

# Physik I

BIOL/PHARM

Übungsstunde 8

15.11.2021

- Arbeit
- Energie

# Nachbesprechung Aufgabe 8.3: Zentrifugen

## Aufgabe 8.3. Drehmomente und Trägheitsmomente in Zentrifugen

Wir wollen herausfinden welche Kräfte beim Beschleunigungsvorgang auf die Bauteile einer Ultrazentrifuge wirken.

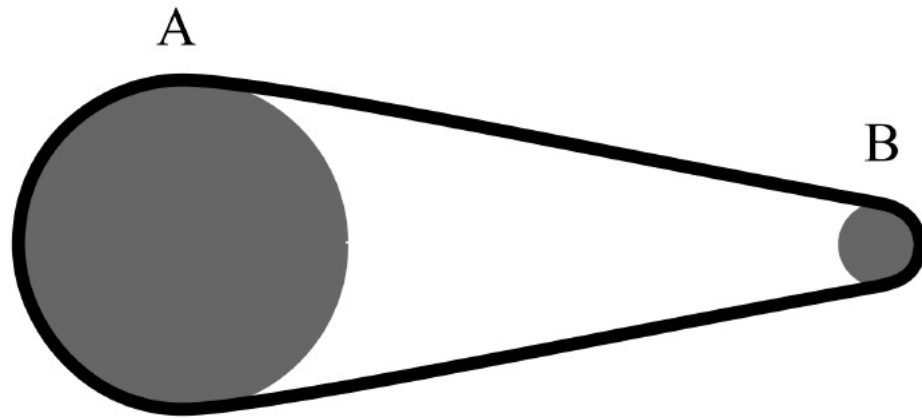
- (a) Wir beladen den Rotor nun mit vier Proben von je  $m = 15.00 \text{ g}$  im Abstand von  $r = 8.000 \text{ cm}$ . Berechnen Sie das gesamte Trägheitsmoment des beladenen Rotors.

*Hinweis.* Zusätzlich zu den Trägheitsmomenten der Massen trägt der Rotor der Zentrifuge einen Trägheitsmoment  $\Theta_{\text{Rotor}} = 2.500 \times 10^{-2} \text{ kg m}^2$  zu dem gesamten Trägheitsmoment bei.

- (b) Berechnen Sie den Drehimpuls der Ultrazentrifuge bei ihrer maximalen Drehzahl von  $f = 100\,000 \text{ rpm}$ .
- (c) Die Zentrifuge benötigt eine Zeit  $t = 5 \text{ min}$ , um auf die maximale Drehzahl zu beschleunigen. Welches Drehmoment  $M$  muss sie dafür durchschnittlich aufbringen? In welche Richtung zeigt der Vektor  $\vec{M}$ ?
- (d) Das Drehmoment wird durch zwei kleine Einkerbungen auf der Unterseite des Rotors übertragen, die sich in einem Abstand von  $r_{\text{Einkerbung}} = 5.000 \text{ cm}$  zur Achse befinden. Welche Kraft wirkt auf jede dieser Einkerbungen während des Beschleunigungsvorgangs?

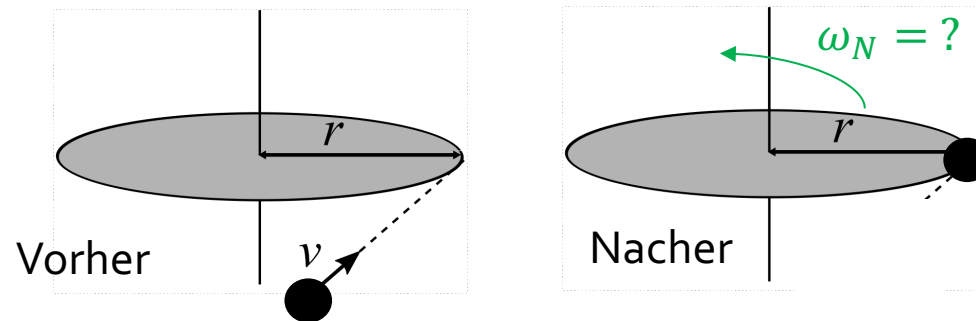
# Nachbesprechung Aufgabe 8.2: Drehbewegung

- (a) Zwei Räder, A und B, sind durch einen Riemen verbunden. Der Radius von Rad A ist 4 Mal grösser als der Radius von Rad B, wie in der Abbildung gezeigt. Wenn die zwei Räder drehen, wie gross ist das Verhältnis der Trägheitsmomente  $\Theta_A/\Theta_B$ , falls sie den gleichen Drehimpuls haben?



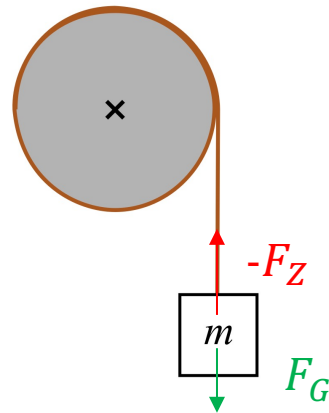
# Nachbesprechung Aufgabe 8.2: Drehbewegung

- (b) Ein Kind (Masse  $m$ ) rennt auf einem Spielplatz mit einer Anfangsgeschwindigkeit von  $v$  tangential auf ein stehendes Karussell zu und springt auf. Das Karussell hat einen Radius  $r$  und ein Trägheitsmoment  $\Theta_K$ . Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit, mit der das System Kind-Karussell sich bewegt. Nehmen Sie das Kind als eine Punktmasse an.



# Nachbesprechung Aufgabe 8.2: Drehbewegung

- (c) Ein Körper der Masse  $m$  ist an einem masselosen Seil befestigt, das um eine Umlenkrolle mit dem Trägheitsmoment  $\Theta$  und Radius  $r$  läuft. Die Umlenkrolle steht am Anfang still. Berechnen Sie die Zugkraft des Seils und die Beschleunigung des Körpers. Vernachlässigen Sie jede Form von Reibung.



# Arbeit & Energie

## Lernziele

- Arbeit als eine Form der Energie kennen
- Die Arbeit, bei einer Positionsänderung entlang einer Kraft, berechnen
- Weitere Energieformen kennen:
  - potentielle Energie:
    - Federenergie
  - Bewegungsenergie:
    - Kinetische Energie
    - Rotationsenergie

# Nachbesprechung Aufgabe 8.3: Zentrifugen

# Von der Arbeit zur Energie

“Energie ist das Vermögen, Arbeit zu verrichten”

⇒ Energie beschreibt den Zustand einer Masse.

verrichtete Arbeit an Masse: Energie ↑



## Energie

$$E_{\text{kin}} =$$

Kraft, um  $m$  zu beschleunigen:

$$\left[ = m \frac{dv}{dt} = m v \frac{dv}{ds} \right]$$

## Energie

A) im Schwerfeld

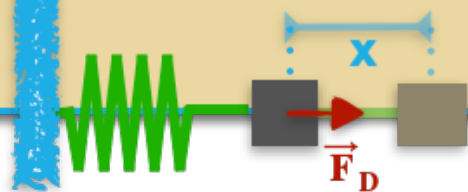
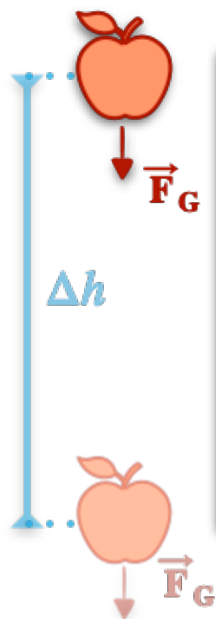
$$E_{\text{pot}} =$$

Gewichtskraft  $|\vec{F}_G| =$

B) gespannte Feder

$$E_{\text{pot}} =$$

Federkraft  $|\vec{F}_D| =$





# Von der Arbeit zur Energie

“Energie ist das Vermögen, Arbeit zu verrichten”

⇒ Energie beschreibt den Zustand einer Masse.

verrichtete Arbeit an Masse: Energie ↑



## Kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

Kraft, um  $m$  zu beschleunigen:

$$|\vec{F}| = m \cdot a \quad \left[ = m \frac{dv}{dt} = mv \frac{dv}{ds} \right]$$

## Potentielle Energie

A) im Schwerfeld

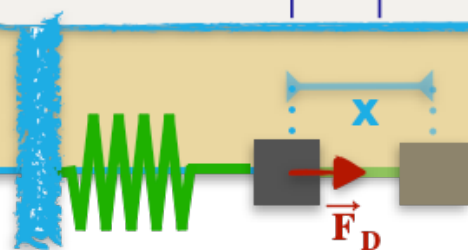
$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

Gewichtskraft  $|\vec{F}_G| = m \cdot g$

B) gespannte Feder

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dx^2$$

Federkraft  $|\vec{F}_D| = D \cdot x$



# Von der Arbeit zur Energie

“Energie ist das Vermögen, Arbeit zu verrichten”

⇒ Energie beschreibt den Zustand einer Masse.

verrichtete Arbeit an Masse: Energie ↑

$$W = \int \vec{F}_s ds$$



## Kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

Kraft, um m zu beschleunigen:

$$|\vec{F}| = m \cdot a \quad \left[ = m \frac{dv}{dt} = mv \frac{dv}{ds} \right]$$

## Potentielle Energie

A) im Schwerfeld

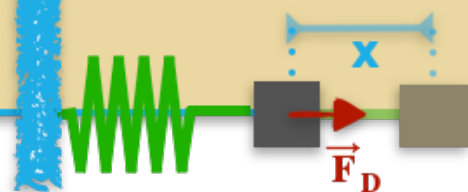
$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

Gewichtskraft  $|\vec{F}_G| = m \cdot g$

B) gespannte Feder

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}Dx^2$$

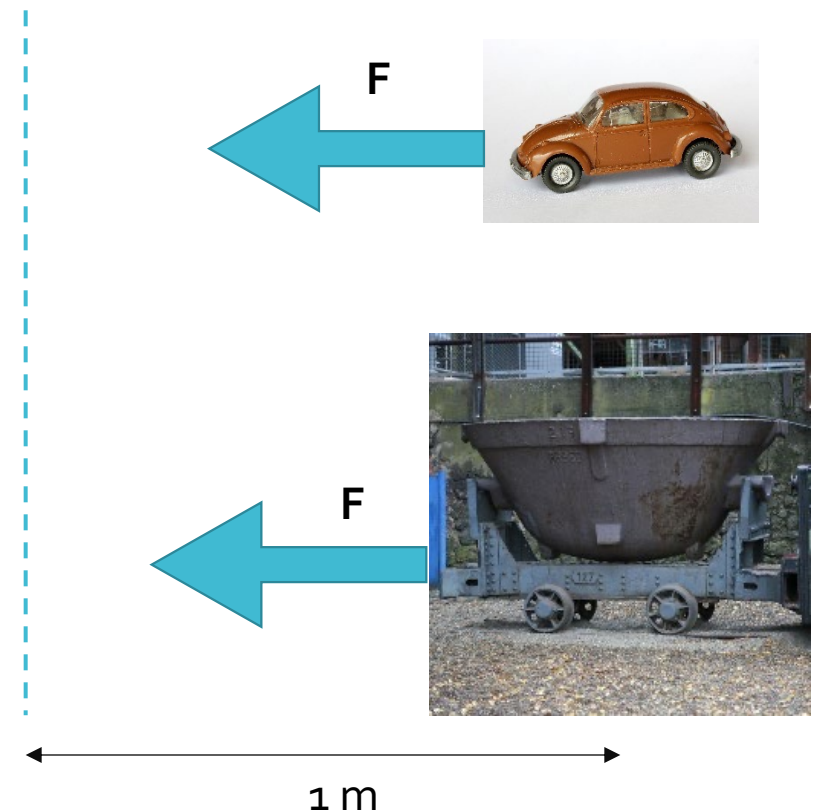
Federkraft  $|\vec{F}_D| = D \cdot x$



# Verständnisfrage: Auto

Ein kleines Plastikauto und ein schwerer Eisenwagen werden beide mit derselben Kraft  $F$  über  $1\text{ m}$  beschleunigt. Nachdem die Kraft aufhört zu wirken, vergleicht man die kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  der beiden Fahrzeuge. Welche Aussage gilt?

- a)  $E_{\text{kin}}$  des Plastikauto ist grösser
- b)  $E_{\text{kin}}$  des Eisenwagen ist grösser
- c)  $E_{\text{kin}}$  der beiden Fahrzeuge ist gleich
- d) Über  $E_{\text{kin}}$  kann man nichts sagen, sie hängt von der Kraft ab.



<https://pollev.com/jessezhang348>

# Verständnisfrage: Auto

Ein kleines Plastikauto und ein schwerer Eisenwagen werden beide mit derselben Kraft  $F$  über  $1\text{ m}$  beschleunigt. Nachdem die Kraft aufhört zu wirken, vergleicht man die kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  der beiden Fahrzeuge. Welche Aussage gilt?

- a)  $E_{\text{kin}}$  des Plastikauto ist grösser
- b)  $E_{\text{kin}}$  des Eisenwagen ist grösser
- c)  $E_{\text{kin}}$  der beiden Fahrzeuge ist gleich
- d) Über  $E_{\text{kin}}$  kann man nichts sagen, sie hängt von der Kraft ab.

Der Zuwachs an Energie ist gegeben durch die Arbeit, welche an den Fahrzeugen geleistet wird:

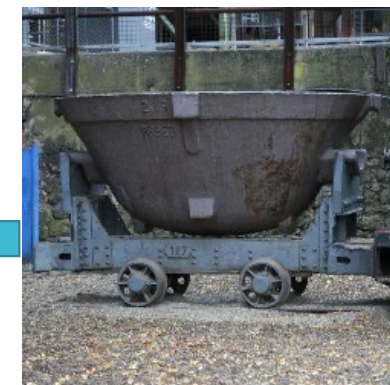
$$E_{\text{kin}} = \Delta W = \int \vec{F} \cdot d\vec{x} = F \Delta x$$

In diesem Fall sind  $F$  und  $\Delta x$  für beide gleich -> gleicher Zuwachs an  $E_{\text{kin}}$

$F$



$F$



$1\text{ m}$

# Verständnisfrage: Jongleur

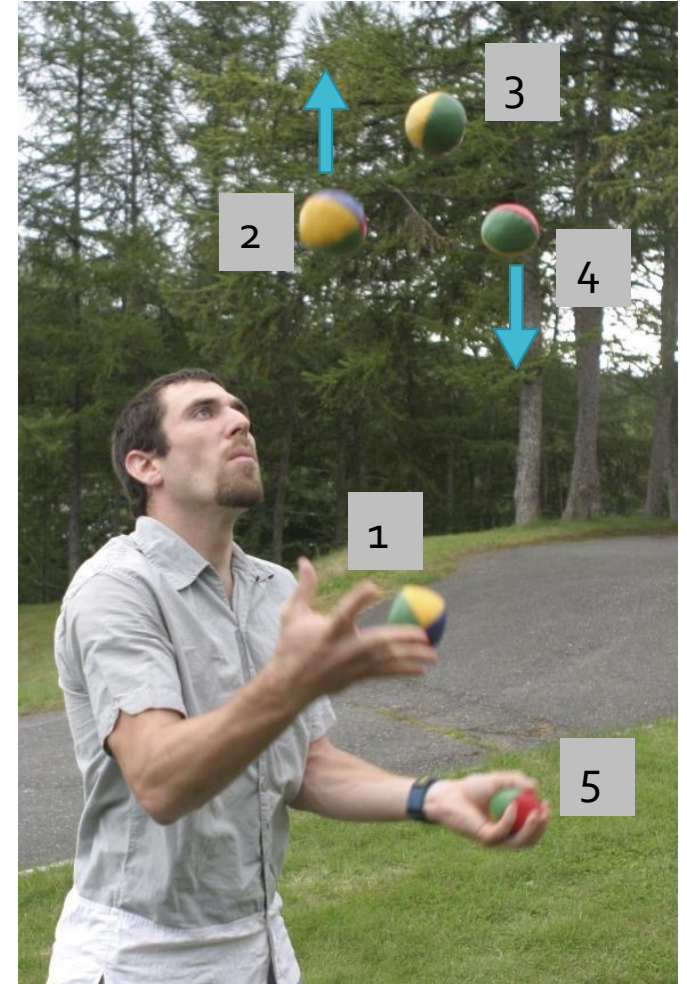
Ein Jongleur jongliert mit 5 Bällen. Wie müssen auf diesem Schnappschuss die Bälle nach potentieller Energie  $E_{\text{pot}}$  sortiert werden?

- a)  $5 > 1 > 2 = 4 > 3$
- b)  $3 > 2 > 4 > 1 > 5$**
- c)  $3 > 2 = 4 > 1 > 5$
- d)  $2 = 4 > 3 = 5 = 1$

Die potentielle Energie ist:

$$E_{\text{pot}} = m g h$$

Der Ball mit dem grössten  $h$  hat somit die höchste  $E_{\text{pot}}$   
-> b) ist richtig



# “Energie gleich Kraft mal Weg”

$$W = \int \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t) dt$$

$$W = \int \vec{F}(s) \cdot d\vec{s}$$

Falls Kraft konstant:

$$W = \int \vec{F}(s) \cdot d\vec{s} = \vec{F} \int d\vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

Falls Kraft und Weg parallel:

$$W = F s$$

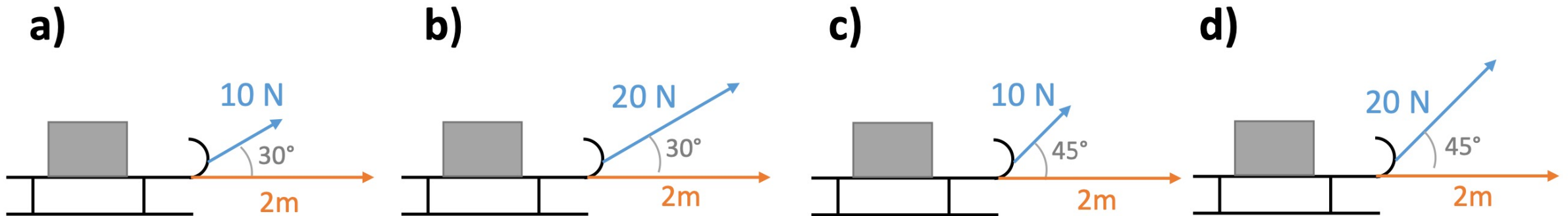
$$\begin{aligned} W &= \int \vec{F}(s) \cdot d\vec{s} \\ &= \int \vec{F}(s) \cdot d\vec{s} \frac{dt}{dt} \\ &= \int \vec{F}(s) \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} dt \\ &= \int \vec{F}(s) \cdot \vec{v} dt \end{aligned}$$

$$W = \int dW$$

- Kraft und Weg sind Vektoren.
- Wir müssen also das Skalarprodukt berücksichtigen!
- Für “Kraft mal Weg”:
  - nur die Kraftkomponente parallel zum Weg berücksichtigen

# Verständnisfrage: Schlitten ziehen

Ein Schlitten wird mit der angezeigten Kraft über 2 m hinweg gezogen (reibungsfrei). In welcher Situation hat er die grösste Endgeschwindigkeit?





# Verständnisfrage: Schlitten ziehen

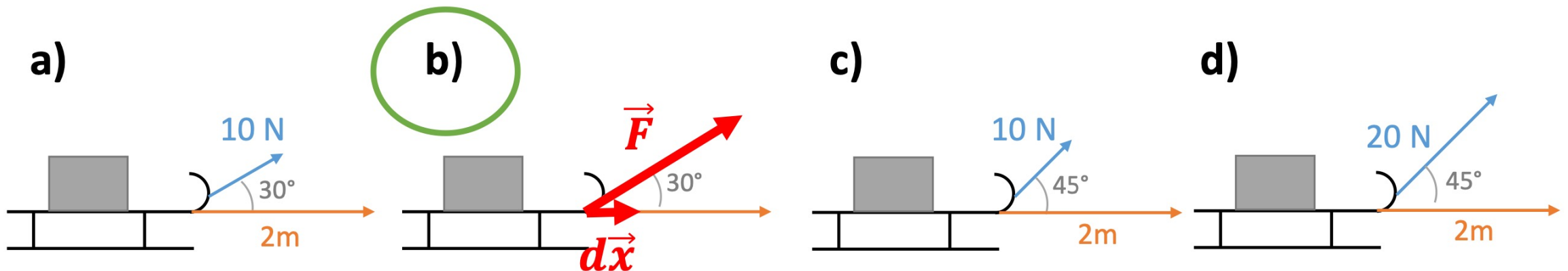
Ein Schlitten wird mit der angezeigten Kraft über 2 m hinweg gezogen (reibungsfrei). In welcher Situation hat er die grösste Endgeschwindigkeit?

Die grösste Endgeschwindigkeit hat der Schlitten mit der höchsten  $E_{\text{kin}}$

$$E_{\text{kin}} = \Delta W = \int_0^{2\text{ m}} \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

a) und b) haben das grösste Skalarprodukt. b) hat die grösser Kraft

-> b) ist richtig



# Beispielsaufgabe: Pannentaugliches Auto

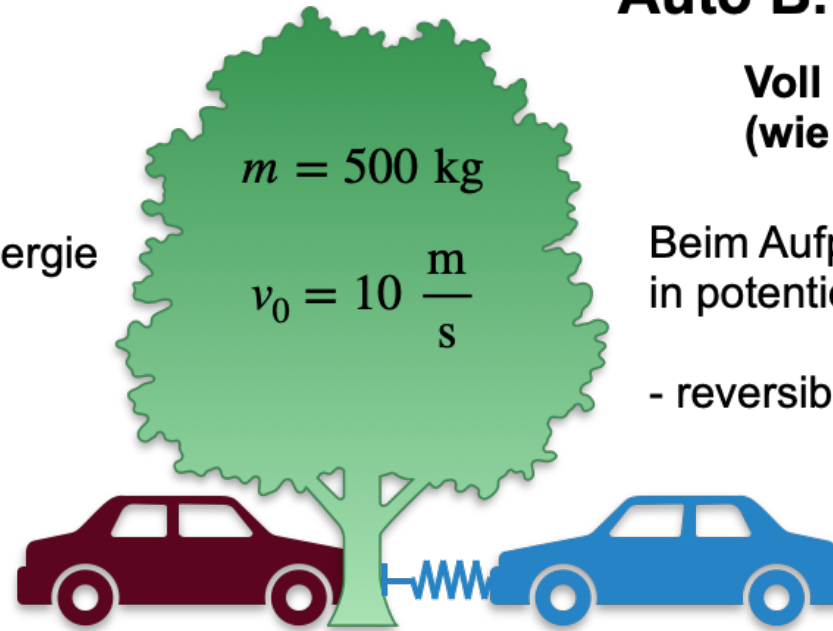
## Auto A:

### Inelastische Karosserie

Beim Aufprall geht kinetische Energie in Deformationsarbeit über

- irreversible Verformung

Annahme:  
Während Kollision wirkt  
konstante Kraft  $F_R = 50 \text{ kN}$



## Auto B:

### Voll elastische Karosserie (wie ungedämpfte Feder)

Beim Aufprall geht kinetische Energie in potentielle Energie der Feder über

- reversible Verformung

Annahme:  
Federkonstante  
 $D = 200 \text{ N/mm}$

## Fragen:

**Welches Auto ist bei einer frontalen Kollision sicherer für die Insassen?**

**Welche Größen sind für die Entscheidung von Interesse?**

# Beispielsaufgabe: Pannentaugliches Auto

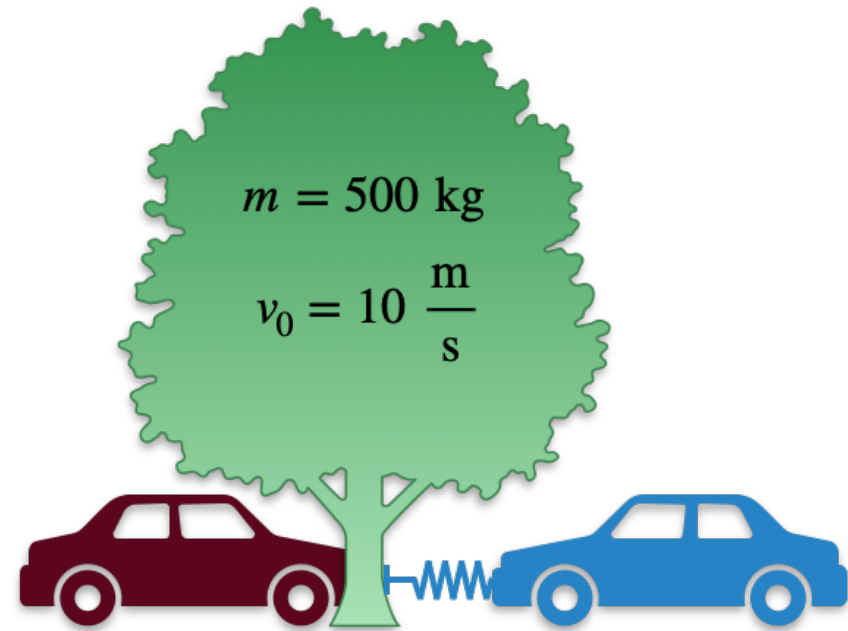
## Welche Größen sind für die Entscheidung von Interesse?

Für Insassen sind beim Aufprall auf den Baum die hohen (abbremsenden) Beschleunigungen gefährlich.

⇒ Berechne maximale (negative) Beschleunigung in beiden Fällen

Zusätzlich kann die Länge des Bremswegs eine Rolle spielen: Je kürzer der Weg, desto grösser die durchschnittliche Beschleunigung

⇒ Berechne Bremswege in beiden Fällen



Verformung verursacht

$$F_R = 50 \text{ kN}$$

Feder mit

$$D = 200 \text{ N/mm}$$

# Beispielsaufgabe: Pannentaugliches Auto

## Rechnung für Auto A

⇒ maximale Beschleunigung:

Beschleunigung ist konstant bei

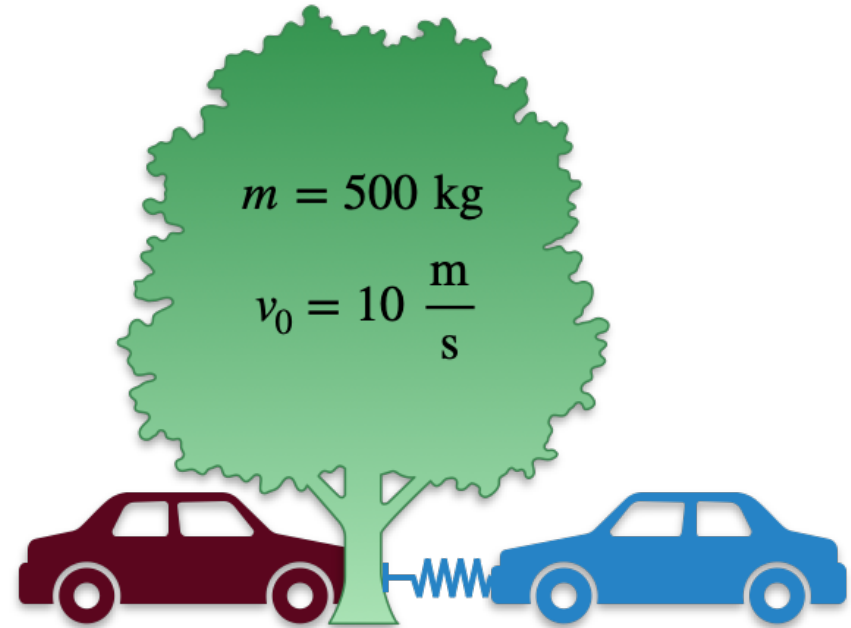
$$a =$$

⇒ Bremsweg

Idee: kinetische Energie geht  
in Verformungsarbeit über

$$E_{kin,0} = W_R$$

... ?



Verformung verursacht  
 $F_R = 50 \text{ kN}$

Feder mit  
 $D = 200 \text{ N/mm}$

# Beispielsaufgabe: Pannentaugliches Auto

## Rechnung für Auto A

⇒ maximale Beschleunigung:

Beschleunigung ist konstant bei

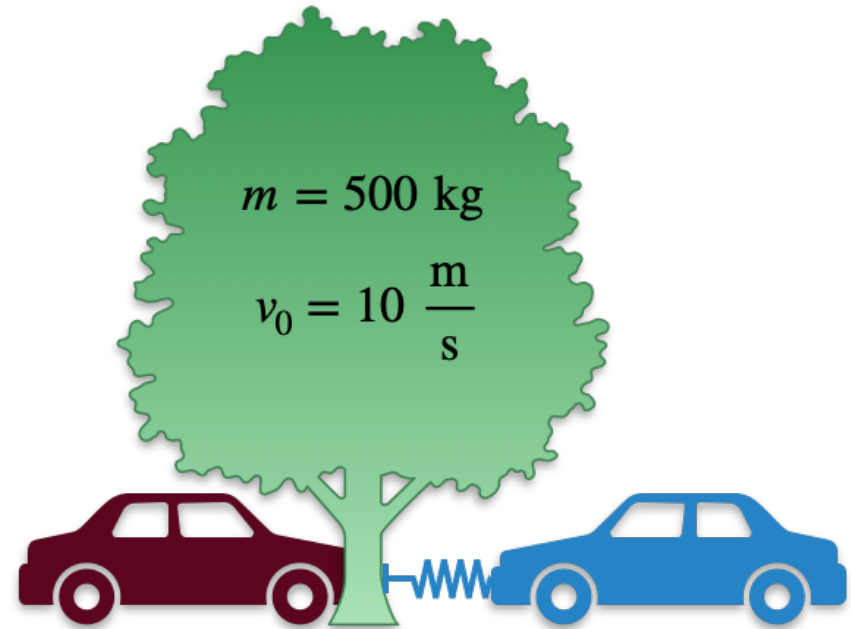
$$a = \frac{F_R}{m} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10 \cdot g$$

⇒ Bremsweg

Idee: kinetische Energie geht in Verformungsarbeit über

$$E_{kin,0} = W_R$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \int_0^{x_{max}} F_R dx \quad \Rightarrow x_{max} = \frac{mv^2}{2 \cdot F_R} = 0.5 \text{ m}$$



Verformung verursacht  
 $F_R = 50 \text{ kN}$

Feder mit  
 $D = 200 \text{ N/mm}$

# Beispielsaufgabe: Pannentaugliches Auto

## Rechnung für Auto B

⇒ Bremsweg    Idee: kinetische Energie geht in Spannung der Feder über

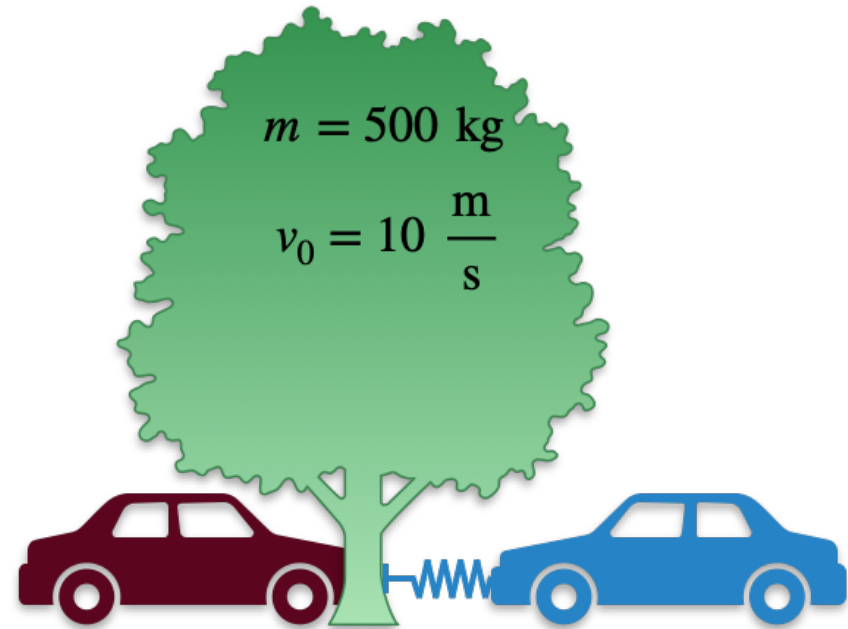
$$E_{kin,0} = E'_{pot}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \int_0^{x_{max}} F_D(x) dx = \int_0^{x_{max}} Dx dx = \frac{D}{2} \cdot x_{max}^2$$

$$\Rightarrow x_{max} = \sqrt{\frac{mv^2}{D}} = 0.5 \text{ m} \quad \text{gleich wie Auto A!}$$

⇒ maximale Beschleunigung:  
bei maximaler Federspannung

$$a_{max} = \frac{D \cdot x_{max}}{m} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 20 \cdot g$$



Verformung verursacht  
 $F_R = 50 \text{ kN}$

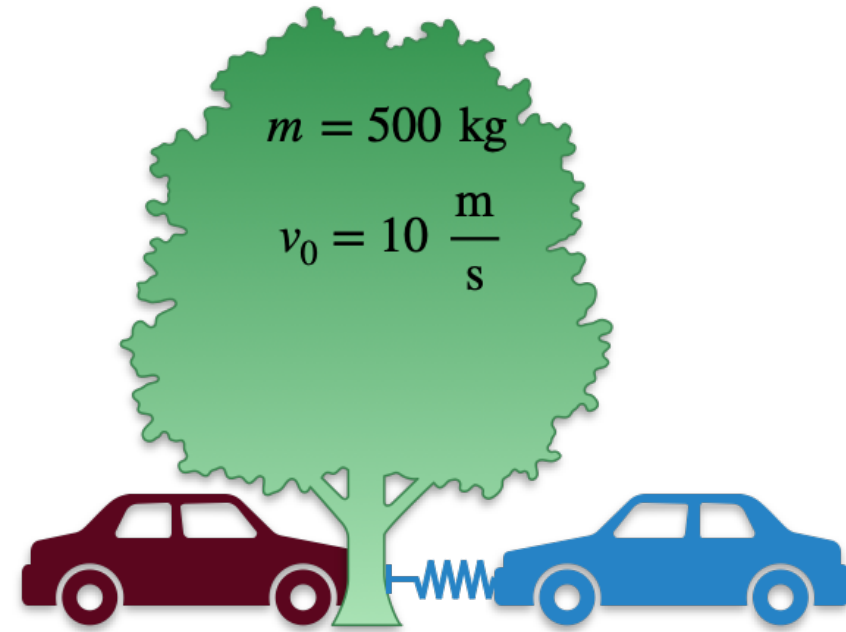
Feder mit  
 $D = 200 \text{ N/mm}$

# Beispielsaufgabe: Pannentaugliches Auto

Welches Auto ist bei einer frontalen Kollision sicherer für die Insassen?

Auto A ist sicherer.

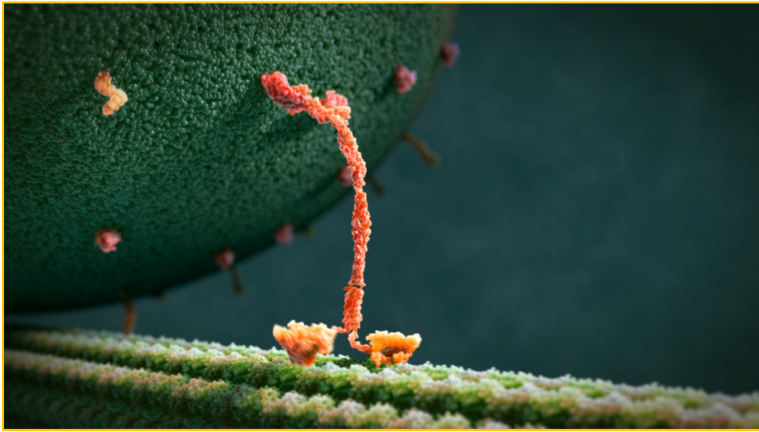
- maximale Beschleunigung kleiner
- A kommt zum Stand. B wird nach dem Crash wieder nach hinten weggeschleudert



Verformung verursacht  
 $F_R = 50 \text{ kN}$

Feder mit  
 $D = 200 \text{ N/mm}$

# Tips Aufgabe 9.2: Arbeit von Kinesinen

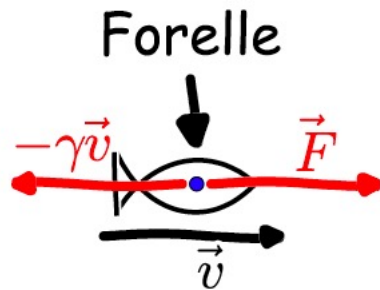


a) Kraft parallel zum Weg

b)  $E_{\text{ATP}} = 8 \cdot 10^{-20} \text{ J}$  (<, >, = ?)  $E_{\text{kin}}$



# Tips Aufgabe 9.3: Arbeit einer Forelle



a) konstante Geschwindigkeit  $\rightarrow$  konstante Kraft

$$W_{\text{forelle}} = ?$$

$$W_{\text{wasser}} = ?$$

Welches Vorzeichen?

b) i) Energieerhaltung

ii) Integral berechnen:

Integrationsgrenzen?

Start:  $t=0$

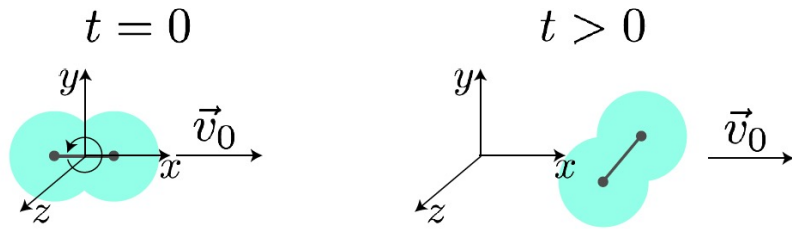
Ende: Bei welchem  $t$  ist  $v(t) = 0$  ?

Mathe Tips:

$$(e^x)^2 = e^{2x}$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$$

# Tips Aufgabe 9.1: Zweiatomiges Molekül



- a) Schwerpunkt bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit
- b) Wenn Schwerpunkt von Molekül bei  $(0,0,0)$  ist, was gilt für die Ortsvektoren  $\vec{r}_1$  und  $\vec{r}_2$ ?
- c)  $\vec{r}_1$  und  $\vec{r}_2$  machen Kreisbewegung
- d)  $\vec{R}_i = \vec{R}_0 + \vec{r}_i$
- e)  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$
- f)  $E_{\text{tot}} = E_{\text{kin},1} + E_{\text{kin},2}$

