Physik I

BIOL/PHARM

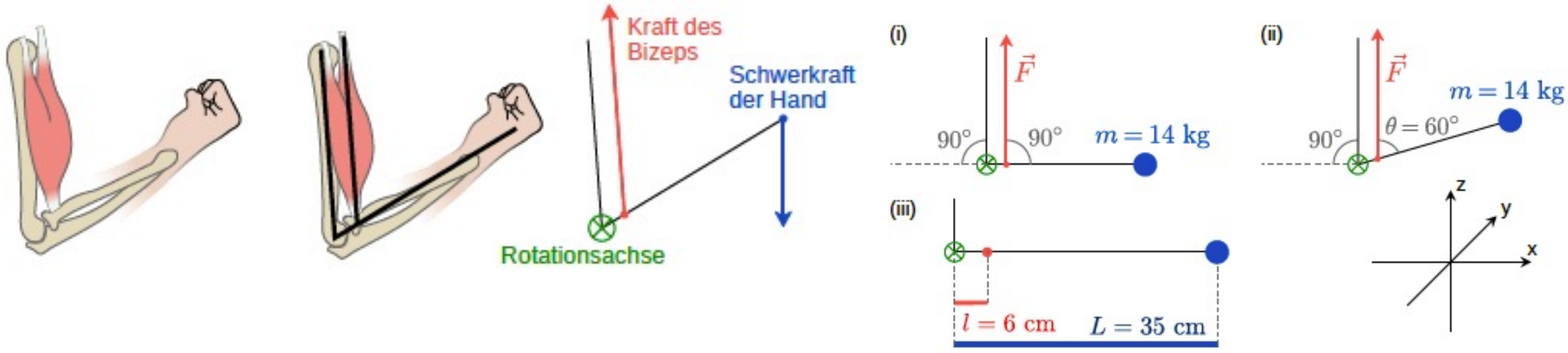
Übungsstunde 7

08.11.2021

- Gedämpfte Schwingungen
- Drehbewegung

Jesse Zhang, zhangje@ethz.ch

Nachbesprechung Aufgabe 7.3: Biomechanik



(a) In welche Richtung zeigen das Drehmoment der Schwerkraft und das Drehmoment der Kraft $\vec{F}$ des Bizeps?

(b) Welche Kraft $|\vec{F}|$ übt der Bizeps aus? Die Hand bewegt sich nicht.

Warm up: Drehimpuls

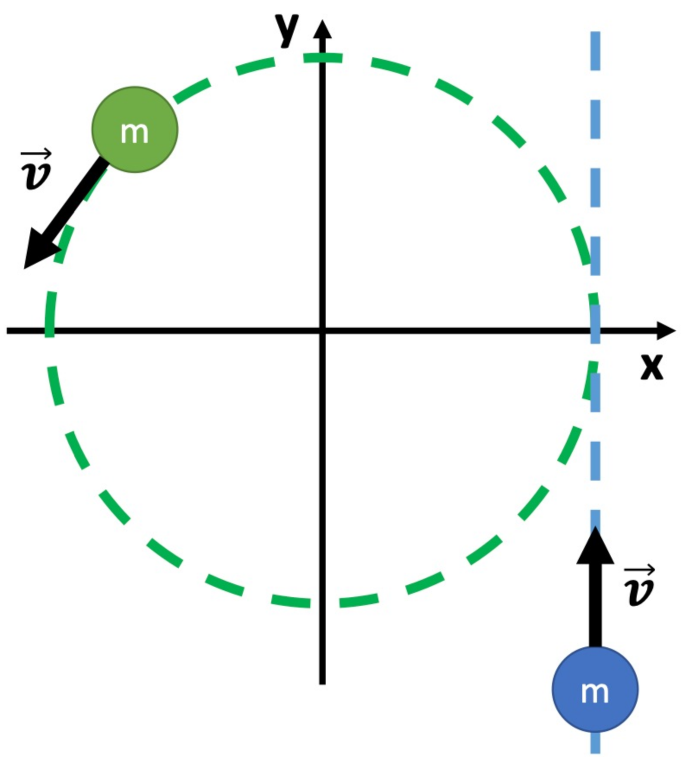
Zwei identische Kugel bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit v. Welche Aussage stimmt für den Drehimpuls um den Ursprung herum?

a) $|\vec{L}_{grün}| > |\vec{L}_{blau}|$

b) $|\vec{L}_{grün}| = |\vec{L}_{blau}|$

c) $|\vec{L}_{grün}| < |\vec{L}_{blau}|$

d) $\vec{L}_{blau}$ existiert nicht, da wir keine Kreisbewegung haben



https://pollev.com/jessezhang348

Warm up: Drehende Scheiben

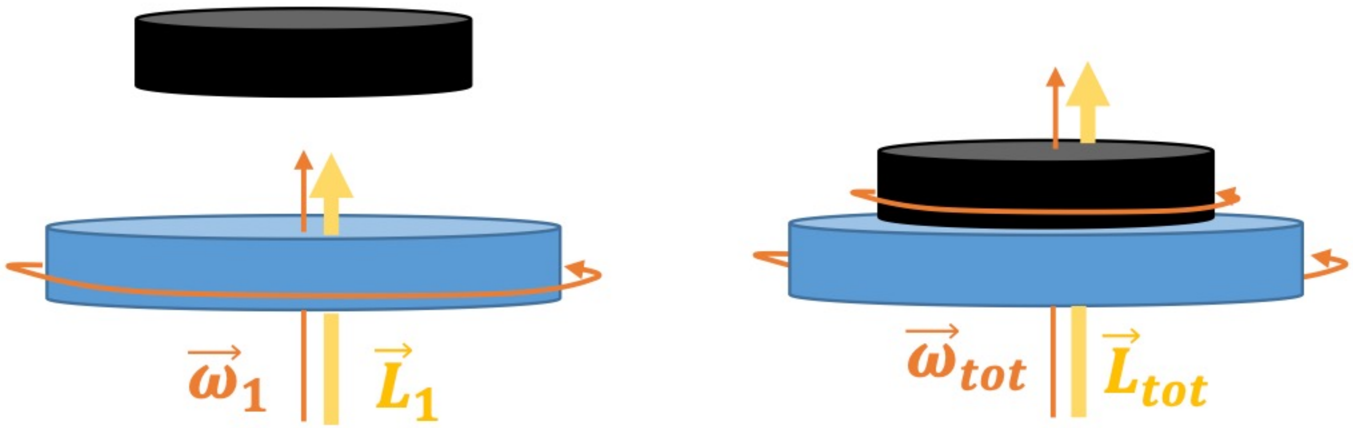
Scheibe 1 dreht sich mit Drehimpuls L_1. Nun wird Scheibe 2 (ruhend) auf Scheibe 1 fallen gelassen und beide Scheiben rotieren dann zusammen. Welche Aussage stimmt? Verluste durch Reibung können vernachlässigt werden.

a) $|\vec{L}_{tot}| > |\vec{L}_1| \;\rightarrow \omega_{tot} < \omega_1$

b) $|\vec{L}_{tot}| < |\vec{L}_1| \;\rightarrow \omega_{tot} < \omega_1$

c) $|\vec{L}_{tot}| = |\vec{L}_1| \;\rightarrow \omega_{tot} = \omega_1$

d) $|\vec{L}_{tot}| = |\vec{L}_1| \;\rightarrow \omega_{tot} < \omega_1$



Gedämpfte Schwingungen

Lernziele

- Systeme mit gedämpften Schwingungen erkennen
- Bewegung von Federn mit Reibung beschreiben mittels definieren der wirkenden Kräften, aufstellen
- Lösungen der Bewegungsgleichung kennen
- Unterschiedliche Fälle von gedämpften Schwingungen kennen

Gedämpfte Schwingung

Durch Widerstandskräfte werden Schwingungen gedämpft.

Rücktreibende Kraft:

$$F_D(x) = -k\ x$$

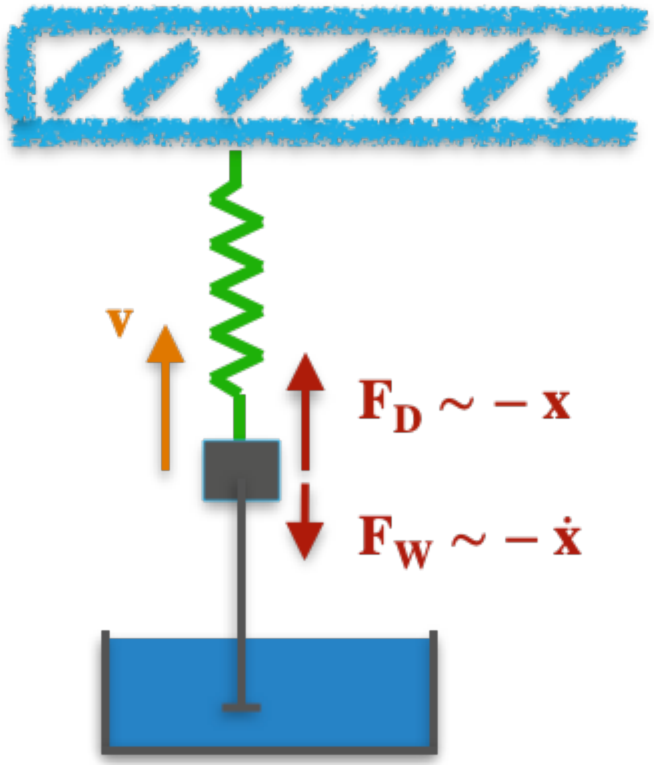
Widerstandskraft:

$$F_W(x) = -\gamma\ v = -\gamma \dot{x}$$

charakteristische Zeit

$$\tau_D = \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\tau_W = \frac{m}{\gamma}$$



Bewegungsgleichung:

$$m\ a = m\ddot{x}(t) = F_D + F_W = -kx(t)\ - \gamma \dot{x}(t)$$

Gedämpfte Schwingung II

Abhängig vom System (m, k, γ) treten verschiedene Fälle auf.

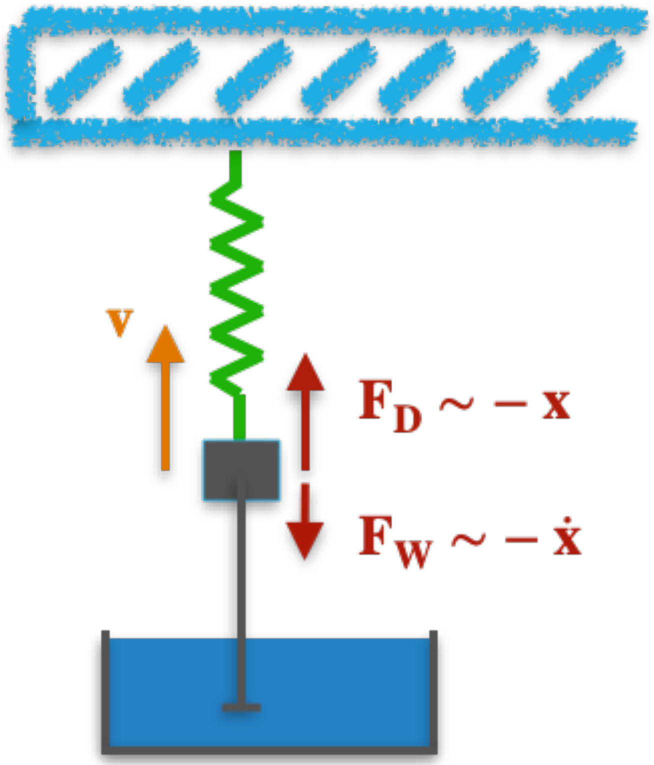
charakteristische Zeit

$$\tau_D = \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\tau_W = \frac{m}{\gamma}$$

Definiere:

$$r = \frac{\tau_D}{2\tau_W}$$



Gedämpfte Schwingung II

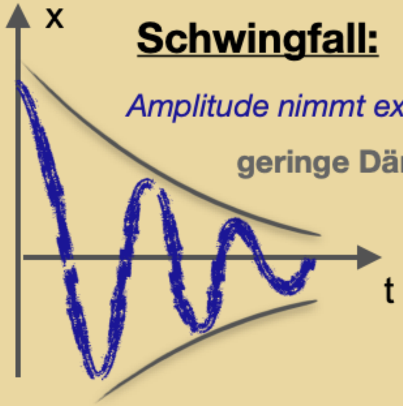
Abhängig vom System (m, k, γ) treten verschiedene Fälle auf.

Schwingfall:

Amplitude nimmt exponentiell ab

geringe Dämpfung

$0 < r < 1$

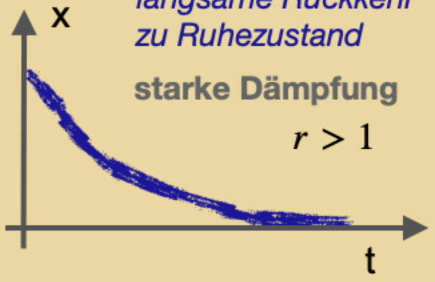


Kriechfall

langsame Rückkehr zu Ruhezustand

starke Dämpfung

$r > 1$

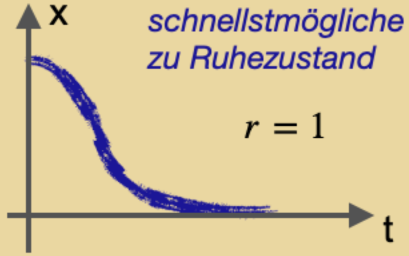


Kritische Dämpfung

schnellstmögliche Rückkehr zu Ruhezustand

$r = 1$

"optimale Dämpfung"



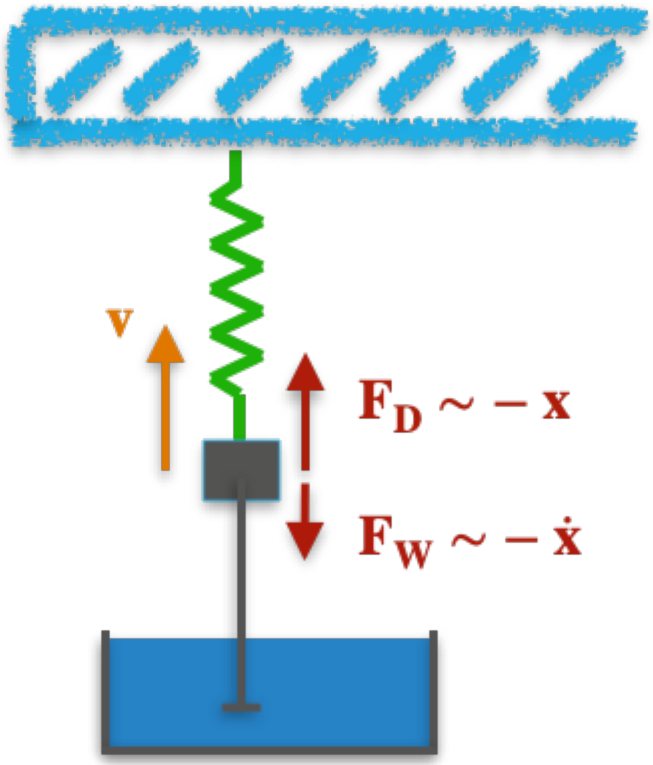
charakteristische Zeit

$$\tau_D = \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\tau_W = \frac{m}{\gamma}$$

Definiere:

$$r = \frac{\tau_D}{2\tau_W}$$



Tips Aufgabe 8.1: Zeitskalen

$$m\frac{d^2z(t)}{dt^2} = -kz(t) - \gamma\frac{dz(t)}{dt}$$

a) $\gamma = 0$;b) $k = 0$
Zeichne Funktion mit Software

- https://www.geogebra.org/geometry
- https://www.wolframalpha.com

c) Welcher Schwingungsfall?

d) Wie regelt der Körper die Temparatur?
Wie schnell kann dies passieren?
Welcher Schwingungsfall wäre ideal für die Regelung der Temparatur?

Drehbewegung

Lernziele

- Drehimpuls und Drehmoment von Massenpunkten in Drehbewegungen berechnen können
- Zusammenhang von Drehimpuls, Drehmoment und Trägheitsmoment kennen
- Bewegungsgleichung für Drehbewegungen aufstellen können
- Drehimpulserhaltung kennen

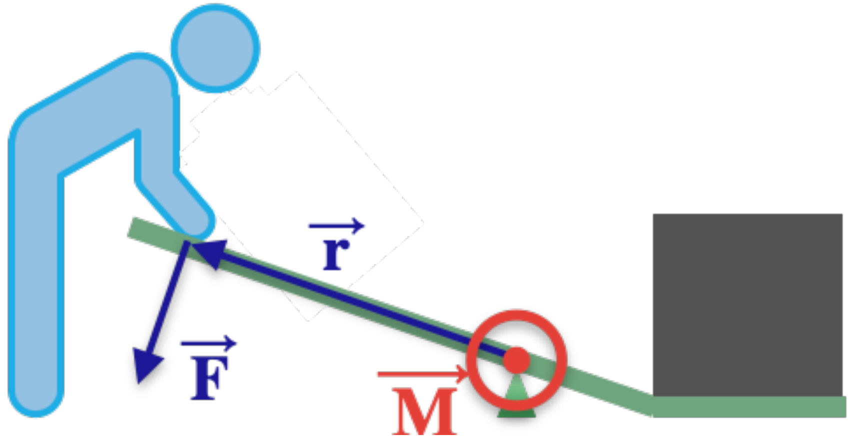
Drehimpuls und Drehmoment

Drehmoment

$$\vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}} = \mathbf{m} \cdot (\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{a}})$$

$$[M] = \mathrm{Nm}$$

→ Vektor parallel zur Drehachse

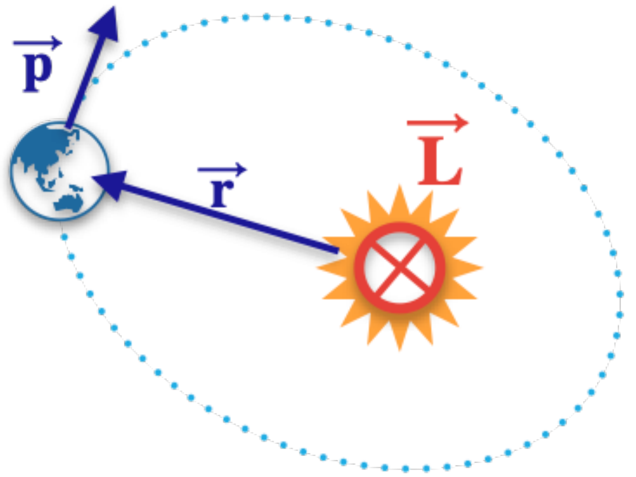


Drehimpuls

$$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}} = \mathbf{m} \cdot (\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{v}})$$

$$[L] = \frac{\mathrm{kg\ m^2}}{\mathrm{s}}$$

→ senkrecht auf $\vec{r}$ und $\vec{v}$



Zusammenhang:

Drehmoment verursacht
Änderung des Drehimpulses

$$\dot{\vec{\mathbf{L}}} = \frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{L}}}{\mathrm{d}t} = \vec{\mathbf{M}}$$

$\vec{M}$ verhält sich zu $\vec{L}$,
wie $\vec{F}$ zu $\vec{p}$: $\dot{\vec{\mathbf{p}}} = \vec{\mathbf{F}}$

Trägheitsmoment

Trägheitsmoment

Für Massenpunkt m,
der r von der Drehachse entfernt ist

$\Theta = m r_0^2$ $\qquad [\Theta] = \mathrm{kgm}^2$

Zusammenhang:

Proportionalitätskonstante zwischen
Drehimpuls und Winkelgeschwindigkeit

$$\vec{L} = \Theta \vec{\omega}$$

Proportionalitätskonstante zwischen
Drehmoment und Winkelbeschleunigung

$$\vec{M} = \Theta \vec{\alpha}$$

Gesamt Trägheitsmoment:

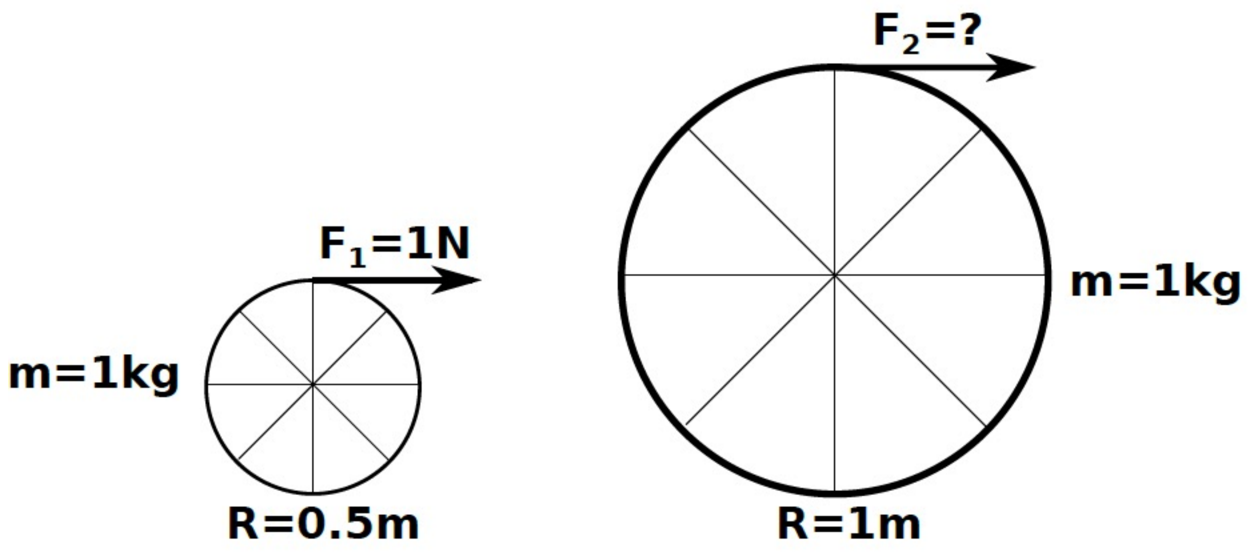
$$\Theta = \sum_{i=0}^{n} \Theta_i$$

Geschwindigkeit	$\vec{v}$	$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit
Impuls	$\vec{p}$	$\vec{L}$	Drehimpuls
Kraft	$\vec{F}$	$\vec{M}$	Drehmoment
Masse	m	Θ	Trägheitsmoment
Impuls und Masse	$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{L} = \Theta\vec{\omega}$	Drehimpuls und Trägheitsmoment
Bewegungsgleichung	$\dot{\vec{p}} = \vec{F}$	$\dot{\vec{L}} = \vec{M}$	Bewegungsgleichung
Bewegungsenergie	$E_{\mathrm{kin}} = \vec{p}^2/2m$	$E_{\mathrm{rot}} = \vec{L}^2/2\Theta$	Rotationsenergie

Beispielsaufgabe: Drehbewegung

Man hat die zwei gezeigten Räder, welche zu Beginn ruhen. Dann wirkt auf die Räder wie gezeigt eine Kraft in einem gleichen Zeitintervall. Man nehme an die Speichen der Räder seien masselos. Das Trägheitsmoment ist daher $I = mR^2$.

Wie gross muss F_2 sein, damit beide Räder die gleiche Winkelgeschwindigkeit erhalten?



Lösung: Drehbewegung

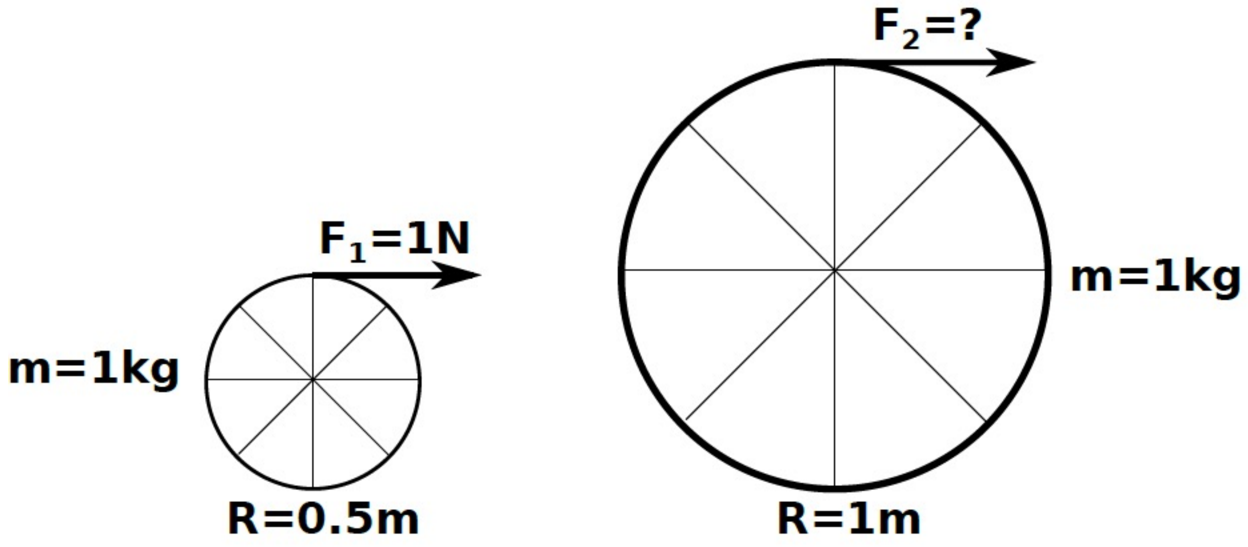
Suche Winkelgeschwindigkeit ω:

$$\omega = \frac{L}{I}$$

Für das Trägheitsmoment gilt:

$$I_2 = m(R_2)^2 = 4\ \mathrm{I}_1$$

d.h für $\omega_2 = \omega_1$, muss $L_2 = 4L_1$ sein.



Schlussendlicher Drehimpuls wird von Drehmoment verursacht. Da die Kraft im gleich Zeitintervall wirkt muss $M_2 = 4M_1$
Für das Drehmoment gilt:

$$M = r\ F$$

somit

$$4 = \frac{M_2}{M_1} = \frac{1m\ * F_2}{0.5\ m\ * F_1}$$

-> $F_2 = \ 2\ \mathrm{F}_1 = 2$ N

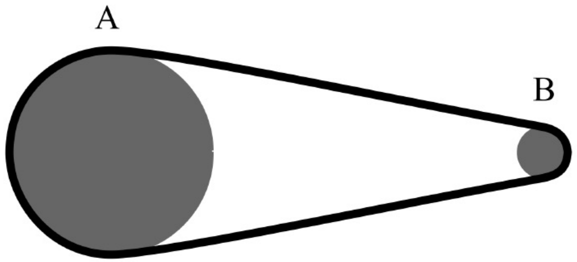
Beispielsaufgabe: Leiter an Wand

Eine Leiter der Länge L und der Masse m = 10 kg lehnt unter dem Winkel α (Winkel zwischen Wand und Leiter) an einer senkrechten Wand. Der Reibungkoeffizient zwischen Boden und Leiter sei μ_0 = 0.4, die Reibung zwischen Wand und Leiter kann vernachlässigt werden.

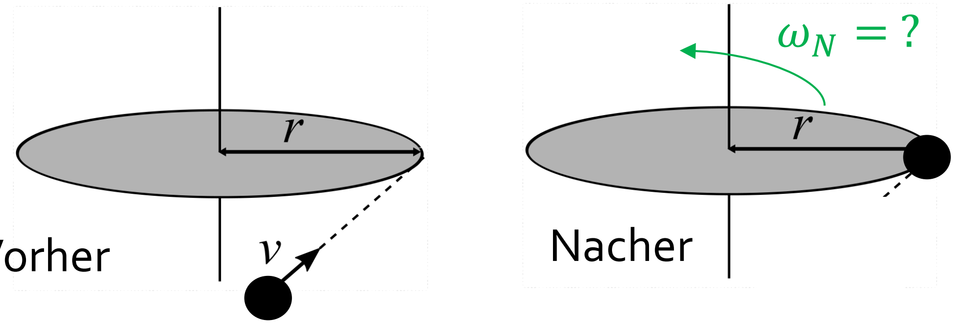
Was ist der Winkel α, unter der die Leiter an der Wand lehnen kann, ohne das sie wegrutscht?

Tips Aufgabe 8.2: Drehbewegung

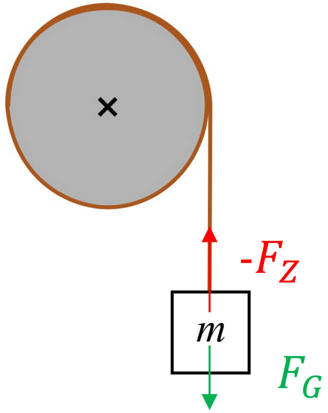
a)



b)



c)



a) Riemen verbindet Räder A und B

Welche Grösse ist gleich?

b) Drehimpulserhaltung

Trägheitsmomente addieren

c) Kräfte, die auf m wirken:

F_G und $-F_Z$

wobei F_Z gleich Zugkraft, die ein Drehmoment der Rolle bewirkt.

$$\Theta\, \alpha = M = F_Z\, r$$

$$\alpha = a\, r$$

Tips Aufgabe 8.3: Zentrifugen

a) Trägheitsmomente addieren

$b)\;\; \omega = 2\pi\, f$

c) $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

d) $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

Bmkg: Zentrifuge hat zwei Einkerbungen

Warm up: Drehimpuls

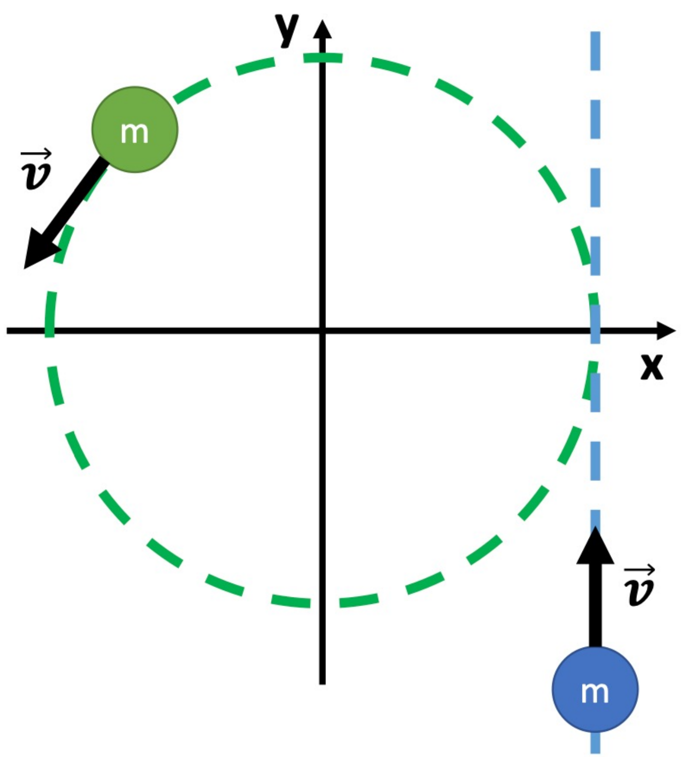
Zwei identische Kugel bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit v. Welche Aussage stimmt für den Drehimpuls um den Ursprung herum?

a) $|\vec{L}_{grün}| > |\vec{L}_{blau}|$

b) $|\vec{L}_{grün}| = |\vec{L}_{blau}|$

c) $|\vec{L}_{grün}| < |\vec{L}_{blau}|$

d) $\vec{L}_{blau}$ existiert nicht, da wir keine Kreisbewegung haben



Warm up: Drehimpuls

Zwei identische Kugel bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit v. Welche Aussage stimmt für den Drehimpuls um den Ursprung herum?

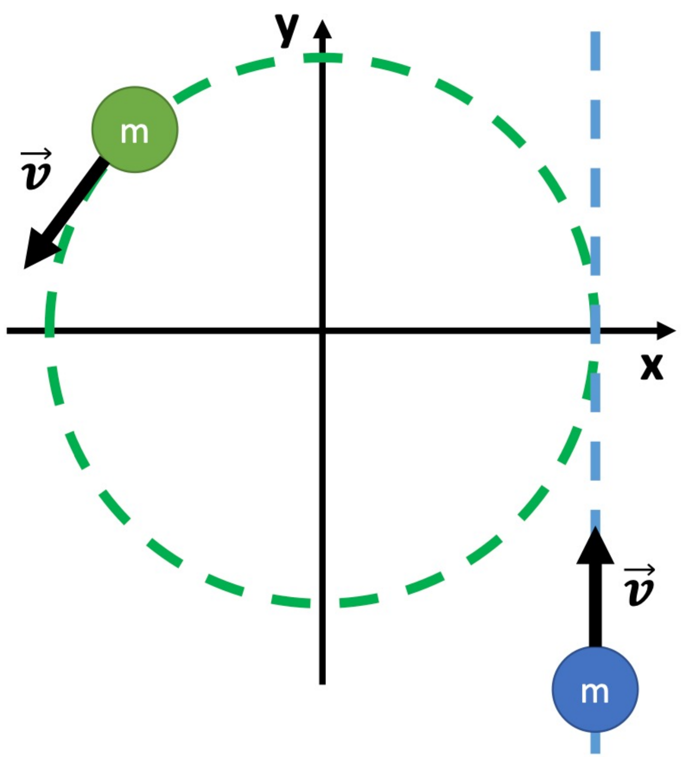
Der Drehimpuls ist während der gesamten Bahn beider Kugeln erhalten. Am Punkt (x,o) haben sie denselben Drehimpuls.
-> b) ist richtig

a) $|\vec{L}_{grün}| > |\vec{L}_{blau}|$

b) $|\vec{L}_{grün}| = |\vec{L}_{blau}|$

c) $|\vec{L}_{grün}| < |\vec{L}_{blau}|$

d) $\vec{L}_{blau}$ existiert nicht, da wir keine Kreisbewegung haben



Warm up: Drehende Scheiben

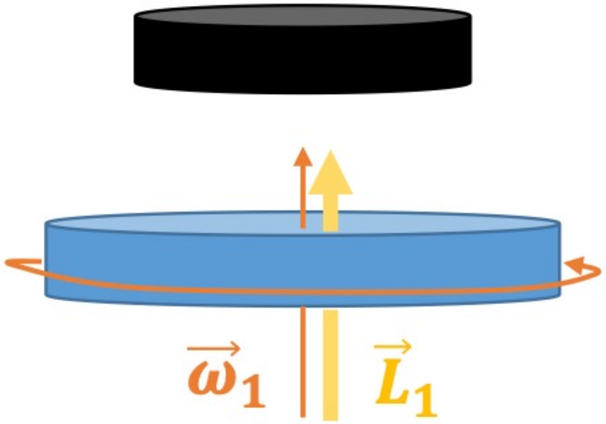
Scheibe 1 dreht sich mit Drehimpuls L_1. Nun wird Scheibe 2 (ruhend) auf Scheibe 1 fallen gelassen und beide Scheiben rotieren dann zusammen. Welche Aussage stimmt? Verluste durch Reibung können vernachlässigt werden.

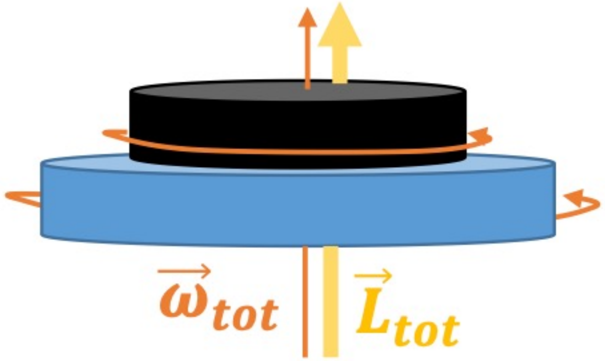
a) $|\vec{L}_{tot}| > |\vec{L}_1| \rightarrow \omega_{tot} < \omega_1$

b) $|\vec{L}_{tot}| < |\vec{L}_1| \rightarrow \omega_{tot} < \omega_1$

c) $|\vec{L}_{tot}| = |\vec{L}_1| \rightarrow \omega_{tot} = \omega_1$

d) $|\vec{L}_{tot}| = |\vec{L}_1| \rightarrow \omega_{tot} < \omega_1$





Warm up: Drehende Scheiben

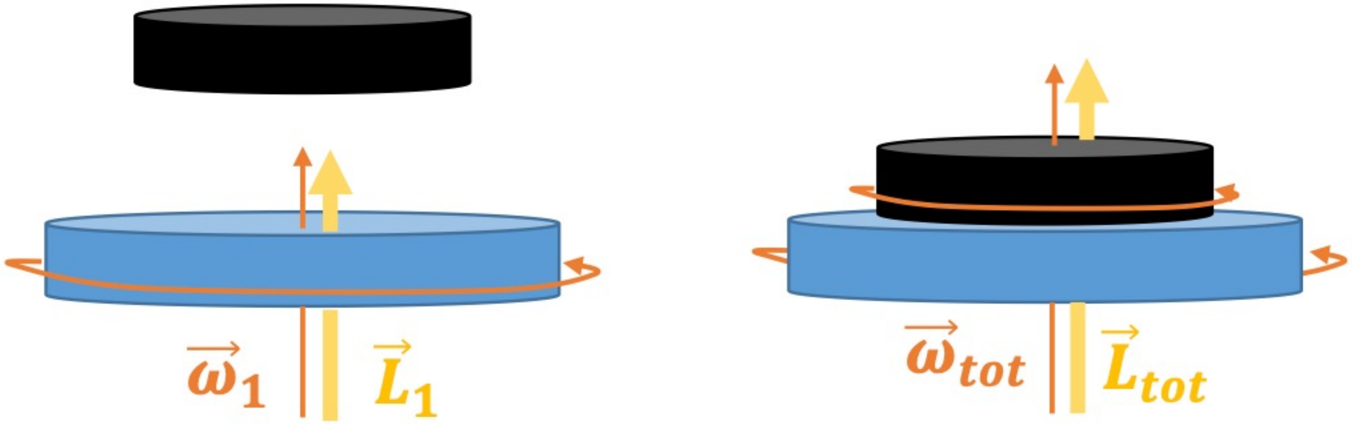
Scheibe 1 dreht sich mit Drehimpuls L_1. Nun wird Scheibe 2 (ruhend) auf Scheibe 1 fallen gelassen und beide Scheiben rotieren dann zusammen. Welche Aussage stimmt? Verluste durch Reibung können vernachlässigt werden.

a) $|\vec{L}_{tot}| > |\vec{L}_1| \;\rightarrow \omega_{tot} < \omega_1$

b) $|\vec{L}_{tot}| < |\vec{L}_1| \;\rightarrow \omega_{tot} < \omega_1$

c) $|\vec{L}_{tot}| = |\vec{L}_1| \;\rightarrow \omega_{tot} = \omega_1$

d) $|\vec{L}_{tot}| = |\vec{L}_1| \;\rightarrow \omega_{tot} < \omega_1$



Drehimpuls ist erhalten -> a) & b) falsch
c) falsch, da ω kleiner wird, wenn der derselbe Drehimpuls nun mit beiden Massen geliefert muss