

## Multiple-Choice-Aufgaben in Service-Prüfungen

If you choose an answer to this question at random, what is the chance you will be correct?

A) 25%

B) 50%

C) 60%

D) 25%

# Ausgangslage

## Studierendenzahlen gewachsen

- ▶ Korrekturlast zu hoch, Manuelle Korrektur fehleranfällig(er)
- ▶ Empfehlung letzte Departements-Evaluation
  - ▶ ‘‘Reduce excessive grading loads of PhD students’’

## Erfahrungen mit Multiple-Choice (MC) am D-MATH

- ▶ Anteil MC an Gesamtpunktzahl:  
In Sessionsprüfungen 20 – 30%, Zwischenprüfungen 100%
- ▶ Automatisierte Korrektur effizient, zuverlässig

## Ziel für heute: Diskussion

- ▶ Wie mit MC zuverlässig auf gleichem Niveau prüfen?
- ▶ Wie gelingt effiziente(re) breite Durchführung?

## Beispiel MC: Single-Choice (1 aus 5)

Welche der folgenden Definitionen ergibt einen Sinn?  
(Der Nutzen ist irrelevant.)

Eine Abbildung zwischen zwei  $K$ -Vektorräumen  $f: V \rightarrow W$  heißt

a) **Antimorphismus**, wenn gilt:

$$\forall v, w \in V \forall \lambda \in K: f(v+w) = f(v) + f(w) \wedge f(\lambda v) = \frac{f(v)}{\lambda}.$$

b) **Polymorphismus**, wenn gilt:

$$\forall v_1, v_2 \dots \in V \forall \lambda \in K: \\ f\left(\sum_{i=1}^{\infty} v_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} f(v_i) \wedge f(\lambda v) = \lambda f(v).$$

c) **Unimorphismus**, wenn gilt:

$$\exists w \in W \forall v \in V: f(v+w) = w.$$

d) **Affinomorphismus**, wenn gilt:

$$\forall v, w \in V \forall \lambda \in K: f(v + \lambda w) = (1 - \lambda)f(v) + \lambda f(v + w).$$

e) **Retromorphismus**, wenn gilt:

$$\exists w \in W f(v) = w \forall v \in V.$$

## Beispiel MC: Single-Choice (1 aus 4)

- (e) [3 Punkte] Für zwei reelle Funktionen  $x(t)$ ,  $y(t)$  sei das Differentialgleichungssystem

$$\dot{x} = -4x - 6y$$

$$\dot{y} = x + 3y$$

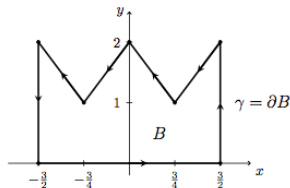
gegeben.

- Ein Gleichgewichtspunkt dieses Systems liegt bei  $(x_0, y_0) = (3, -2)$ .
- Die Lösung zu den Anfangsbedingungen  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$  ist gegeben durch  $x(t) = e^t - e^{-t}$ ,  $y(t) = 2e^{-3t} - e^{2t}$ .
- Es gibt nur eine Lösung  $(x(t), y(t))$  mit  $x(t) = e^{2t}$ .
- Alle Lösungen  $(x(t), y(t))$  mit  $y(0) = 2$  erfüllen  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ .

## Beispiel MC: Multiple-Choice

Sei  $K : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  das Vektorfeld  $K(x, y) = \begin{pmatrix} 5x + 2y \\ 2x - 3y \end{pmatrix}$ .

Weiter sei folgende positiv orientierte Kurve  $\gamma$  gegeben, welche das Gebiet  $B$  in der  $(x, y)$ -Ebene umrandet (die Pfeile kennzeichnen die Durchlaufrichtung):



Welche der folgenden Aussagen sind **richtig** ?

richtig	falsch	
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Das Arbeitsintegral vom $K$ entlang $\gamma$ ist $\oint_{\gamma} K \cdot d\gamma = 0.$
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Der Fluss von $K$ durch $\gamma$ von innen nach aussen ist $\oint_{\gamma} K \cdot n \, ds = 0.$
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Das Gebietsintegral der konstanten Funktion 1 über $B$ ist $\iint_B 1 \, dA = \frac{9}{2}.$
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Der Flächeninhalt von $B$ ist 4.

## Beispiel MC: Single-Choice (binär)

	wahr	falsch
a) Die Nullmatrix $O \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ist die einzige Matrix in $\mathbb{R}^{m \times n}$ mit Rang null.		
b) Die Menge $\mathcal{B} = \{1 + 3x, 1 - 3x, x + x^2\}$ ist eine Basis des Vektorraums der Polynome mit Grad $\leq 2$ .		
c) Die Abbildung $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , definiert durch $F(x, y, z) = ( x , 0)$ , ist linear.		
d) Sei $A$ eine $n \times n$ -Matrix. Dann existieren eine $n \times n$ -Linksdreiecksmatrix $L$ mit Einsen auf der Diagonale und eine $n \times n$ -Rechtsdreiecksmatrix $R$ , so dass $A = LR$ gilt.		
e) Sei $B = (b_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine Matrix mit $\ker B = \{0\}$ , so dass $b_{ij} = -b_{ji}$ für alle $i, j$ ist. Dann muss $n$ eine gerade Zahl sein. <i>Hinweis:</i> Betrachten Sie die Determinante von $B$ .		
f) Es existiert keine Matrix $W \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , so dass $W^T \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} W = I$ , wobei $I$ die $2 \times 2$ -Einheitsmatrix bezeichnet.		
g) Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine Matrix mit $A^3 + 2A^2 + 3A + 4I = 0$ , wobei $I$ die $n \times n$ Einheitsmatrix und $0$ die $n \times n$ Nullmatrix ist. Dann ist $0$ kein Eigenwert von $A$ .		

# Prüfung-Aufbau

## Quantitativ

- ▶ Ausreichend Aufgaben, um Leistung ausgewogen zu testen - und Erfolg durch Raten zu minimieren.
- ▶ Beispiele (# pro Stunde)

Binär: Wahr/Falsch	Single-Choice: 1 aus 4	MC (K')
40	20 bis 24	10

## Qualitativ

- ▶ Klassifikation nach Schwierigkeit / Anspruch:



Repetition | Verständnis | Rechnen (Anwenden) || Transfer

- ▶ Einstieg mit 1 oder 2 (leichten) Eisbrecherfragen.

# Bewertungen

## Warum Punktabzug bei falschen Antworten?

- ▶  $EW = 0$
- ▶ Raten vs. *Bewusstes NICHT-Wissen*

## Aber:

- ▶ EW können wir in Notengebung einrechnen.
- ▶ Bisher bei offenen Aufgaben auch keine Strafpunkte.
- ▶ Erwartung, alle Aufgaben zu bearbeiten / lösen.
- ▶ Antwort durch Risikobereitschaft der Studierenden gesteuert.
- ▶ Erfahrung/Rückmeldungen: Minuspunkte → Stress



## Link zur ETHZ-Seite Prüfungsentwicklung

---

### 2.1.6 Punktvergabe bei Multiple Choice Fragen

Bei Multiple Choice Fragen gibt es zwei geläufige Fragetypen:

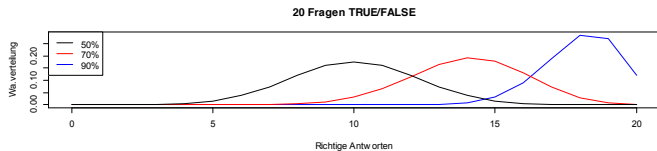
- Bei **One-best-answer** Fragen ist eine von üblicherweise vier oder fünf Wahlantworten eindeutig die richtige oder beste Antwort. Die übrigen sind eindeutig falsch oder schlechter. Es werden nur Punkte für die Wahl der richtigen/besten Antwortalternative vergeben. Es werden keine Teilpunkte für die zweitbeste Antwort und keine Strafpunkte für falsche Antworten vergeben.
- **Wahr / Falsch Fragen** sind als Mehrfachwahlfragen im K-Prim (K') Format am geläufigsten. Dabei müssen vier Wahr/Falsch Fragen beantwortet werden, von welchen eine beliebige Anzahl eindeutig richtig oder falsch sein kann. Für das korrekte Beantworten aller vier Teilfragen wird die volle Punktzahl vergeben, für drei korrekte Teilfragen die halbe Punktzahl, ansonsten null Punkte. Alternativ können bei Wahr/Falsch Fragen auch ein Punkt bei richtigen Antworten und null Punkte bei falschen vergeben werden.

Alle anderen Multiple Choice Formate und Auswertungsschemata werden ausdrücklich nicht empfohlen. Bei der Festlegung des Notenmassstabs werden die durch reines Raten im Mittel erreichbaren Punkte mit berücksichtigt.

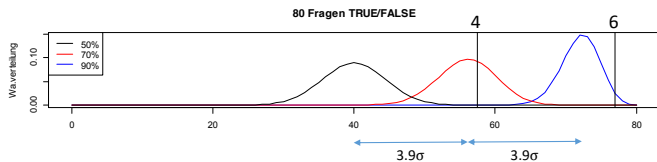
---

Addendum: Auch Streuung bei Notengebung beachten.

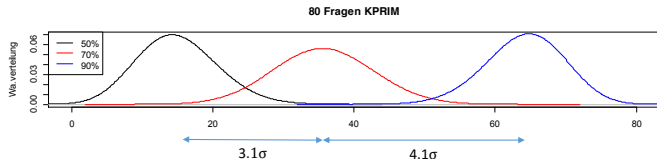
# Beispiel: Auswertung M. Kalisch



Big overlap



Good separation



KPRIM

- Wider range
- Similar separation on continuous scale

# Aufwandsabschätzung (nur Organisation/Service)

Aufwand für Prüfung 2h mit 100 Studierenden

Manuell:  $\frac{1}{4} \times 2 \times 100 = 50h$  (Formel Korrekturausgleich)

Scanner: 2h unabhängig von # Fragen = Länge (Erfahrung)

Vergleich

	Vor-Nachbereitung	Korrektur	
Ohne Scanner	3 - 5h (Skalierung Länge/Zahl)	50h	55h
Nur Scanner	10h (keine Skalierung)	2h	12h

# Zusammenfassung

## Vorteile

- ▶ Zeit sparen bei zuverlässiger und objektiver Korrektur
- ▶ Prüfen von Verständnis und Rechenfertigkeiten
- ▶ Bestehen durch Sammlung von Teilpunkten reduziert

## Nachteile

- ▶ Erstellen von vielen geeigneten Aufgaben (mit guten Distraktoren)
- ▶ Einschränkungen beim Prüfen von weitergehenden mathematischen Fähigkeiten (Beweisen)
- ▶ Antworten werden nicht gefunden, sondern verifiziert
- ▶ Wenig konkrete Erfahrung, z.B. zum Lernverhalten

# Vademecums

## Orientierungshilfen

- ▶ Auf ETHZ-Seite: [Link](#)
  - ▶ Entwicklung, Durchführung, Auswertung MC-Prüfungen
- ▶ Siehe auch TU München:
  - ▶ Empfehlung ([Link](#)) - Kurzfassung ([Link](#)) - FAQ ([Link](#))

## In Praxis: Entwicklung Muster-Beispiel-Aufgaben

- ▶ Zu Standardthemen der Analysis und Lineare Algebra
- ▶ In Abstimmung mit Vorlesung und Übungen
  - ▶ Was sollen die Studierenden am Schluss wissen / können?
  - ▶ Wie kann ich das testen?
  - ▶ Wie bereite ich das in V + U vor?

# EPFL: MC im Service Analysis I/II, LA flächendeckend

## Gestaltung

- ▶ In der Regel festes Format:
  - ▶ 20% offen, ca. 70% (1:4), 10% (binär)
- ▶ Vorlagen für Aufgabenblatt ( $\text{\LaTeX}$ ) - Randomisierung
- ▶  $\text{EW} = 0$

## Korrektur

- ▶ Offene Aufgaben manuell korrigieren
- ▶ Einscannen und maschinell korrigieren / auswerten
  - ▶ Aufwand  $\sim$  Zahl der Studierende: für  $100 < 1\text{h}$

## Erfahrung

- ▶ Gewöhnung an MC: Teil der Übungen, Probeprüfung
- ▶ Prüfungsaufgaben möglichst sparsam recyceln
- ▶ Vollzeitstelle für Support in Session