking** ↔ Strukturieren

## (Vor-)Wissen strukturieren

Lernen Sie diese Buchstabenmatrix auswendig:

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | I | O | X | S | T | Z |
| H | C | W | J | O | H | Y |
| E | K | N | U | V | E | D |
| Q | B | F | M | E | L | O |
| U | R | O | P | R | A | G |

Aha!

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | I | O | X | S | T | Z |
| H | C | W | J | O | H | Y |
| E | K | N | U | V | E | D |
| Q | B | F | M | E | L | O |
| U | R | O | P | R | A | G |

Chunking

Wissen strukturieren.

Kleine Wissens Elemente zu Blöcken zusammenfassen.

Diese wieder zu grösseren Einheiten verbinden.

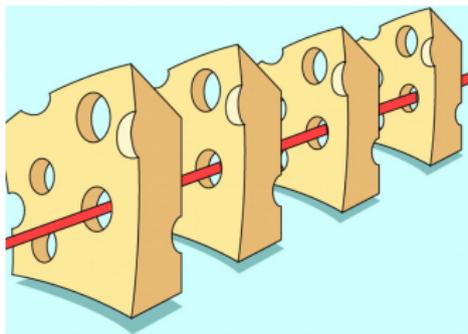
# Vorwissen

“If I had to reduce all of educational psychology to just one principle, I would say this: The most important single factor influencing learning is what the learner already knows”  
(D. P. Ausubel (1968))

In der Mathematik besonders wichtig:

Neues Wissen knüpft grundsätzlich an Vorwissen an.

## Das Problem mit dem Schweizer Käse



Um zu bestehen, reichen i.d.R. 75% der Punkte.

Diese Lücken sammeln sich. Das fehlende Vorwissen liefert dann Schwierigkeiten.

Khan: "Bearbeite ein Thema so lange, bis Du 10 / 10 richtig hast."

Get 3 correct in a row

Check answer

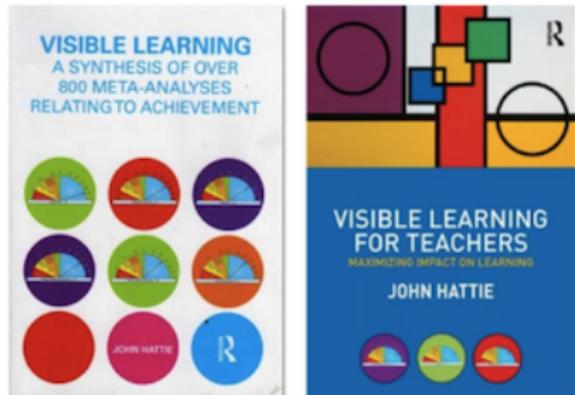


Check answer

(≈ Mastery Learning)

## Vorwissen und Selbsteinschätzung

Selbsteinschätzung des eigenen Leistungsniveaus ist Spitzenreiter in Hattie-Visible-Learning-Studie (J. Hattie 2013)



Formatives Assessment mit guter Rückmeldung hilft bei dieser Einschätzung.

Im Idealfall motivieren Rückmeldungen zu eigenständiger Repetition

→ Videos

## Formative Assessment (★ = Khan-Exercise)

- ★ Teil des Lernprozesses und dabei meist unbenotet.  
Ergebnis dient zur individuellen Leistungsbestimmung.
- ★ Zentrales Element Rückmeldung (Feedback) mit Einfluss auf  
Leistung, Motivation  
Höheres Bewusstsein der Selbstwirksamkeit des Lernens
- ★ Feedback-Qualität beeinflusst dessen Effekt auf Lernprozess.
- ★ Häufige Formen: Selbsttests, Übungsaufgaben und  
Besprechungen mit Lehr- und Assistenzpersonen

Mit Computer: Permanentes Üben mit instantaner Rückmeldung  
und adaptiver Variation

# Beobachtung individueller Lernentwicklung

## Eigenständig



Compare myself to others

Erkenne Vertiefungs- und Nachholbedarf

Stärkung Motivation / Selbstbewusstsein

## Gesteuert



Statistik über Erfolg der Studierenden

Typische und/oder systematische Probleme

Lehrveranstaltung adaptiv planen, modifizieren  
und bei Bedarf verbessern.

Aufgaben in Folgen mit angemessener Schwierigkeit  
individuell stellen