Physik II für Medis 2022

Übungsgruppe

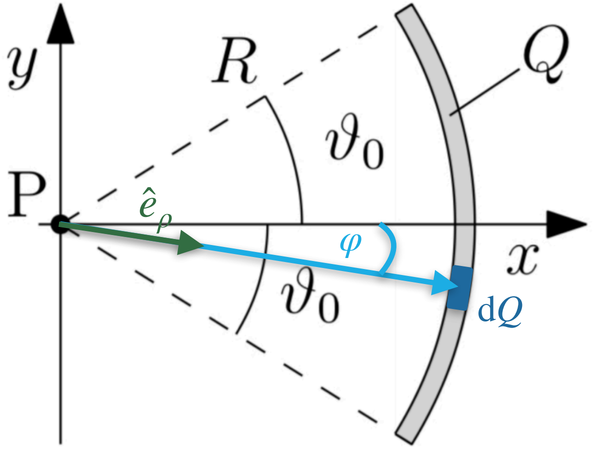
Stunde 9

Ladungsverteilung auf Kreissegment

$$d\vec{E}\left(\vec{r}'\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ\left(\vec{r}'\right)}{r_Q^2}\cdot\hat{r}_Q$$

Ladung pro Fläche: $\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{Q}{2\vartheta_0 R}$

$$dQ = \lambda dl$$
$$= \lambda R d\varphi$$



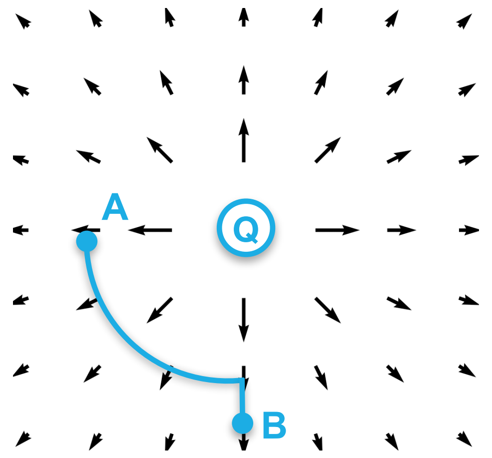
$$\vec{E}_P = \int_{Bogen} d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{Stab}\frac{dQ(\varphi)}{R^2}\cdot\left(-\hat{e}_\rho\right)$$

$$\vec{E}_P = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\vartheta_0}^{+\vartheta_0}\frac{d\varphi}{R}\cdot\begin{pmatrix}-\cos\varphi\\ -sin\varphi\\ 0\end{pmatrix} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cdot\begin{pmatrix}-\sin\varphi\,\Big|_{-\vartheta_0}^{+\vartheta_0}\\ \cos\varphi\,\Big|_{-\vartheta_0}^{+\vartheta_0}\\ 0\end{pmatrix}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cdot\begin{pmatrix}-2\sin\vartheta_0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$$

Intro-Frage:

Auf der rechten Seite ist das elektrische Feld einer Punktladung Q abgebildet. Welche Aussagen sind richtig?



A) Bei Punkt B ist das elektrische Potential φ grösser als bei Punkt A.

B) Die Arbeit, die für den Transport zwischen A und B benötigt wird, hängt davon ab, wie der Weg genau verläuft.

C) Die potentielle Energie eines Elektrons ist grösser bei B als bei A.

D) Um ein Proton auf dem eingezeichneten Weg von Punkt A zu Punkt B zu bringen, muss Arbeit aufgebracht werden.

Elektrostatik

Kraft zwischen Ladungen

Elektrische Ladungen ziehen sich an bzw. stossen sich ab. Kraft zwischen zwei Ladungen:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{el}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2}{\mathbf{r}^2}$$

Elektrisches Feld

Mit welcher Kraft wirkt das Feld auf eine Ladung q?

$$\vec{\mathbf{E}}\left(\vec{\mathbf{r}}\right) = \frac{\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{el}}\left(\vec{\mathbf{r}}\right)}{\mathbf{q}}$$

Feld einer Punktladung

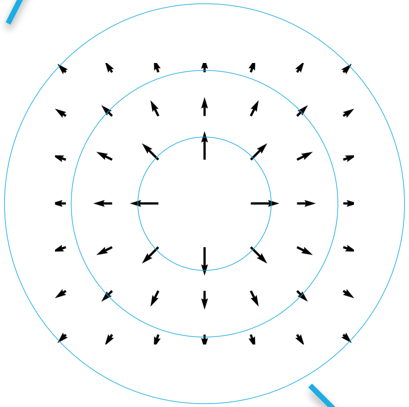
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{e}_r$$

Für mehrere Ladungen:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{Q_i}{r_i^2}\cdot\hat{r}_i$$

Allgemein

$$\vec{E}\left(\vec{r}\right) = \int_V \mathrm{d}\vec{E}\left(\vec{r}'\right)$$



Elektrisches Potential

Welche Arbeit bräuchte man, um eine Ladung q zwischen zwei Punkten zu verschieben?

$$\varphi = -\int \vec{\mathbf{E}}\cdot\mathbf{d}\vec{\mathbf{s}}$$

Punktladung $\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}$

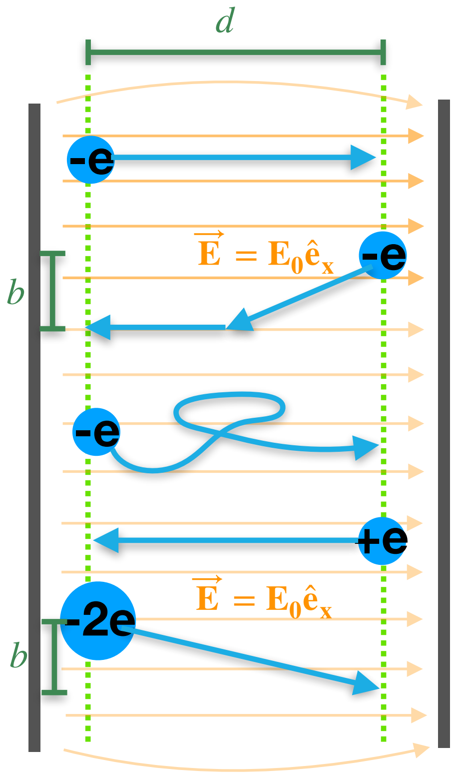
Spannung: $U = \Delta\varphi$

Ladungen zwischen zwei Platten

In der Abbildung rechts werden Ladungen in einem homogenen elektrischen Feld bewegt.

Welche Arbeit muss je in den verschiedenen Situationen verrichtet werden (falls bestimmbar)?

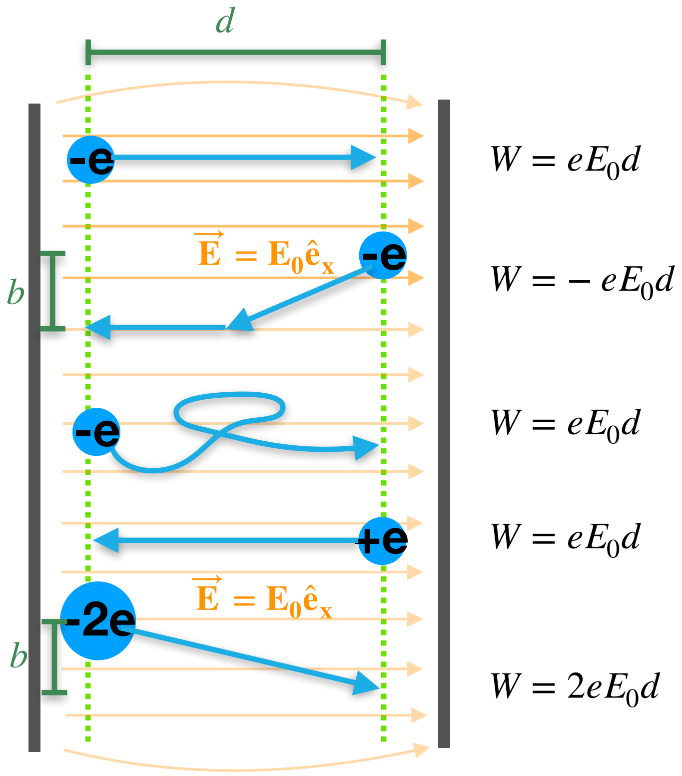
Rechnung: $W = -\int \vec{F}\, \mathrm{d}\vec{r}$



Ladungen zwischen zwei Platten

In der Abbildung rechts werden Ladungen in einem homogenen elektrischen Feld bewegt.

Welche Arbeit muss je in den verschiedenen Situationen verrichtet werden (falls bestimmbar)?



Rechnung:

$$W = -\int \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{el} = QE_0\,\hat{e}_x$$

$$W = -Q\int_0^d E_0\,\hat{e}_x \cdot \hat{e}_x\,\mathrm{d}x = -QE_0d$$

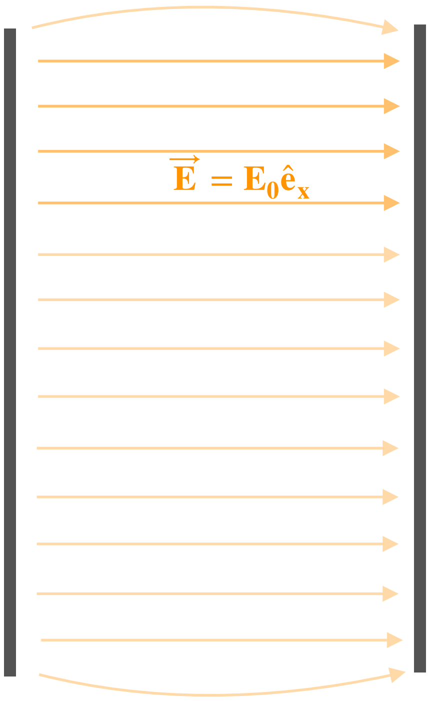
Gleich für alle, weil E-Feld homogen ist.

Achtung mit Vorzeichen für Richtung und Ladung!

Positive Arbeit heisst, dass die Ladung Energie erhält!

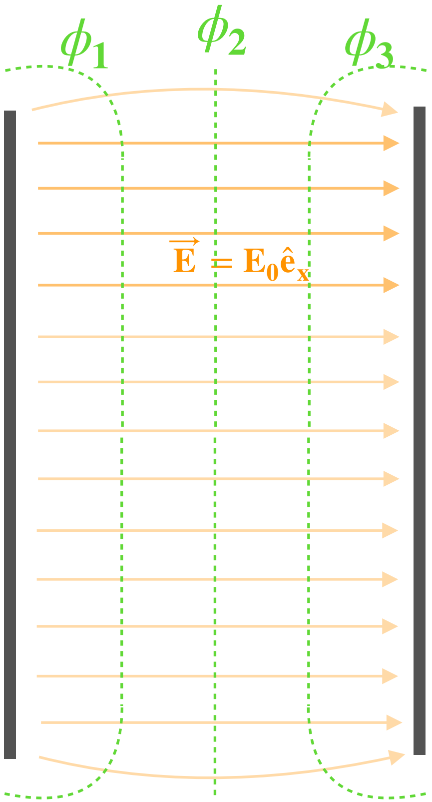
Potential zwischen zwei Platten

Wie sehen die Äquipotentialflächen zwischen den Platten etwa aus?



Potential zwischen zwei Platten

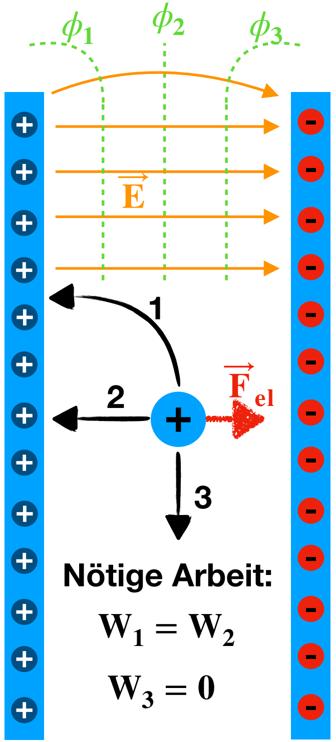
Wie sehen die Äquipotentialflächen zwischen den Platten etwa aus?



Äquipotentialflächen stehen immer senkrecht auf den E-Feldlinien. Sie markieren Orte, von denen aus die Ladungen mit dem gleichen Potential starten.

Das elektrische Potential

Idee: Anstelle von Feldstärke ordne jedem Punkt eine “Höhe” (= Potential) zu!

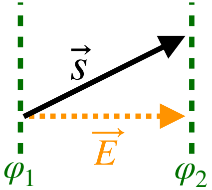


- Arbeit ist “Kraft mal Weg”

$$W = -F_{el}\cdot s = -q\cdot \boxed{E\cdot s} \equiv \Delta\varphi$$

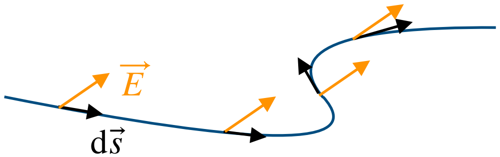
- aber: Nur E-Feld parallel zum Weg interessant

$$\Delta\varphi = -\vec{E}\cdot\vec{s}$$



- Formal: “Wegintegral”

$$\varphi = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s}$$



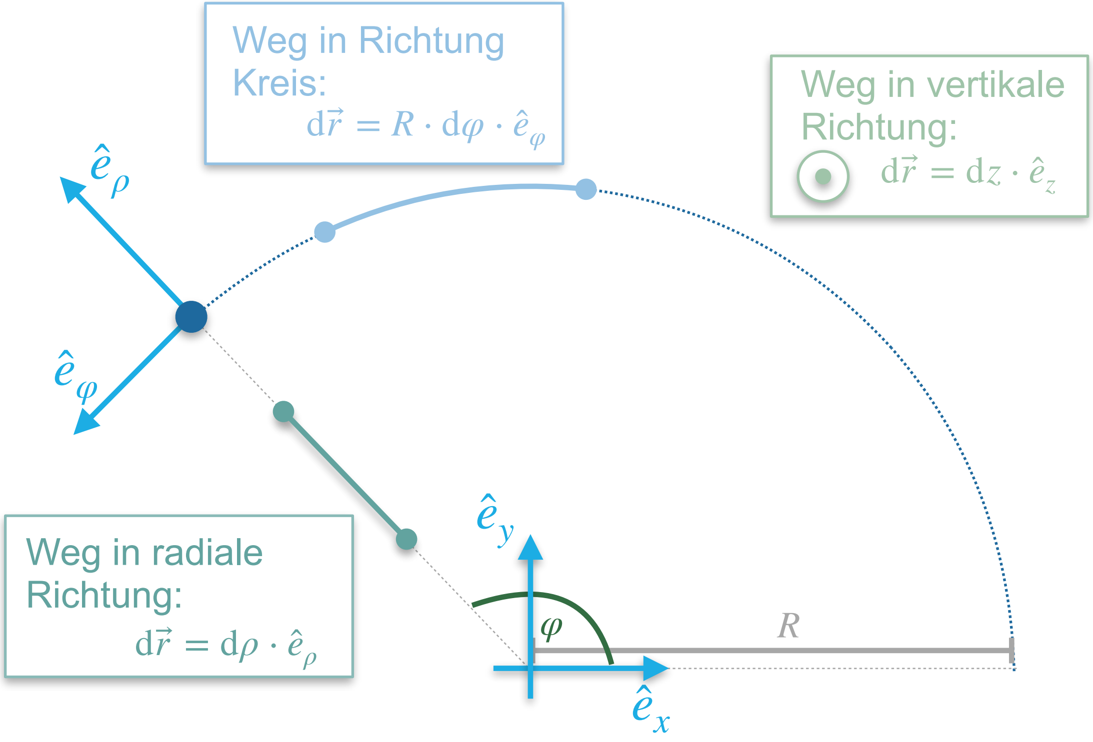
“Spannung”:

$$U_{12} = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$[U] = \mathrm{V} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}$$

- **E-Feldlinien enden bei Ladungen**
- **Potentiallinien umschließen Ladungen**

Wiederholung Zylinderkoordinaten



Einheitsvektoren:

radial $\hat{e}_\rho = \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$ manchmal auch $\hat{e}_r$

tangential $\hat{e}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$

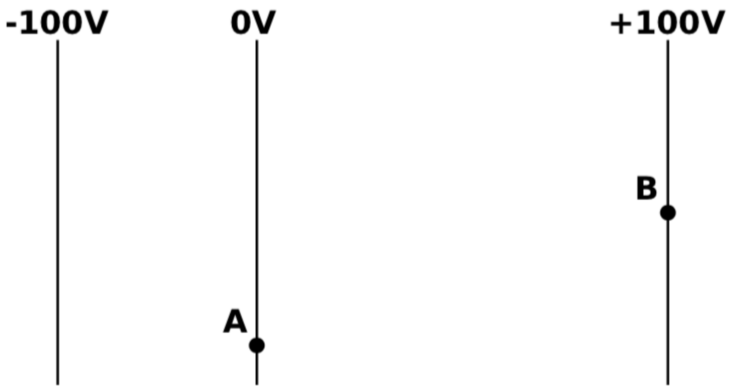
vertikal $\hat{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Orthonormalsystem:

$\hat{e}_\rho \cdot \hat{e}_\rho = 1 \qquad \hat{e}_\rho \cdot \hat{e}_\varphi = 0$

$\hat{e}_\rho \times \hat{e}_\varphi = \hat{e}_z$

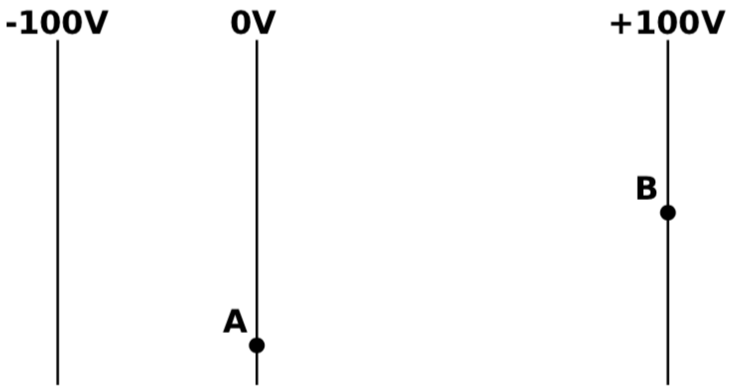
Clicker-Frage 1



Ein Elektron (Ladung $-e$) wird von A nach B gebracht. Wie verändert sich die potentielle Energie des Elektrons?

1. 0 eV
2. 200 eV
3. 100 eV
4. 50 eV
5. -100 eV
6. -200 eV

Clicker-Frage 1

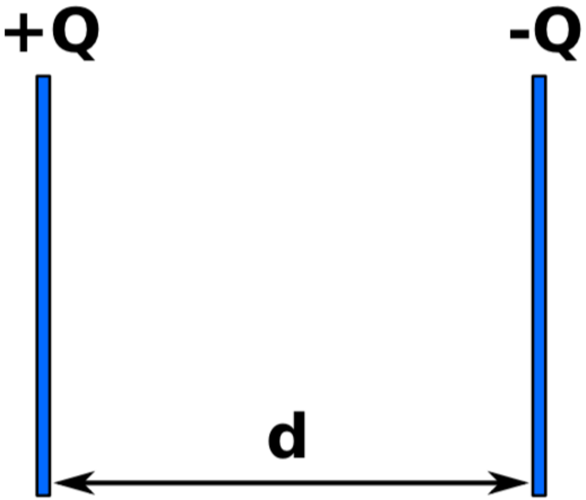


Ein Elektron (Ladung $-e$) wird von A nach B gebracht. Wie verändert sich die potentielle Energie des Elektrons?

1. 0 eV
2. 200 eV
3. 100 eV
4. 50 eV
5. -100 eV
6. -200 eV

Arbeit wird gewonnen, das Elektron geht freiwillig. Also muss sich die potentielle Energie verkleinern.

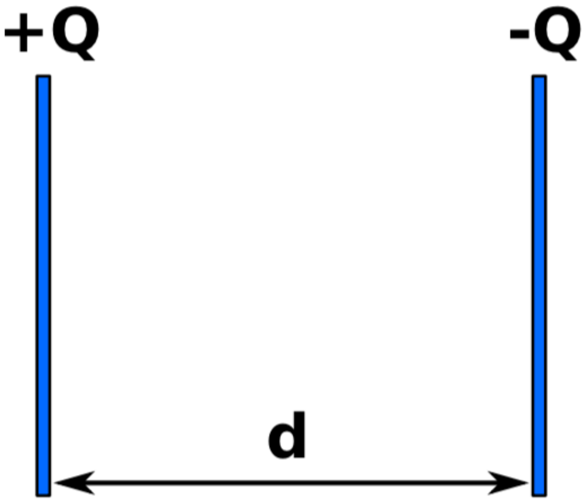
Clicker-Frage 2



Zwei grosse leitende Platten im Abstand d tragen die gleiche Ladung unterschiedlichen Vorzeichens. Wie ändert sich die Potentialdifferenz $\Delta\phi$ zwischen den Platten, wenn der Abstand auf $2d$ erhöht wird?

1. $\Delta\phi$ wird grösser.
2. $\Delta\phi$ bleibt gleich.
3. $\Delta\phi$ wird kleiner.
4. 2. oder 3. : kommt darauf an wie $\Delta\phi$ berechnet wird.

Clicker-Frage 2



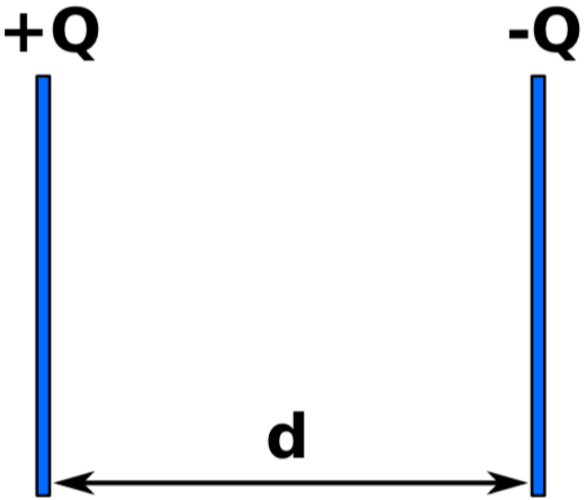
Zwei grosse leitende Platten im Abstand d tragen die gleiche Ladung unterschiedlichen Vorzeichens. Wie ändert sich die Potentialdifferenz $\Delta\phi$ zwischen den Platten, wenn der Abstand auf $2d$ erhöht wird?

$\Delta\phi$ wird grösser.

2. $\Delta\phi$ bleibt gleich.
3. $\Delta\phi$ wird kleiner.
4. 2. oder 3. : kommt darauf an wie $\Delta\phi$ berechnet wird.

$$\boxed{\Delta\phi = E \cdot d}$$

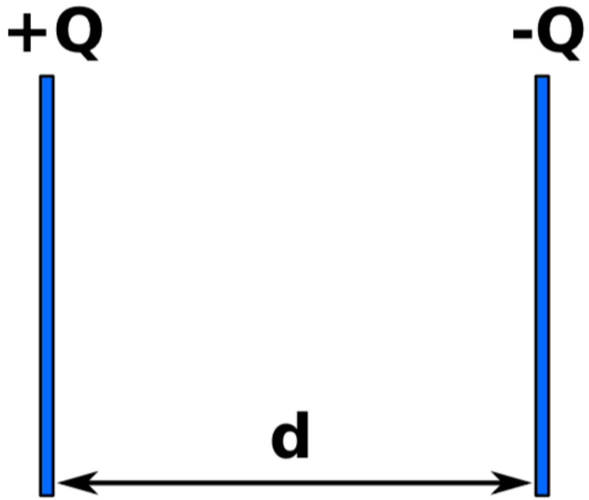
Clicker-Frage 3



Zwei grosse leitende Platten im Abstand d tragen die gleiche Ladung unterschiedlichen Vorzeichens. Wie ändert sich die zwischen den Platten gespeicherte Energie, wenn der Abstand auf $2d$ erhöht wird?

1. Die Energie wächst.
2. Die Energie bleibt gleich.
3. Die Energie sinkt.

Clicker-Frage 3



Zwei grosse leitende Platten im Abstand d tragen die gleiche Ladung unterschiedlichen Vorzeichens. Wie ändert sich die zwischen den Platten gespeicherte Energie, wenn der Abstand auf $2d$ erhöht wird?

1. Die Energie wächst.
2. Die Energie bleibt gleich.
3. Die Energie sinkt.

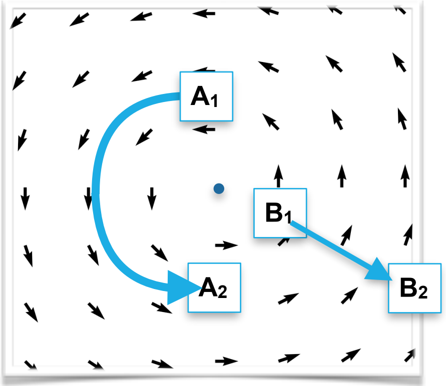
Arbeit muss aufgebracht werden, um die Platten zu trennen. Diese wird als potentielle Energie im Kondensator gespeichert.

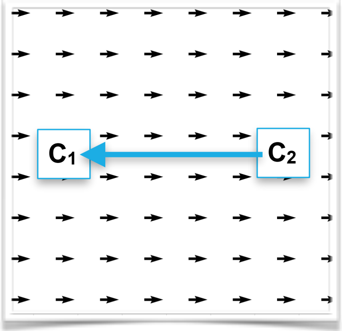
Puzzle zu Wegintegralen

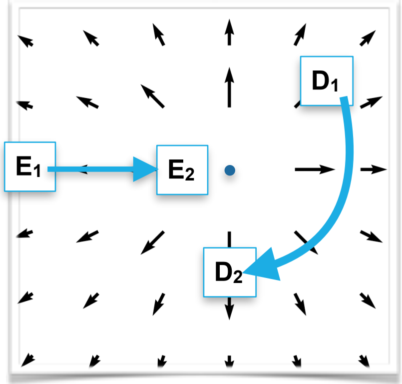
Welches Vektorfeld passt zu welchem Bild?

Welches Integral passt zu welchem Weg?

$$I = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{V} \cdot \, d\vec{r}$$







$$\vec{V}_1 = \frac{\kappa}{r^2}\hat{e}_r$$

$$\vec{V}_2 = \kappa \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{V}_3 = \kappa \cdot \hat{e}_x$$

$$I = -\int_{\phi_1}^{\phi_2} \vec{V} \cdot \hat{e}_\varphi \; r \; d\varphi = -\kappa\pi r$$

$$I = -\int_a^b \vec{V} \cdot \hat{e}_r \; dr = 0$$

$$I = -\int_{\phi_1}^{\phi_2} \vec{V} \cdot \hat{e}_\varphi \; r \; d\varphi = 0$$

$$I = -\int_a^b \vec{V} \cdot \hat{e}_r \; dr = \frac{\kappa}{a} - \frac{\kappa}{b}$$

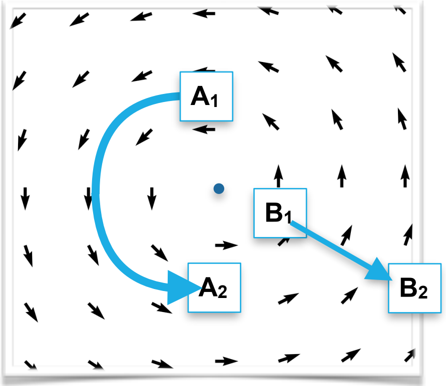
$$I = -\int_b^a \vec{V} \cdot \hat{e}_x \; dx = \kappa b - \kappa a$$

Puzzle zu Wegintegralen

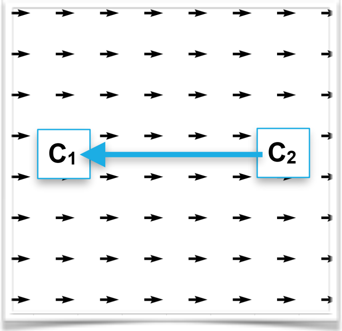
Welches Vektorfeld passt zu welchem Bild?

Welches Integral passt zu welchem Weg?

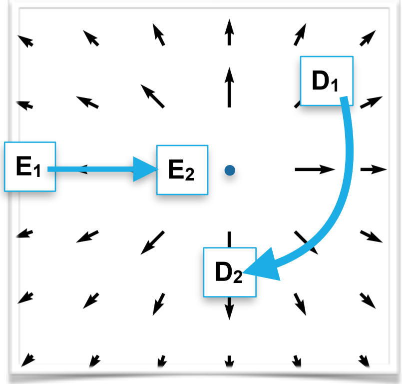
$$I = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{V} \cdot \, \mathrm{d}\vec{r}$$



$$\vec{V}_2 = \kappa \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \kappa \hat{e}_\varphi$$



$$\vec{V}_3 = \kappa \cdot \hat{e}_x$$



$$\vec{V}_1 = \frac{\kappa}{r^2} \hat{e}_r$$

A $$I = -\int_{\phi_1}^{\phi_2} \vec{V} \cdot \hat{e}_\varphi \; r \; \mathrm{d}\varphi = -\kappa \pi r$$

B $$I = -\int_a^b \vec{V} \cdot \hat{e}_r \; \mathrm{d}r = 0$$

C $$I = -\int_b^a \vec{V} \cdot \hat{e}_x \; \mathrm{d}x = \kappa b - \kappa a$$

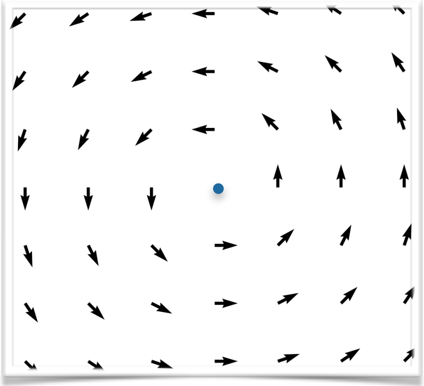
D $$I = -\int_{\phi_1}^{\phi_2} \vec{V} \cdot \hat{e}_\varphi \; r \; \mathrm{d}\varphi = 0$$

E $$I = -\int_a^b \vec{V} \cdot \hat{e}_r \; \mathrm{d}r = \frac{\kappa}{a} - \frac{\kappa}{b}$$

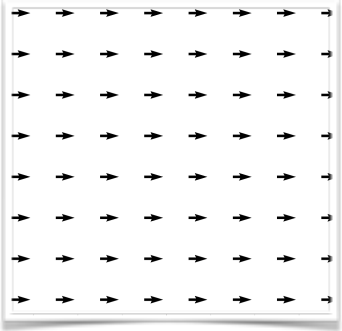
Potentiallinien

Wie sehen die Potentiallinien für die Vektorfelder aus (falls vorhanden)?

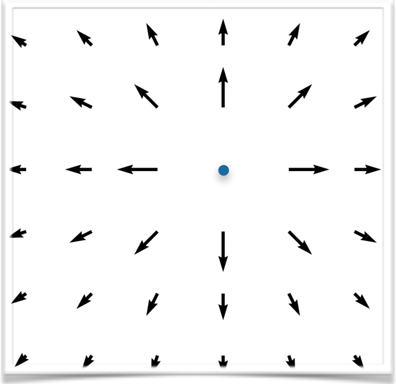
Welche der Felder könnten E-Felder sein?



$$\vec{V}_2 = \kappa \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \kappa \hat{e}_\varphi$$



$$\vec{V}_3 = \kappa \cdot \hat{e}_x$$

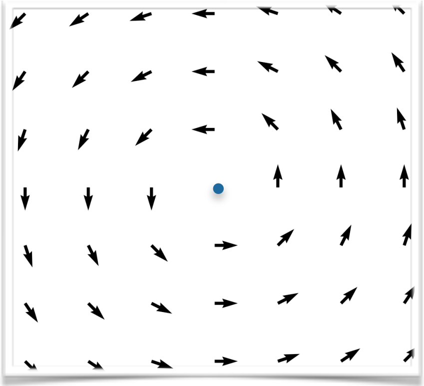


$$\vec{V}_1 = \frac{\kappa}{r^2}\hat{e}_r$$

Potentiallinien

Wie sehen die Potentiallinien für die Vektorfelder aus (falls vorhanden)?

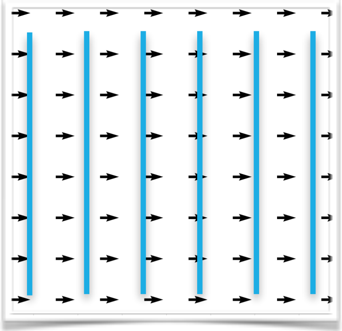
Welche der Felder könnten E-Felder sein?



$$\vec{V}_2 = \kappa \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \kappa \hat{e}_\varphi$$

Es gibt kein Potential:
Es lässt sich durch im Kreis gehen Energie gewinnen.

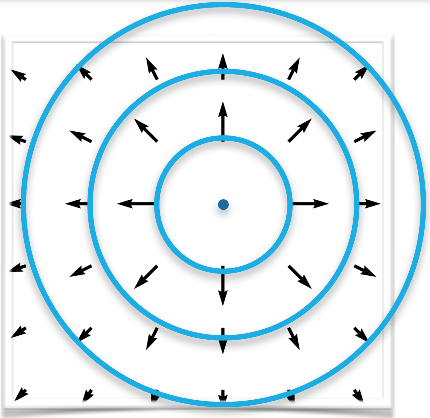
Kann kein E-Feld sein!



$$\vec{V}_3 = \kappa \cdot \hat{e}_x$$

Potentiallinien sind Geraden / Ebenen

Könnte das E-Feld im Zentrum eines Plattenkondensators sein



$$\vec{V}_1 = \frac{\kappa}{r^2} \hat{e}_r$$

Potentiallinien sind Kreise / Kugeloberflächen

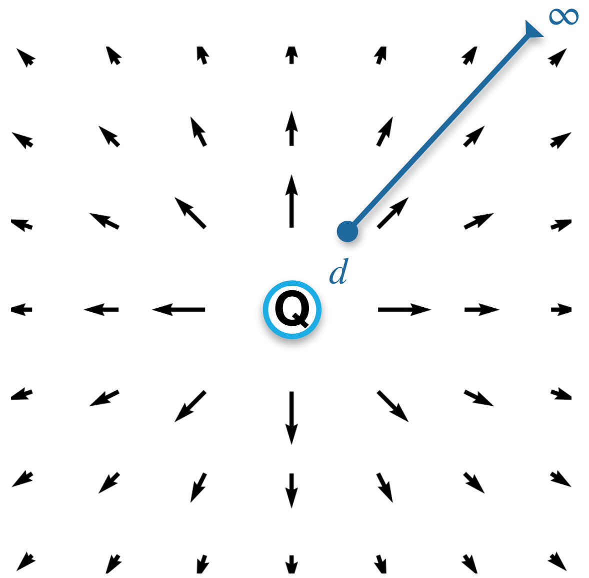
E-Feld einer Punktladung

Integration des Potentials aus dem Unendlichen

Aufgabe:
Potential verschwinde im Unendlichen.
Berechne Potential im Abstand d.

$$E-Feld: \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{e}_r$$

$$\varphi(d) = -\int \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r} =$$



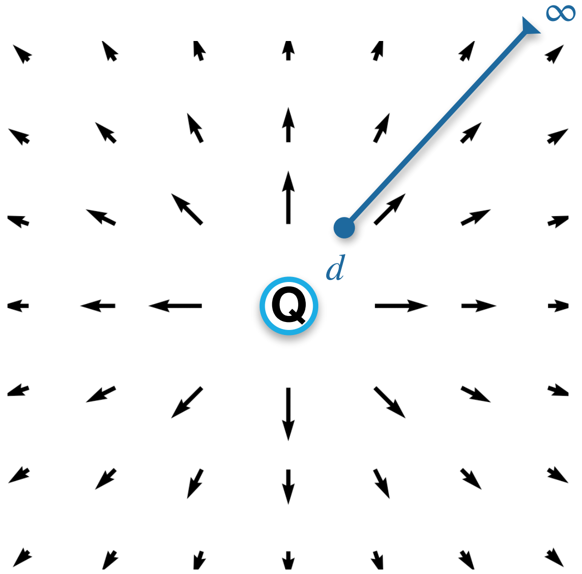
Integration des Potentials aus dem Unendlichen

Aufgabe:
Potential verschwinde im Unendlichen.
Berechne Potential im Abstand d.

$$E - Feld: \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{e}_r$$

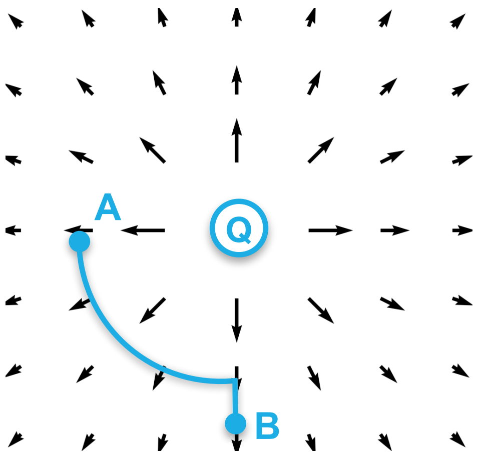
$$\varphi(d) = -\int \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_{\infty}^{d}\frac{1}{r^2}\mathrm{d}r$$

$$\varphi(d) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{d} - 0$$



Intro-Frage:

Auf der rechten Seite ist das elektrische Feld einer Punktladung Q abgebildet. Welche Aussagen sind richtig?



A) Bei Punkt B ist das elektrische Potential φ grösser als bei Punkt A.

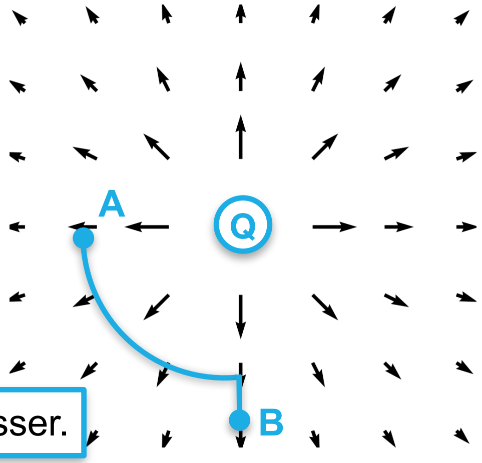
B) Die Arbeit, die für den Transport zwischen A und B benötigt wird, hängt davon ab, wie der Weg genau verläuft.

C) Die potentielle Energie eines Elektrons ist grösser bei B als bei A.

D) Um ein Proton auf dem eingezeichneten Weg von Punkt A zu Punkt B zu bringen, muss Arbeit aufgebracht werden.

Intro-Frage:

Auf der rechten Seite ist das elektrische Feld einer Punktladung Q abgebildet. Welche Aussagen sind richtig?



A) Bei Punkt B ist das elektrische Potential φ grösser als bei Punkt A.

Bei A ist es grösser.

B) Die Arbeit, die für den Transport zwischen A und B benötigt wird, hängt davon ab, wie der Weg genau verläuft.

nein, ist wegunabhängig! Dem E-Feld lässt sic
ein elektrisches Potential zuordnen.

Die potentielle Energie eines Elektrons ist grösser bei B als bei A.

D) Um ein Proton auf dem eingezeichneten Weg von Punkt A zu Punkt B zu bringen, muss Arbeit aufgebracht werden.

nein, es kommt Arbeit raus, weil das Proton potentielle Energie verliert.