Physik I

BIOL/PHARM

Übungsstunde 9

22.11.2021

- Kraft & Energie
- Energieerhaltung

Jesse Zhang, zhangje@ethz.ch

Feedback zur Übungsstunde

https://forms.gle/W8DbmQFo7sFRsQcTA

Nachbesprechung Aufgabe 9.1: Zweiatomiges Molekül

(a) Von welchen der gegebenen Grössen $\vec{R}_0$, $\vec{v}_0$, r_0 und ω hängt der Ort $\vec{R}(t)$ des Molekülschwerpunkts als Funktion der Zeit ab? Geben Sie für $\vec{R}(t)$ mit Hilfe der benötigten Grössen eine Vektorgleichung an.

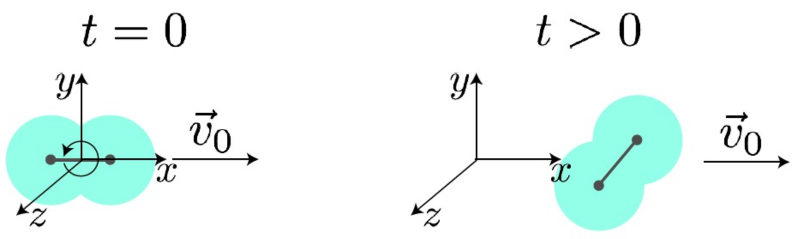
(b) Die Vektoren $\vec{r}_1(t)$ und $\vec{r}_2(t)$ sollen nun die Positionen der beiden Atome des Moleküls relativ zum Schwerpunkt beschreiben. Beschreiben Sie in kurzen Worten, welche Beziehung es zwischen $\vec{r}_1(t)$ und $\vec{r}_2(t)$ aufgrund der Symmetrie des Stickstoffmoleküls gibt. Geben Sie diese Beziehung dann in Vektorschreibweise an.

(c) Geben Sie die Vektoren $\vec{R}(t)$, $\vec{r}_1(t)$ und $\vec{r}_2(t)$ in Komponentenschreibweise an. Benutzen Sie dafür die gegebenen Grössen v_0, r_0 und ω.

(d) Geben Sie die Ortsvektoren $\vec{R}_1(t)$ und $\vec{R}_2(t)$ der beiden Stickstoffatome während der Bewegung des Moleküls in Komponentenschreibweise an. Benutzen Sie dafür wieder die gegebenen Grössen v_0, r_0 und ω.

(e) Berechnen Sie aus den beiden Ortsvektoren $\vec{R}_1(t)$ und $\vec{R}_2(t)$ der vorherigen Teilaufgabe die Geschwindigkeiten $\vec{V}_1(t)$ und $\vec{V}_2(t)$ der beiden Stickstoffatome während der Bewegung des Moleküls. Geben Sie diese Vektoren in Komponentenschreibweise an. Verwenden Sie dabei die Grössen v_0, r_0, ω und t.

(f) Wie gross ist die Gesamtenergie E_{tot} des Stickstoffmoleküls bei dieser Bewegung? Bezeichnen Sie die Masse eines Stickstoffatoms mit m. Vereinfachen Sie ihr Ergebnis soweit möglich.



Nachbesprechung Aufgabe 9.3: Forelle

Wir betrachten eine bei laminarer Strömung schwimmende Forelle mit der Masse $m \simeq 1\,\mathrm{kg}$. Es wirkt eine Reibungskraft

$$\vec{F}_L = -\gamma \vec{v} \tag{1}$$

mit dem Reibungskoeffizient $\gamma = 5 \times 10^{-2}\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$.

Die Teilaufgaben (a) und (b) können unanbhängig voneinander gelöst werden.

(a) Wie viel Arbeit muss die Forelle leisten, um $1\,\mathrm{km}$ weit mit der konstanten Geschwindigkeit $v_0 = 6 \times 10^{-2}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ zu schwimmen? Wie viel Arbeit leistet dabei die Reibungskraft?

(b) Die Forelle schwimmt mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 6 \times 10^{-2}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ und stoppt zur Zeit $t = 0$ die Flossenbewegung. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Geschwindigkeit der Forelle exponentiell abnimmt:

$$v(t) = v_0 e^{-t/\tau} \qquad \text{mit } \tau = \frac{m}{\gamma} \tag{2}$$

Wie viel Arbeit kann die Reibungskraft höchstens leisten?

(i) Geben sie diese maximal geleistete Arbeit $W_{\max}$ ohne Rechnung an. Begründen Sie Ihre Antwort.

(ii) Rechnen Sie die maximal geleistete Arbeit nach, indem sie die infinitesimale Arbeit

$$dW = \vec{F} \circ \vec{v} dt \tag{3}$$

integrieren. Überlegen sie sich zuerst, welche Integrationsgrenzen sie setzen müssen.

Energie-
erhaltung

Lernziele

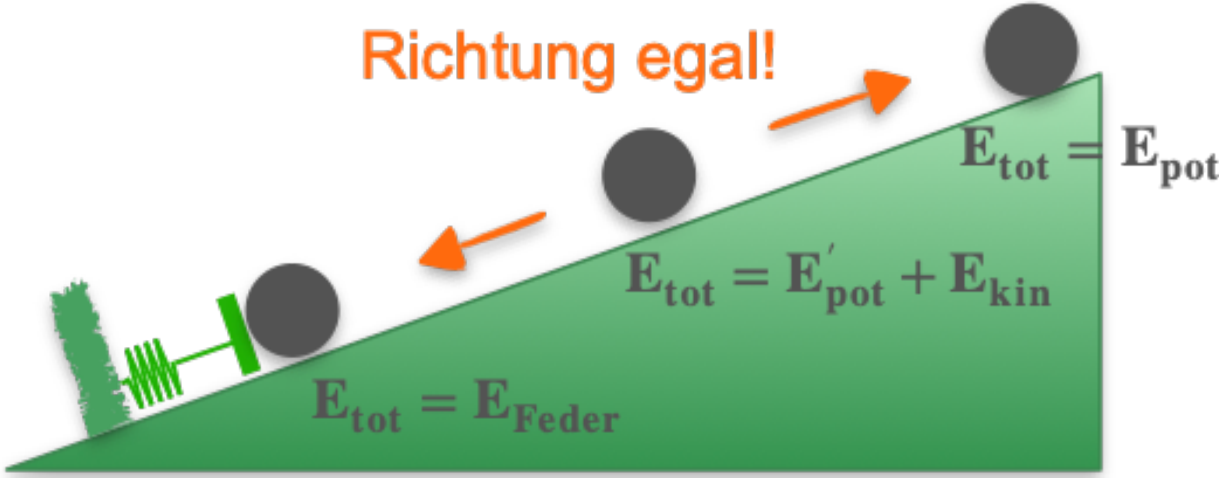
- Erhlatung der Ernergie als fundamentals Gesetz der Physik kennen
- Den Transfer von kinetischer und potentieller Energie in verschiedennen Systemen beschreiben

Energieerhaltung

Die Gesamtenergie im einem abgeschlossenen System bleibt erhalten.

$$\mathbf{E_{tot}} = \mathbf{E_{kin}} + \mathbf{E_{pot}} + \ldots = \text{const}\,.$$

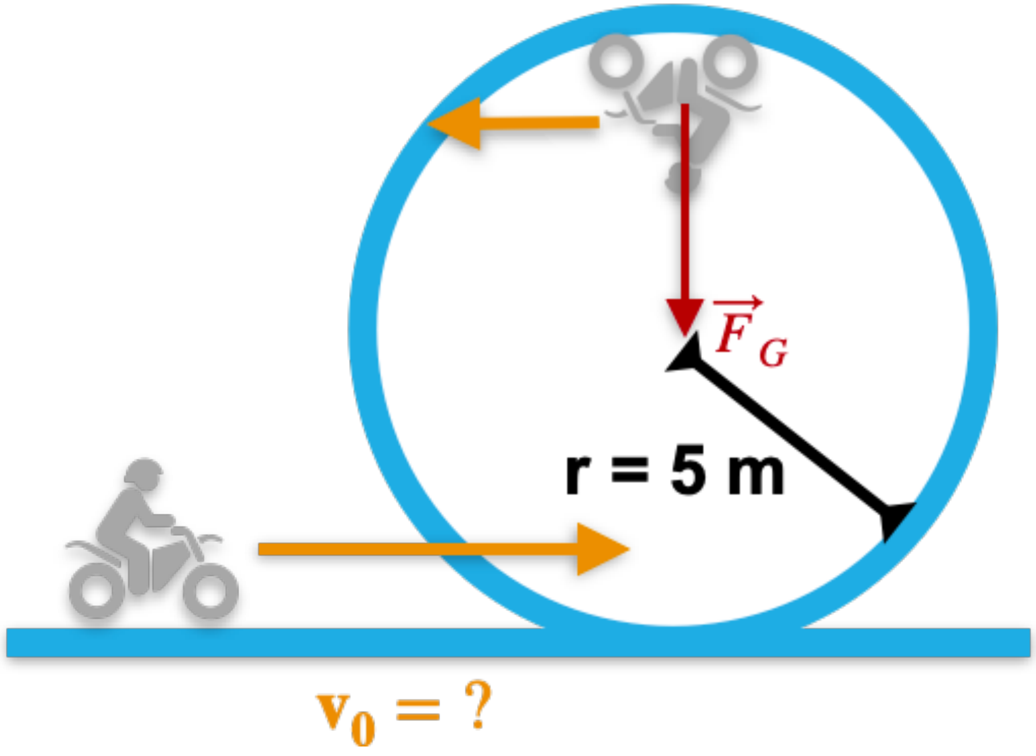
«abgeschlossen»: Kein Energieaustausch von/nach aussen.



Beispielsaufgabe: Motorad im Looping

Ein Motoradfahrer möchte einen Looping durchfahren. Der Radius des Loopings beträgt 5 m . Der Motoradfahrer braucht eine Mindestgeschwindigkeit, damit er nicht herunterfällt.

<u>Frage:</u> **Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit muss das Motorrad in den Looping einfahren?**



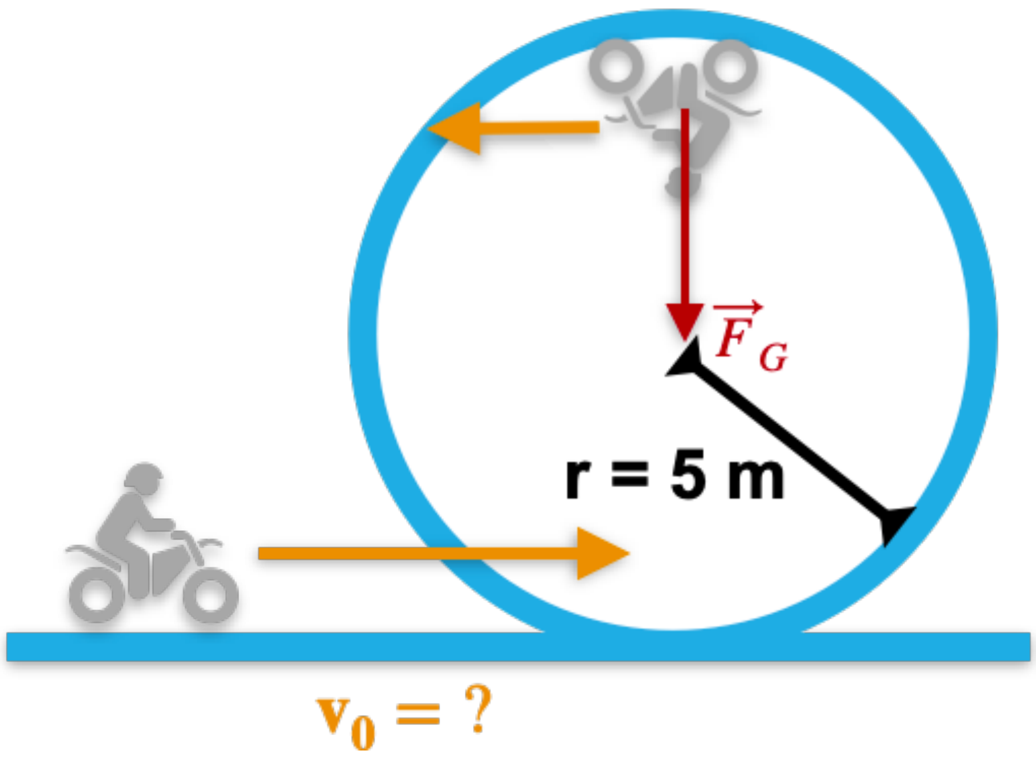
Lösungsansatz: Motorad im Looping

Ein Motoradfahrer möchte einen Looping durchfahren. Der Radius des Loopings beträgt 5 m . Der Motoradfahrer braucht eine Mindestgeschwindigkeit, damit er nicht herunterfällt.

<u>Frage:</u> **Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit muss das Motorrad in den Looping einfahren?**

- Bedingung für Looping:
  - Kreisbewegung
  - Was gilt für die Kräfte am höchsten Punkt des Looping?
  - Welche Geschwindigkeit hat das Motorrad am höchsten Punkt?

- Energieerhaltung:
  - Welche Geschwindigkeit hat das Motorad am Anfang?



Lösung: Motorad im Looping

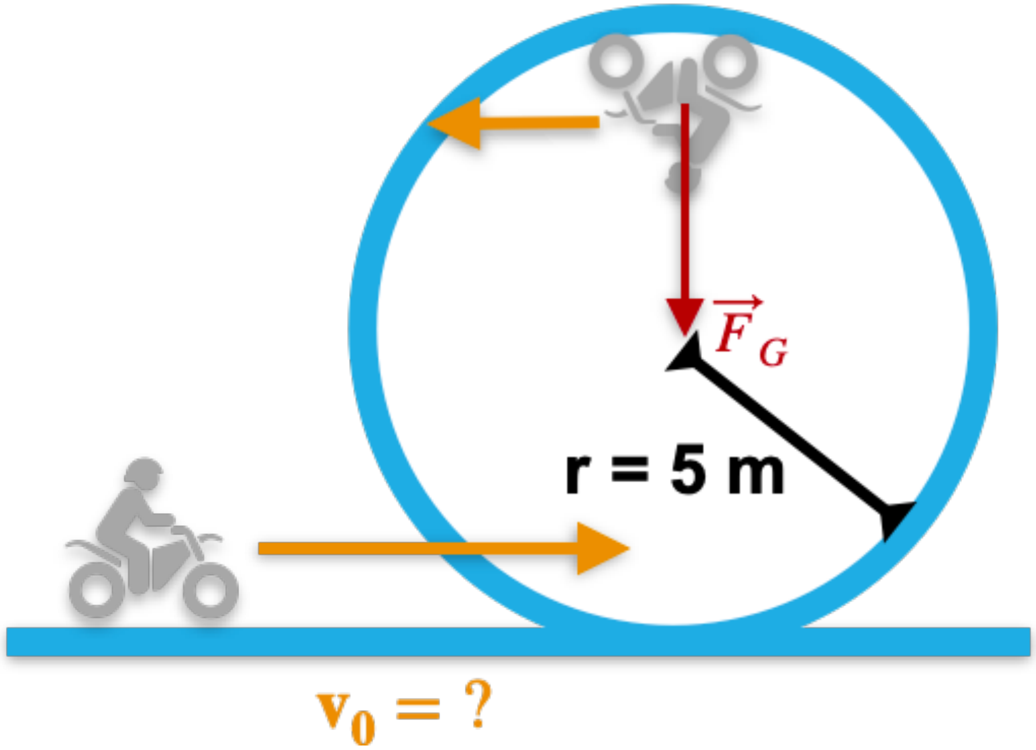
Ein Motoradfahrer möchte einen Looping durchfahren. Der Radius des Loopings beträgt 5 m . Der Motoradfahrer braucht eine Mindestgeschwindigkeit, damit er nicht herunterfällt.

Frage: **Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit muss das Motorrad in den Looping einfahren?**

- Bedingung für Looping:
- Am höchsten Punkt wirkt die **Gewichtskraft als Zentripetalkraft** und hält das Motorad auf der **Kreisbahn**:

$$F_z = m\frac{v_{min}^2}{r} = mg = F_G$$

$$v_{min} = \sqrt{r\,g} = 7.0 \text{ m/s}$$



Lösung: Motorad im Looping

Ein Motoradfahrer möchte einen Looping durchfahren. Der Radius des Loopings beträgt 5 m . Der Motoradfahrer braucht eine Mindestgeschwindigkeit, damit er nicht herunterfällt.

<u>Frage:</u> **Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit muss das Motorrad in den Looping einfahren?**

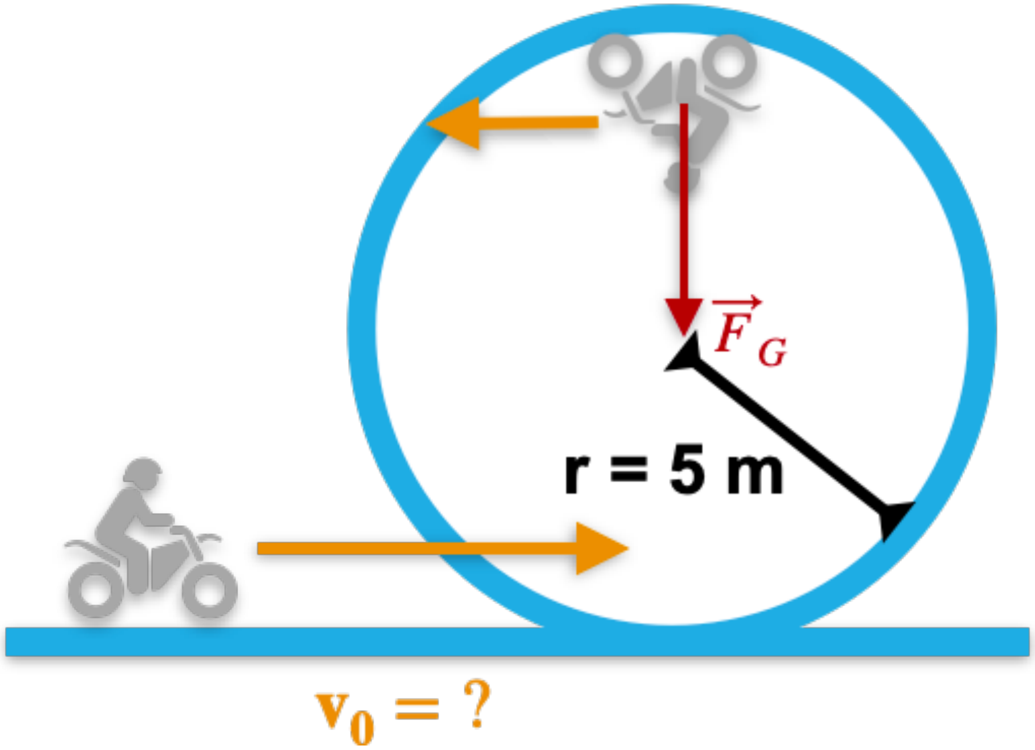
- Energieerhaltung:

$$E_{kin,0} + E_{pot,0} = E_{kin}{}' + E_{pot}{}'$$

$$\frac{1}{2} m\, v_o^2 + 0 = \frac{1}{2} m\, v_{min}^2 + m\, g\, 2r$$

Umformen nach v_0:

$$v_0 = \sqrt{v_{min}^2 + 4\, g\, r} = \sqrt{5gr} = 15.7 \text{ m/s}$$

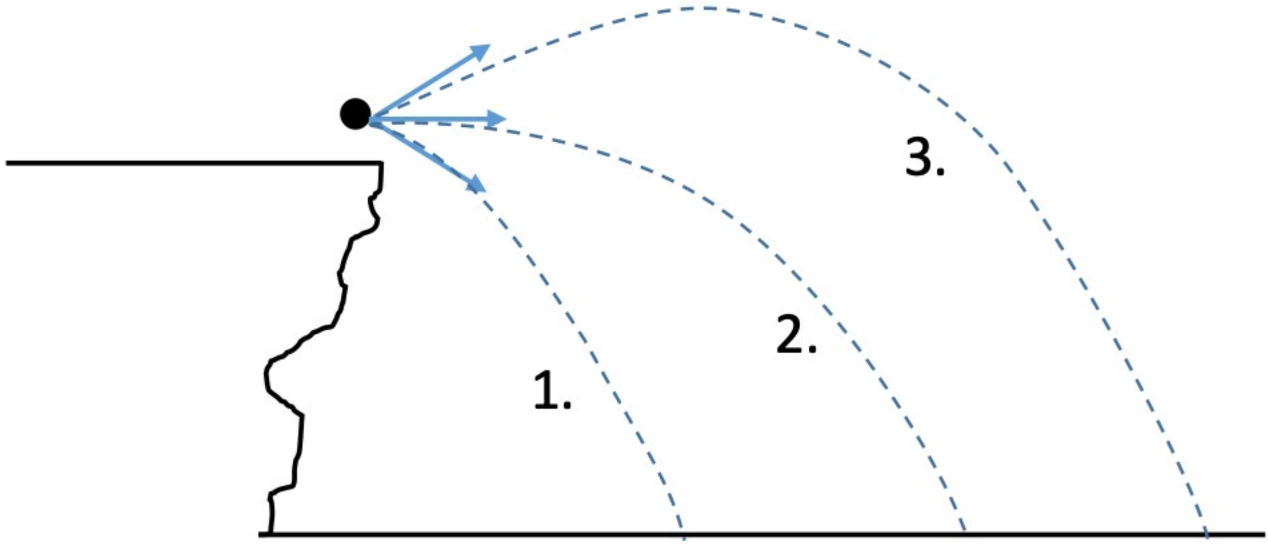


Verständnisfrage: Steine werfen

Drei Bergsteiger stehen an der Klippe und überlegen sich, wie sei einen Stein werfen müssten, damit er die höchste Gesamt-Geschwindigkeit beim Aufprall erreicht. Welche Flugkurve sollte der Stein ungefähr haben? Beim Abwurf hat der Stein immer Geschwindigkeit v_0.

(Hinweis: Steine werfen ist gefährlich, bitte zu Hause nicht nachmachen!)

a) 1
b) 2
c) 3
d) Alle Steine haben dieselbe Geschindigkeit beim Aufprall.



https://pollev.com/jessezhang348

Verständnisfrage: Steine werfen

Drei Bergsteiger stehen an der Klippe und überlegen sich, wie sei einen Stein werfen müssten, damit er die höchste Gesamt-Geschwindigkeit beim Aufprall erreicht. Welche Flugkurve sollte der Stein ungefähr haben? Beim Abwurf hat der Stein immer Geschwindigkeit v_o.

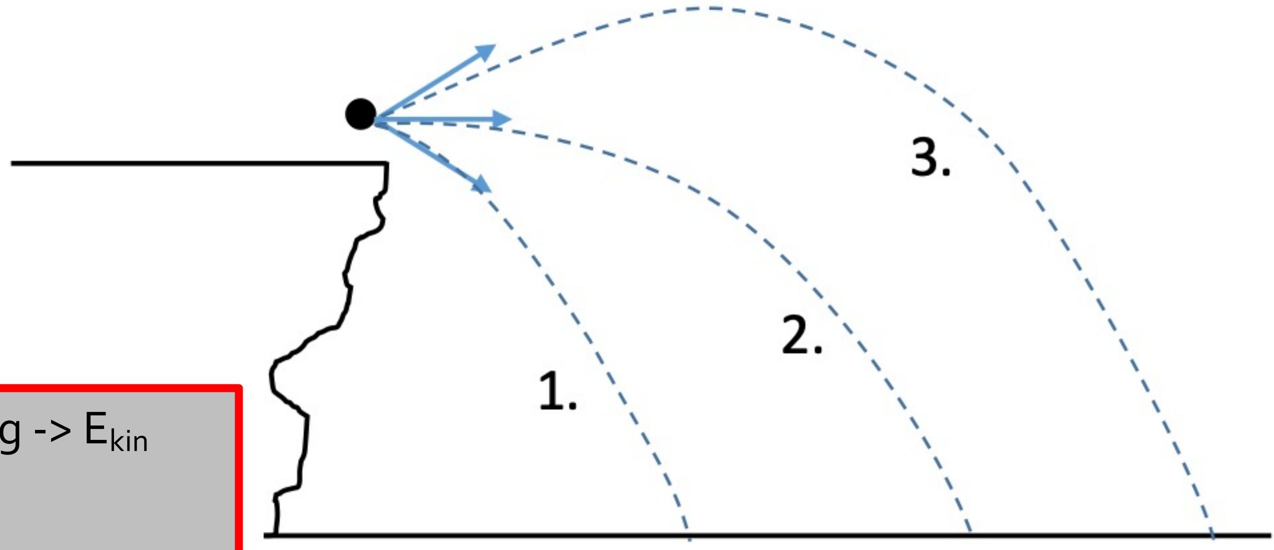
(Hinweis: Steine werfen ist gefährlich, bitte zu Hause nicht nachmachen!)

a) 1

b) 2

c) 3

d) Alle Steine haben dieselbe Geschindigkeit beim Aufprall.



E_{pot} und E_{kin} sind am Anfang immer gleich -> Energieerhaltung -> E_{kin} am Ende wird auch immer gleich sein -> v ist immer gleich

-> d) ist richtig

Verständnisfrage: Hockey-Puck

Ein Hockey-Puck rutscht reibungsfrei auf einer Eisfläche und trifft auf einen Eis-Hügel. Der Puck ist 4 m/s schnell und der Hügel 1 m hoch. Schafft der Puck es auf den Hügel?

a) Ja
b) Nein
c) Kann man nicht sagen ohne die Masse des Pucks zu kennen.
d) Kann man nicht sagen ohne den Winkel des Hügels zu kennen

Verständnisfrage: Hockey-Puck

Ein Hockey-Puck rutscht reibungsfrei auf einer Eisfläche und trifft auf einen Eis-Hügel. Der Puck ist 4 m/s schnell und der Hügel 1 m hoch. Schafft der Puck es auf den Hügel?

a) Ja
b) Nein
c) Kann man nicht sagen ohne die Masse des Pucks zu kennen.
d) Kann man nicht sagen ohne den Winkel des Hügels zu kennen

Die Frage ist ob $E_{kin} \geq E_{pot}$:

$$\frac{mv^2}{2} \geq mgh\,?$$

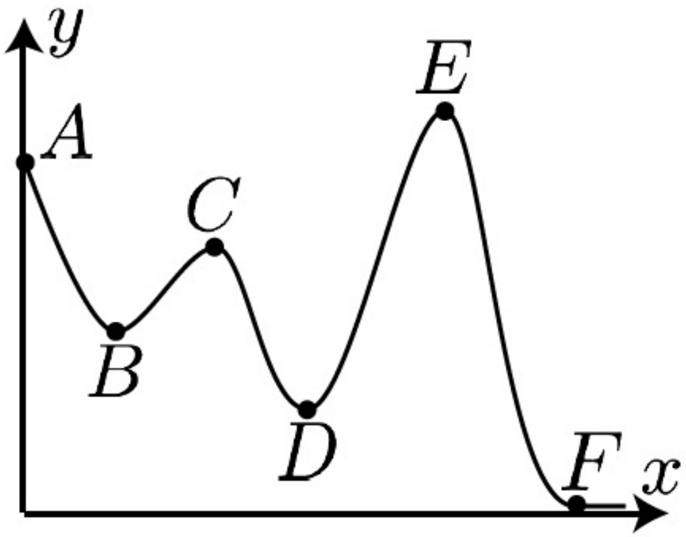
$8\ \mathrm{m^2/s^2} \geq 10\ \mathrm{m^2/s}$ -> Nein!

-> b) ist richtig

Bmgk: Masse und Winkel spielen ohne Reibung keine Rolle.

Verständnisfrage: Magnetschwebebahn

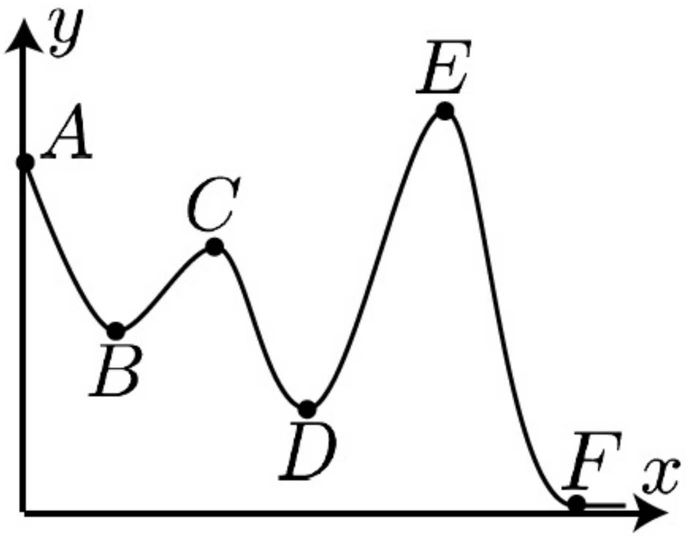
Eine Magnetschwebebahn weist das Höhenprofil rechts auf. In Punkt A wird nun ein Schlitten ohne Anschub losgelassen und gleitet reibungsfrei entlang der Bahn. Die Reibung ist vernachlässigbar, d.h. es wirkt einzig die Schwerkraft (in die negative y-Richtung). In welchem Punkt hat der Schlitten die grösste kinetische Energie?



a) Punkt B
b) Punkt D
c) Punkt F
d) Die Geschwindigkeit ist bei jedem Punkt dieselbe.

Verständnisfrage: Magnetschwebebahn

Eine Magnetschwebebahn weist das Höhenprofil rechts auf. In Punkt A wird nun ein Schlitten ohne Anschub losgelassen und gleitet reibungsfrei entlang der Bahn. Die Reibung ist vernachlässigbar, d.h. es wirkt einzig die Schwerkraft (in die negative y-Richtung). In welchem Punkt hat der Schlitten die grösste kinetische Energie?



a) Punkt B
b) Punkt D
c) Punkt F
d) Die Geschwindigkeit ist bei jedem Punkt dieselbe.

Die Geschwindigkeit ist an dem Punkt am grössten an dem die meiste E_{pot} vom Punkt A in E_{kin} umgesetzt wurde. D.h wo am die höchste Höhendifferenz herscht. Punkt E und F sind jedoch nicht erreichbar, da bei Punkt E der Schlitten eine höhere E_{pot} als am Anfang bei Punkt A hätte.

-> b) ist richtig

Tips Aufgabe 10.1: Energie eines gehenden Menschen

Aufgabe 10.1. ***Energie eines gehenden Menschen***

Die kinetische Energie und die potentielle Energie eines im Schwerefeld der Erde gehenden Menschen der Masse $m = 70\,\mathrm{kg}$ wurde als Funktion der Zeit gemessen. Die Daten sind in Abbildung 10.1 zu sehen. Sie stammen aus dem Artikel *Biomechanics of Walking and Running: Center of Mass Movements to Muscle Action* von C. T. Farley und D. P. Ferris in Exercise and Sport Sciences Reviews **28** 253-286 (1998).

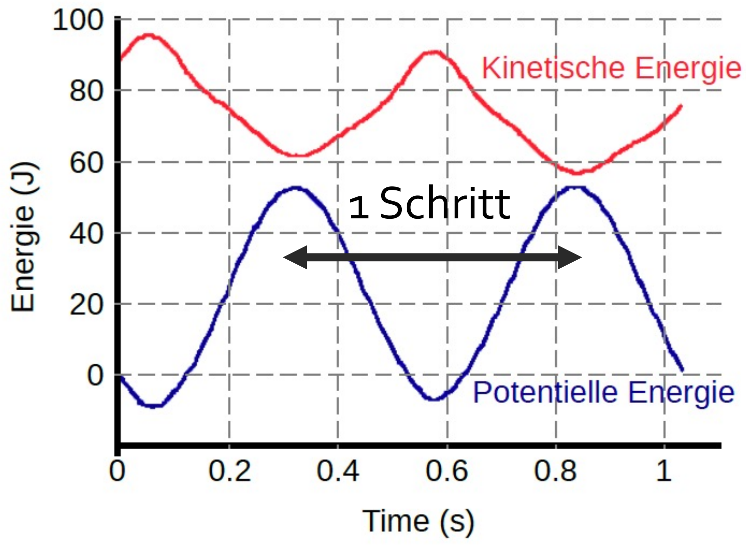


Abbildung 10.1: Kinetische Energie (rot) und potentielle Energie (blau) eines gehenend Menschen.

(a) Schätzen Sie die Geschwindigkeit und die Höhe der vertikale Bewegung des Menschen ab. Sie Dürfen Werte aus dem Graphen sehr grob ablesen, indem Sie auf 10 J runden.

(b) Können Sie dem Graphen entnehmen, wie viel Energie pro schritt verloren geht?

a) Durchschnitts E_{kin} aus Graph ablesen
Max und Min E_{pot} von Graph ablesen

b) Wohin könnte die Energie hingehen?

Tips Aufgabe 10.2: Streifengänse über Himalaya

Gewisse Streifengänse (Masse 2.5 kg) fliegen von ihren Brutorten in der Mongolei zu ihren Überwinterungsgebieten in Indien über den Himalaya. Dabei erreichen sie eine Höhe von 9000 m und legen eine Strecke von 2000 km zurück. In dieser Aufgabe schätzen Sie ab, wie viele Schnecken eine Streifengans fressen muss, um diese Strecke zu bewältigen.
Hinweis: Nehmen Sie in der gesamten Aufgabe an, dass die Erdbeschleunigung g unabhängig von der Höhe ist.

(a) Potentielle Energie

  (i) Wie gross ist die potentielle Energie (in SI-Einheiten), welche die Gans aufbringen muss, um von der Mongolei (1000 m über dem Meer) auf die maximale Flughöhe zu gelangen?

  (ii) Wie verändert sich die potentielle Energie zwischen Brutort (Mongolei) und Überwinterungsgebiet (am indischen Ozean)?

(b) Die Streifengans fliegt nun mit einer konstanten Geschwindigkeit $v = 10\,\mathrm{ms}^{-1}$ auf konstanter Höhe geradeaus.

  (i) Welche Kräfte wirken auf sie?

  (ii) Welche Bedingung erfüllen diese Kräfte?

  (iii) Geben Sie eine Formel für den Vektor der Reibungskraft an (Reibungskoeffizient $\gamma_T = 0.2\,\mathrm{kgs}^{-1}$).

  (iv) Berechnen Sie den Vektor der Antriebskraft $\vec{F}_A$, welchen die Streifengans aufbringen muss.

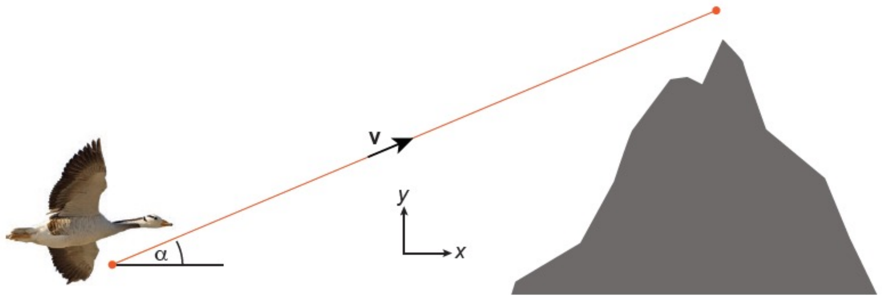
  (v) Ist die Antriebskraft konservativ? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

a) E_{pot} berechnen

b) i-iv) Ähnlich wie Taube aus Aufg 6.3
v) Von was hängt die Antriebskraft ab?

Tips Aufgabe 10.2: Streifengänse über Himalaya

(c) Betrachten Sie nun den Flug vom Brutort zur Spitze des Himalaya bei konstanter Geschwindigkeit $v = 10\,\mathrm{ms}^{-1}$. Die Länge der Flugstrecke $L = 1200\,\mathrm{km}$ ist rot in der Skizze unten eingezeichnet. Die Höhendifferenz beträgt $h = 8\,\mathrm{km}$.



(i) Schreiben Sie die Geschwindigkeit als Vektor $\vec{v} = (v_x, v_y)$ in Abhängigkeit des Steigungswinkels α und des Geschwindigkeitsbetrags v auf.

(ii) Berechnen Sie α aus der Länge L der Flugstrecke und der Höhendifferenz h.

(iii) Schreiben Sie auch die Antriebskraft $\vec{F}_A$ und das Wegelement $d\vec{s}$ als Vektor und berechnen Sie die physikalische Arbeit W, welche die Streifengans während des Steigflugs leistet.

(iv) Geben Sie das vorherige Resultat in Gramm Schnecken an (100 g haben einen Nährwert von 64 kcal). Dabei ist 1 kcal = 4184 J.

c) i) Vektorschreibweise $\vec{v} = \binom{?}{?}$

ii)

iii) $\vec{F}_A = \gamma_T \vec{v} + mg\vec{e}_y$

$d\vec{s} = ds \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$

$W = \int \vec{F}_A \cdot d\vec{s}$ (Skalarprodukt)

Kraft & Energie

Lernziele

- Zwischen konservativen und nicht konservativen Kraft unterscheiden können
- Zusammenhang zwischen Kraft und potentieller Energie kennen

Konservative Kräfte

Konservative Kräfte sind Kräfte, die entlang **eines beliebigen geschlossenen Weges** (Rundweg) **keine Arbeit** verrichten. An Teilstrecken aufgewendete Energie wird an anderen Strecken wieder zurückgewonnen. Das heisst, die kinetische Energie eines Probekörpers bleibt ihm am Ende erhalten.

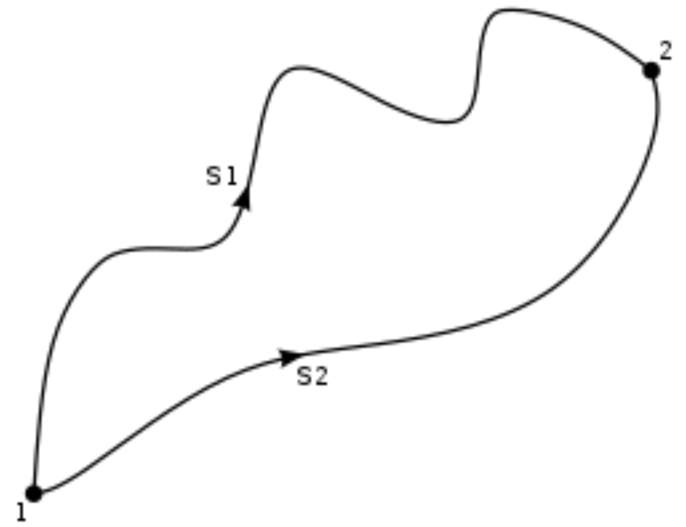
Konservative Kräfte können als Ortsableitung einer potentiellen Energie geschrieben werden:

$$F_k = -\frac{dE_{pot}}{dx} = -\frac{dV(x)}{dx}$$

Beispiel: Feder

Potential: $V_F = \frac{1}{2} k\, x^2$

Kraft: $F_F = -\frac{d\, V_F(x)}{dx} = -\mathrm{kx}$



$$W_1 = \int_{s_1} F_k ds = \int_{s_2} F_k ds = W_2$$

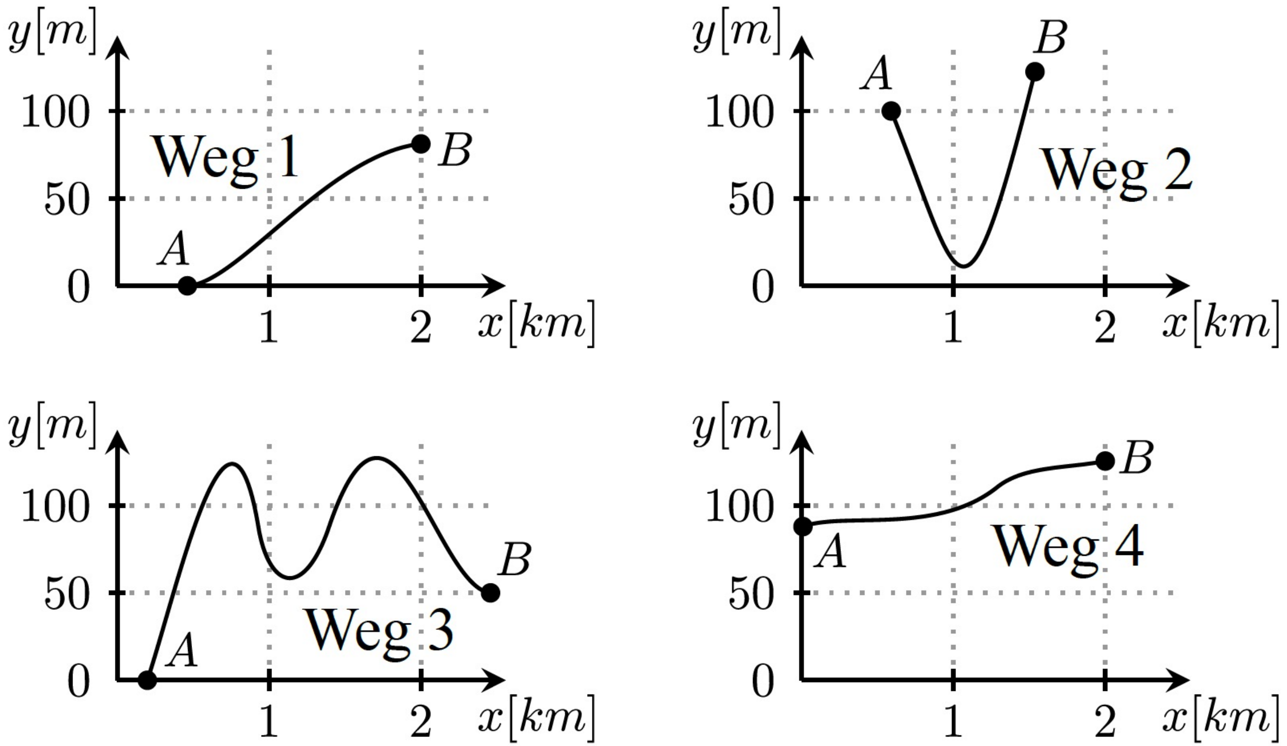
- Konservative Kräfte erkennen:
  - Hängt nur von Ort ab
  - e.g. Gewichtskraft

- Nicht- konservative Kräfte erkennen:
  - hängt auch noch von Zeit oder Geschwindigkeit ab
  - e.g. Reibungskraft

Verständnisfrage: Auto über Hügel

Ein Auto fährt reibungsfrei von A bis B. Auf welchem der unten skizzierten Wege wird die grösste Menge Benzin verbraucht? Die Gravitationskraft zeigt wie üblich entlang der negativen y-Richtung.

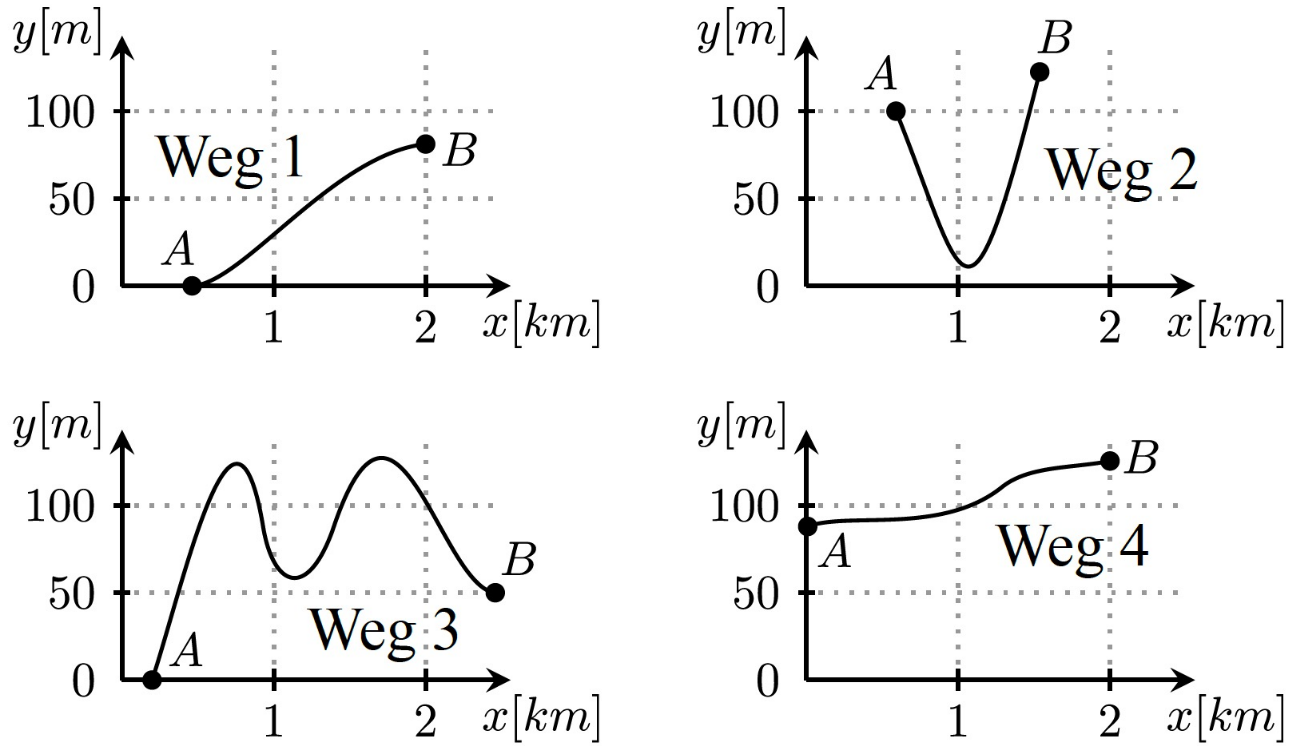
a) Weg 1
b) Weg 2
c) Weg 3
d) Weg 4



Verständnisfrage: Auto über Hügel

Ein Auto fährt reibungsfrei von A bis B. Auf welchem der unten skizzierten Wege wird die grösste Menge Benzin verbraucht? Die Gravitationskraft zeigt wie üblich entlang der negativen y-Richtung.

a) Weg 1
b) Weg 2
c) Weg 3
d) Weg 4



Ohne Reibung müssen wir nur die Änderung von E_{pot} betrachten, da die Gravitaionskraft konservativ ist. D.h. der Weg zwischen A und B spielt keine Rolle. Weg 1 hat den grössten Höhenunterschied.
-> a) ist richtig

Verständnisfrage: Potentiallandschaft

Ein Teilchen bewegt sich entlang der x-Achse in der unten dargestellten Potentiallandschaft U(x). Dabei besitzt es die Gesamtenergie E_{tot}. Welche der folgenden Aussagen ist **nicht** richtig?

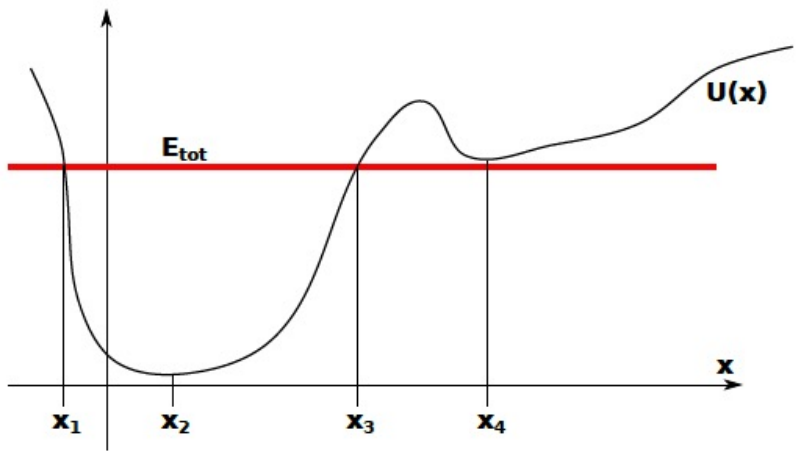
a) Die kinetische Energie im Punkt x_1 ist Null.

b) Die kinetische Energie im Punkt x_2 ist Null.

c) Die kinetische Energie im Punkt x_3 ist Null.

d) Im Punkt x_2 wirkt keine Nettokraft.

e) Das Teilchen erreicht den Punkt x_4 nie.



Verständnisfrage: Potentiallandschaft

Ein Teilchen bewegt sich entlang der x-Achse in der unten dargestellten Potentiallandschaft U(x). Dabei besitzt es die Gesamtenergie E_{tot}. Welche der folgenden Aussagen ist **nicht** richtig?

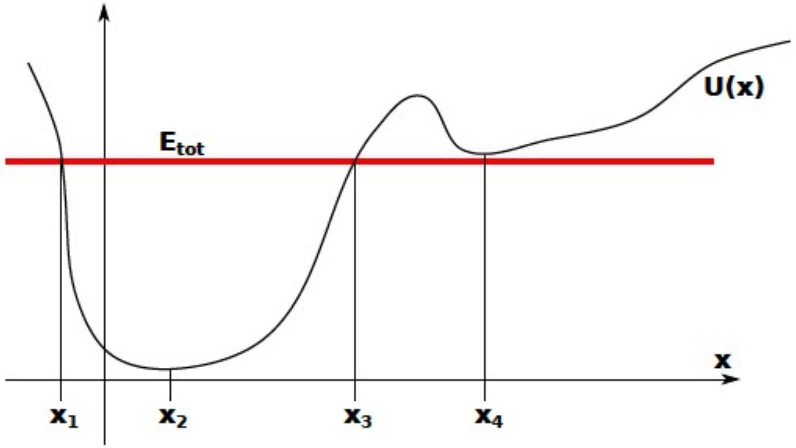
a) Die kinetische Energie im Punkt x_1 ist Null.

b) Die kinetische Energie im Punkt x_2 ist Null.

c) Die kinetische Energie im Punkt x_3 ist Null.

d) Im Punkt x_2 wirkt keine Nettokraft.

e) Das Teilchen erreicht den Punkt x_4 nie.



Im Punkt x_1 und x_3 ist die gesamte Energie als E_{pot} gespeichert. E_{kin} ist null.
Punkt x_4 kann nicht erreicht werden, da eine Potential mit $E_{pot} > E_{tot}$ überwunden werden muss.
Bei Punkt x_2 wirkt keine Kraft, da die Ableitung gleich null ist.

-> b) ist richtig

Tips Aufgabe 9.3: Arbeit und Wegintegral

Eine Kraft $\vec{F}$ wirkt auf einen Körper der Masse m, so dass der Körper sich von A nach B entlang einer Kreisbahn (Radius R) bewegt, wie in der Abbildung gezeigt wird. Die Position des Körpers ist durch den Vektor $\vec{r} = (x, y)$ gegeben, und seine Geschwindigkeit v sei konstant.

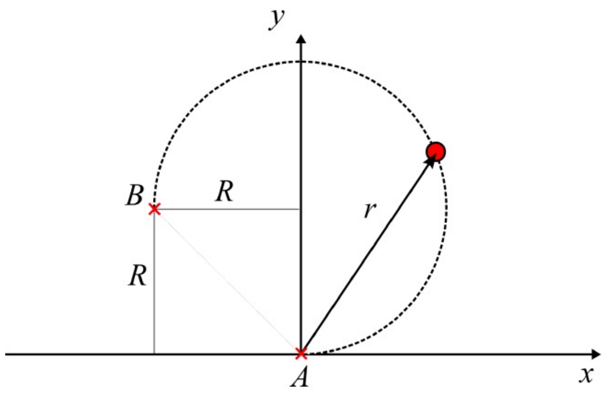


Abbildung 10.2: Masse auf eine Kreisbahn im Gravitationsfeld.

(a) Definieren Sie zuerst die benötigte Kraft $\vec{F}$, um die Masse entlang dieser Bahn zu bewegen, wenn die Masse sich im Gravitationsfeld der Erde befindet. Danach berechnen Sie die von der Kraft $\vec{F}$ verrichtete Arbeit. Ist die Gravitationskraft eine konservative Kraft? Begründen Sie warum.

(b) Nun nehmen Sie an, der Körper erfährt auch die Luftreibung $\vec{F}_R = -\gamma\vec{v}$. Wie gross ist die Arbeit in diesem Fall? Kann man immer noch von konservative Kraft sprechen?

a) $\vec{F} = -\vec{F}_G + \vec{F}_Z$

$W = \int \vec{F} \cdot d\,\vec{s}$ (Skalarprodukt)

d.h. nur parallele Kraftkomponente spielt eine Rolle. In welche Richtung zeigt $\vec{F}_Z$?

$$d\vec{s} = \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix}$$

b) $\vec{F} = -\vec{F}_G + \vec{F}_Z - \vec{F}_R$

Anteil zu W der ersten beiden Komponenten aus a) schon bekannt.

Berechne noch

$$\Delta W = \int \overrightarrow{F_R} \cdot d\,\vec{s}$$

$$d\vec{s} = \vec{v}\,dt$$

Integralgrenzen noch richtig bestimmen.