Physik I

BIOL/PHARM

Übungsstunde 6

01.11.2021

- Harmonische Schwingungen
- Federpendel
- Drehbewegung

Jesse Zhang, zhangje@ethz.ch

Recap: Kräfte und Kinematik Aufgaben

<u>Rezept für Kräfte-und-Kinematik Aufgaben</u>

i) **alle wirkenden Kräfte bestimmen evt. einzeichnen (Kräftediagram)**

z.B.: Gravitationkraft, Normalkraft, Reibungskraft, externe Kraft (Zugkraft, Antriebskraft), ...

ii) **Kraftvektor(en) aufschreiben**

Koordinatensystem berücksichtigen, evt. Winkel berücksichtigen

iii) **Summer aller Kräfte bilden (Komponentenweise!)**

<u>Körper in Ruhe oder mit konst. Geschw.:</u>

iv) $0 = m\vec{a} = \sum \vec{F}_i$

v) Umformen nach gewünschter Variable in $\vec{F}_i$

<u>beschleunigter Körper:</u>

iv) $\vec{a} = \frac{1}{m} \sum \vec{F}_i$

v) **Kinematik Problem lösen:**

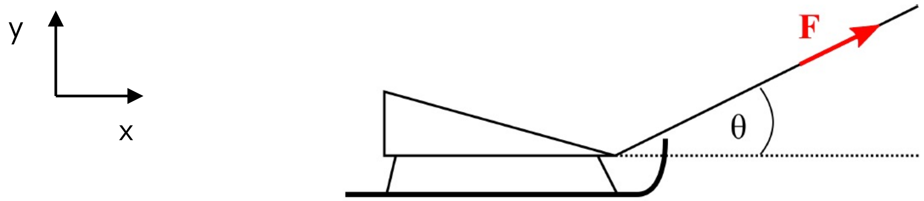
$\vec{v}(t) = \int \vec{a}(t)dt$

$\vec{r}(t) = \int \vec{v}(t)dt$

Nachbesprechung Aufgabe 6.2: Schlittenrennen

Aufgabe 6.2. *Schlittenrennen*

Bei einem Schlittenrennen sollen Leute die Schlitten ziehen. Dabei tragen sie Schuhe mit Spikes, die besser am Boden haften. Beim Start des Rennens zieht eine Person mit einer Kraft von 150 N unter einem Winkel von $\theta = 25°$ gegen die Horizontale an der Leine (wie in der Abbildung angezeigt). Das System aus Schlitten und Leine wird als ein Körper betrachtet. Die Masse des Körpers beträgt 80 kg; seine Reibung am Boden sei zunächst vernachlässigbar.



(a) Zeichnen Sie ein Kraftädiagram für das Schlitten-Leine System, indem Sie alle wirkende Kräfte einzeichnen. Vergessen Sie dabei nicht, ein Koordinatensystem einzuzeichnen.

(b) Bestimmen Sie die Beschleunigung des Schlittens.

(c) Bestimmen Sie den Betrag der Normalkraft F_N.

(d) Unter dem selben Winkel θ, welche maximale Kraft kann an der Leine ziehen, ohne dass sich der Schlitten vom Boden löst?

(e) Nehmen wir an, die Reibungskraft sei nicht vernachlässigbar und sei durch $F_R = -\mu|F_N|$ gegeben, wobei $\mu = 0.08$ der Reibungskoeffizient ist. Wie gross ist die Beschleunigung in diesem Fall?

Nachbesprechung Aufgabe 6.3: Wanderfalke

Aufgabe 6.3. ***Wanderfalke im Sturzflug***

Ein Falke der Masse $m_F = 1\,\mathrm{kg}$ befindet sich in einem senkrechten Sturzflug bei der nach unten gerichteten konstanten Endgeschwindigkeit mit Betrag $|\vec{v}_F| = 90\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Er zielt auf eine Taube der Masse $m_T = 0.5\,\mathrm{kg}$, die waagerecht in positiver x-Richtung mit der Geschwindigkeit $|\vec{v}_T| = 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ fliegt. Diese Situation ist in Abbildung 6.1 schematisch dargestellt.

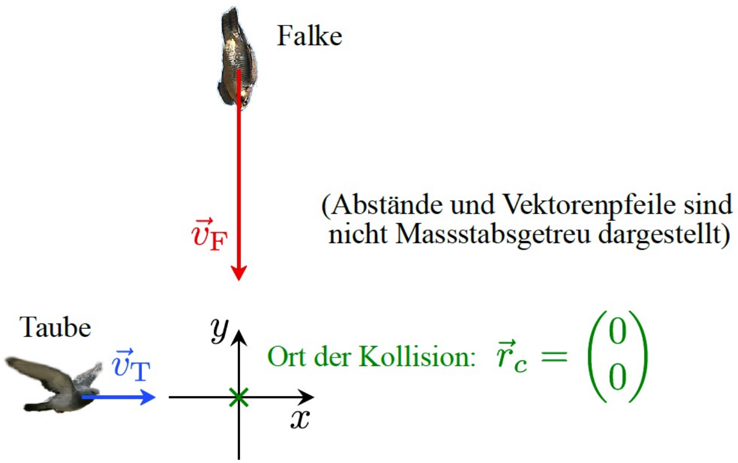


Abbildung 6.1: Bild zu Aufgabe 2. Falke und Taube vor dem Zusammenstoss.

(a) Im Sturzflug wirken auf den Falken die Gravitationskraft $\vec{F}_{gF}$ und die Reibungskraft der Luft $\vec{F}_{RF} = -\gamma_F \vec{v}$. Die Geschwindigkeit ist wie oben beschrieben konstant und nach unten gerichtet. Berechnen Sie die Beschleunigung $\vec{a}_F$ des Falkens, verdeutlichen Sie dabei den mathematischen Zusammenhang zur Geschwindigkeit. Berechnen Sie anschliessend den Wert des Reibungskoeffizienten γ_F. Verwenden Sie die oben angegebenen Zahlenwerte.

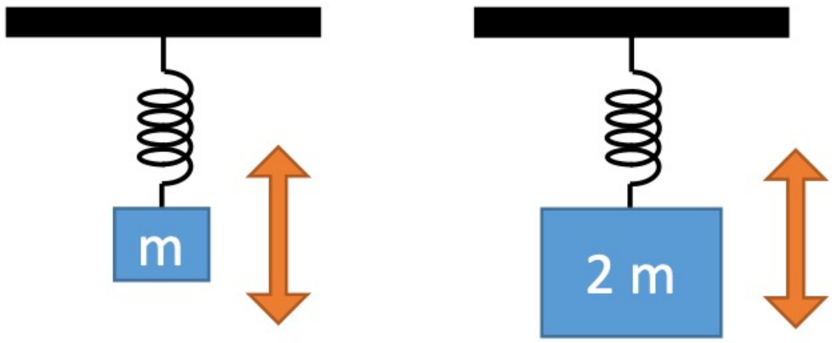
(b) Auf die Taube wirkt ebenfalls eine Reibungskraft $\vec{F}_{RT} = -\gamma_T \vec{v}$ mit einem anderen Reibungskoeffizienten γ_T. Leiten Sie eine Formel her für die Antriebskraft $\vec{F}_A$, welche die Taube erzeugen muss, um mit konstanter Geschwindigkeit in positiver x-Richtung zu fliegen. Verwenden Sie die Komponentenschreibweise, um ihr Resultat darzustellen. In dieser Teilaufgabe werden keine Zahlenwerte eingesetzt. *Hinweis:* Für einen beliebigen Vektor $\vec{b}$ mit Komponenten b_x und b_y ist die Komponentenschreibweise

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}.$$

(c) Die Vögel kollidieren am Punkt $\vec{r}_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ zum Zeitpunkt $t_c = 2\,\mathrm{s}$. Berechnen Sie den Ortsvektor $\vec{r}_T(t = 0)$ der Taube zur Zeit $t_0 = 0$ vor der Kollision.

Warm up: Federpendel

Eine Masse m schwingt an einer Feder senkrecht auf und ab. Welche Aussage stimmt, wenn m verdoppelt wird? In beiden Fällen wird die Masse 1 cm ausgelenkt.



a) Die Gleichgewichtslage verschiebt sich nach unten, ansonsten bleiben Periode und Amplitude gleich.

b) Die Schwingungsfrequenz halbiert sich.

c) Während der Schwingung wirkt dieselbe Kraft wie vorher auf die Feder.

d) Die maximale Federenergie verdoppelt sich.

https://pollev.com/jessezhang348

Warm up: Drehende Scheibe

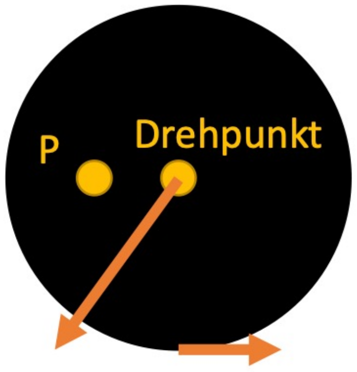
Gezeigt ist eine Scheibe, an der 2 Kräfte wirken. Welche 3. Kraft muss im Punkt P angreifen, damit das resultierende Drehmoment = 0 ist?

a) 

b) 

c) 

d) 



Harmonische Schwingungen

Lernziele

- Systeme mit sinuförmigen Schwingungen erkennen
- Bewegung von Federn und Pendel beschreiben mittels definieren der wirkenden Kräften, aufstellen und lösen der Bewegungsgleichung
- Amplitude und Frequenz der Schwingung bestimmen

Harmonische Schwingung

Schwingungen sind periodische Variationen in einer Grösse um einen zentralen Wert. Harmonische Schwingungen sind sinusförmige Variationen.

Harmonische Schwingung:

”Wir haben eine harmonische Schwingung, wenn die rücktreibende Kraft proportional zur Variation ist. “

$$F(x) \sim x$$

Bewegungsgleichung:

$$m\,a = m\ddot{x}(t) = F = -\omega_0^2 x(t)$$

Allgemeine Lösung der DGL:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\,sin\,(\omega_0 t)$$

oder

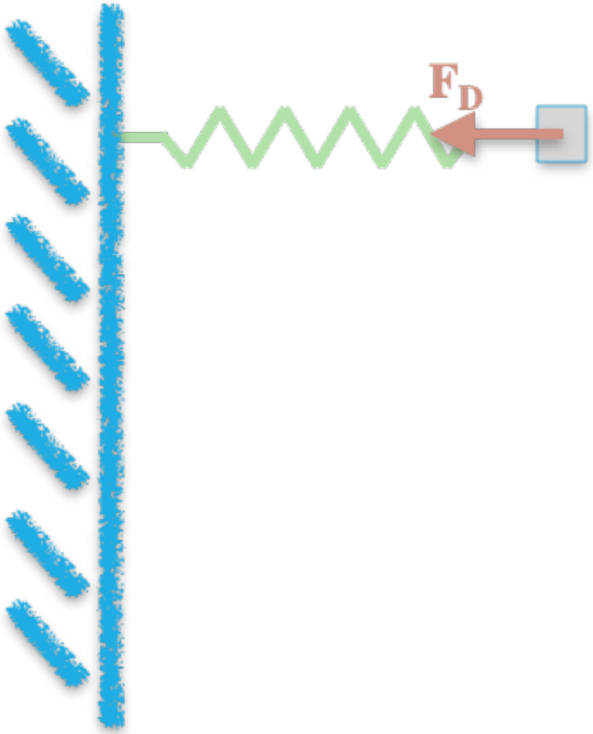
$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi_0)$$

Federpendel

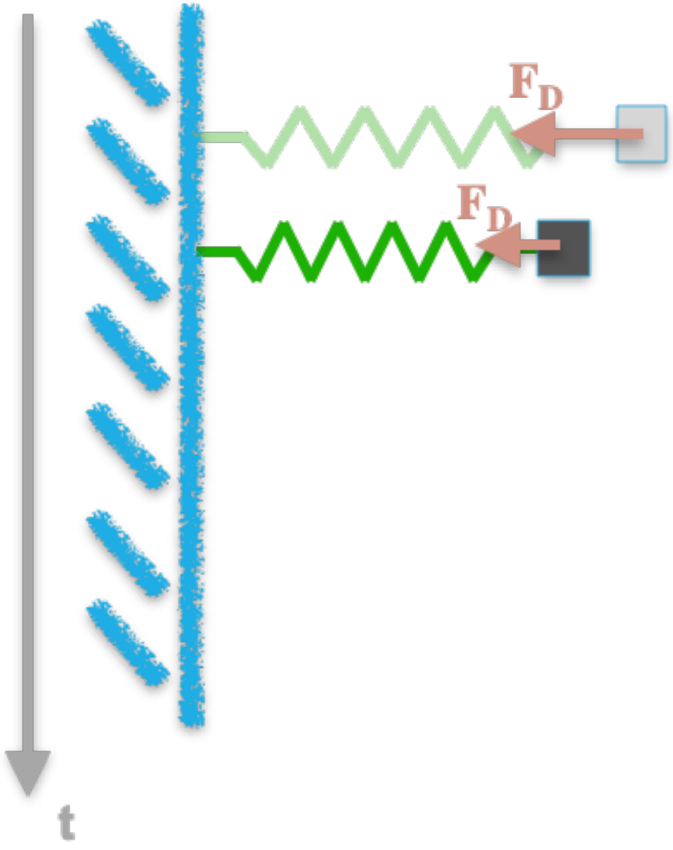
Lernziele

- Die Federkraft kennen
- Die Bewegung einer Feder beschreiben können
- Eigenfrequenz als Funktion von Federkonstante und Masser berechnen können

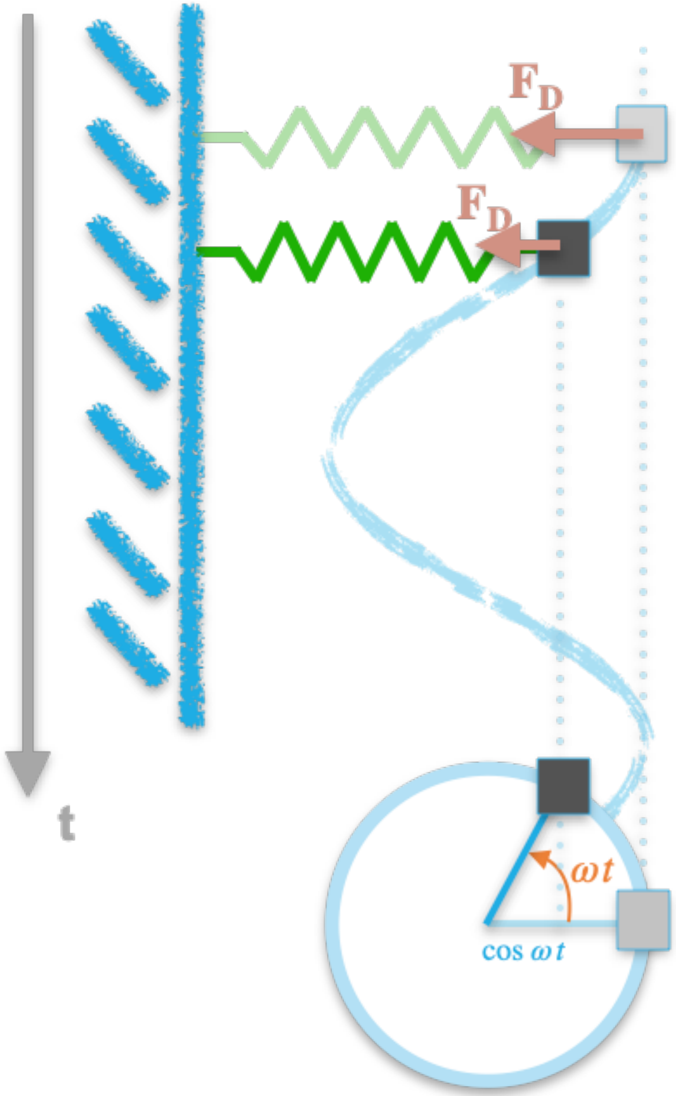
Federpendel und harmonische Schwingung



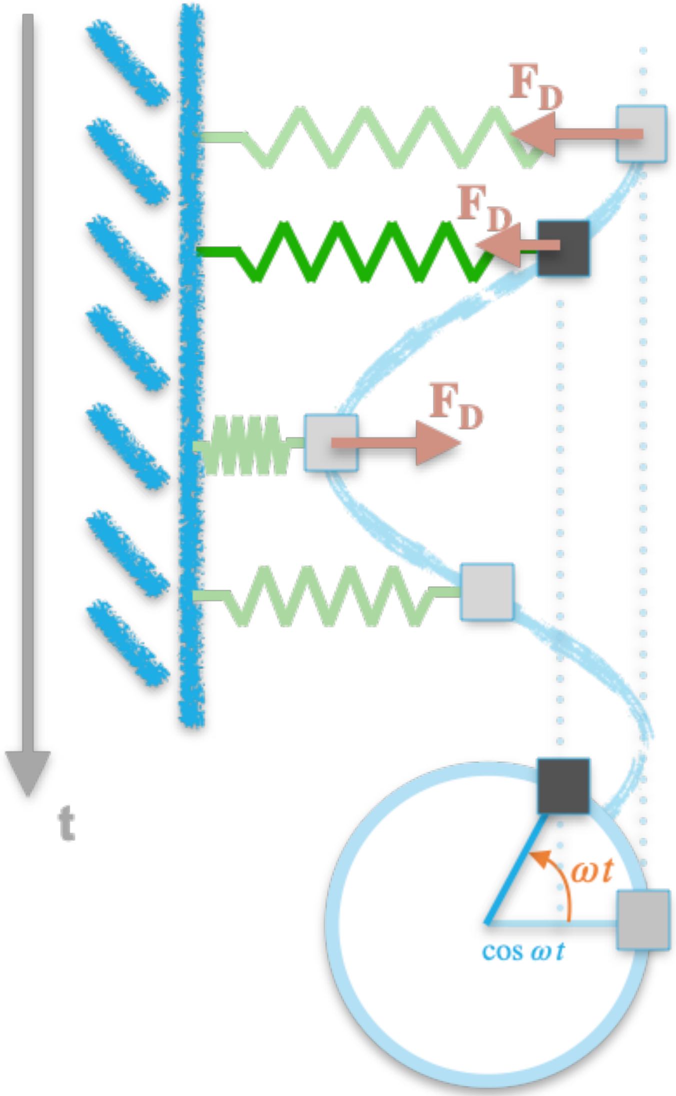
Federpendel und harmonische Schwingung



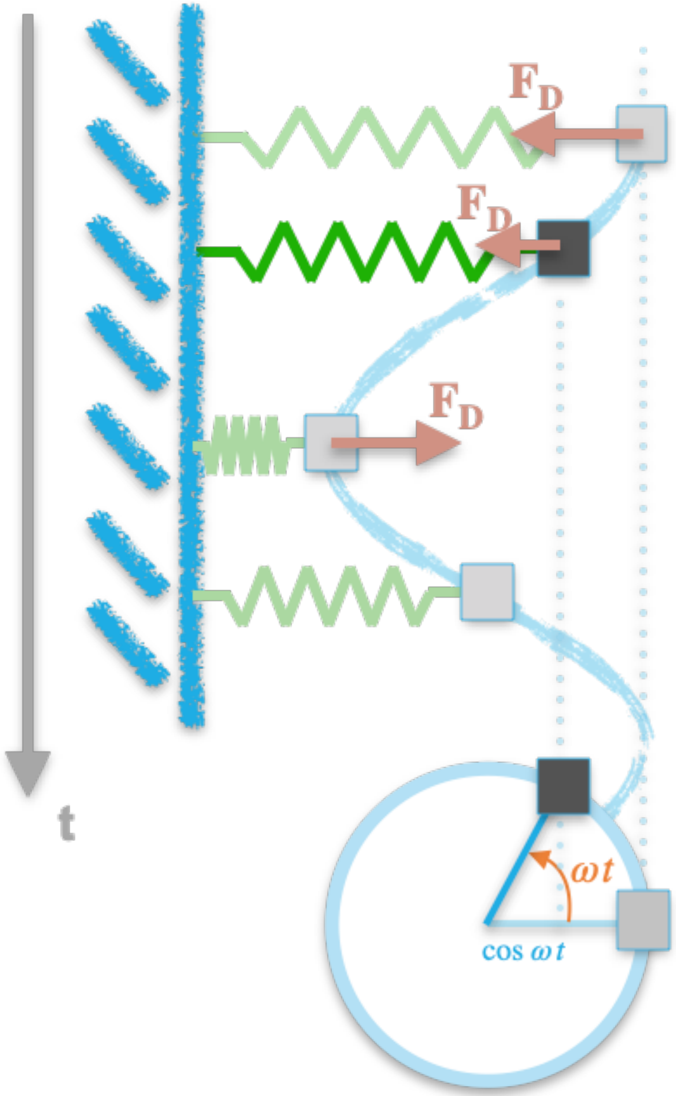
Federpendel und harmonische Schwingung



Federpendel und harmonische Schwingung



Federpendel und harmonische Schwingung



Bewegungsgleichung:

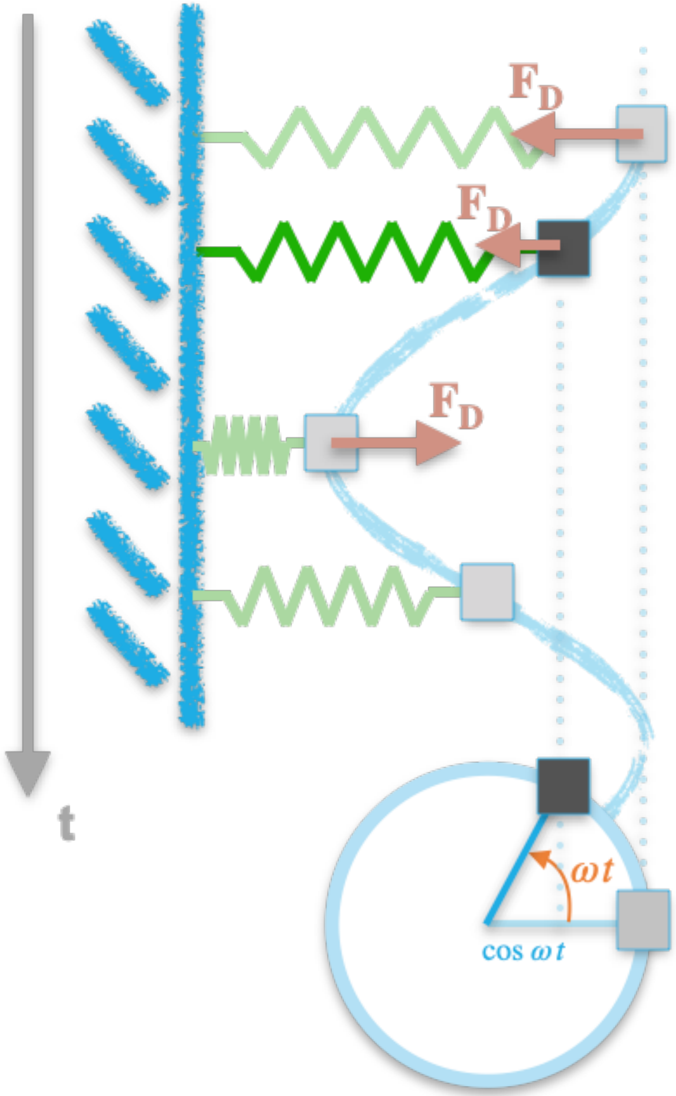
$$m\ddot{x} = F_D = -\mathbf{kx}$$

Harmonische Schwingung: $F_D \sim \mathbf{x}$

Allgemeine Form der Bewegungsgleichung:

$$\ddot{x}(t) = -\omega_0^2\,\mathbf{x}(\mathbf{t}) \text{ mit } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Federpendel und harmonische Schwingung



Bewegungsgleichung:

$$m\,\ddot{x} = F_D = -\mathbf{k}\mathbf{x}$$

Harmonische Schwingung: $F_D \sim \mathbf{x}$

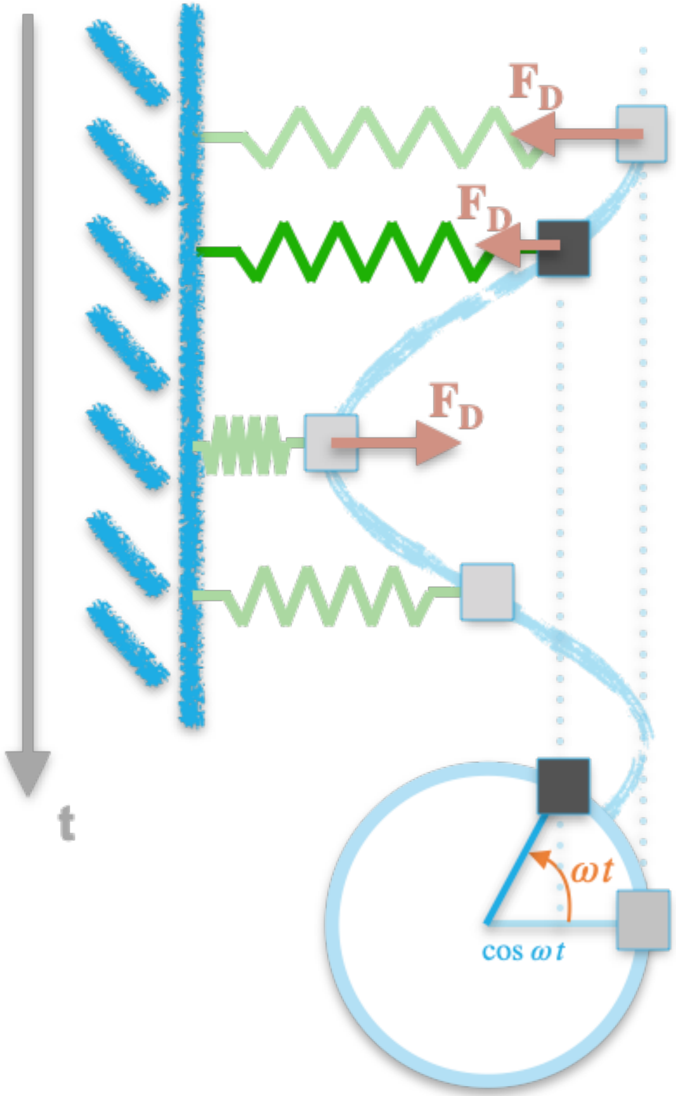
Allgemeine Form der Bewegungsgleichung:

$$\ddot{x(t)} = -\omega_0^2\,\mathbf{x}(\mathbf{t}) \text{ mit } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Eigenfrequenz ω_0

gegeben durch Pendel

Federpendel und harmonische Schwingung



Bewegungsgleichung:

$$m\,\ddot{x} = F_D = -\mathbf{k}\mathbf{x}$$

Harmonische Schwingung: $F_D \sim \mathbf{x}$

Allgemeine Form der Bewegungsgleichung:

$$\ddot{x}(t) = -\omega_0^2\,\mathbf{x}(\mathbf{t}) \;\text{ mit }\; \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Eigenfrequenz ω_0
gegeben durch Pendel

DGL lösen!

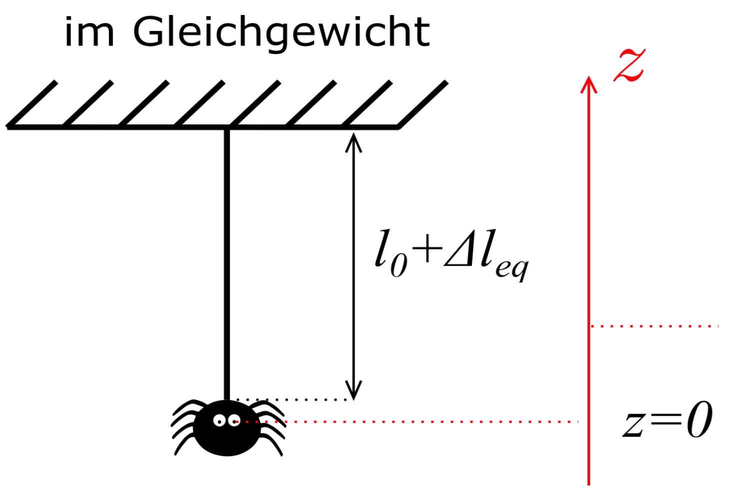
Allgemeine Lösung der DGL:

$$\mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}\cos(\omega_0 \mathbf{t}) + \mathbf{B}\sin(\omega_0 \mathbf{t})$$

oder $\mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{x}_{\mathbf{max}}\cos(\omega_0 \mathbf{t} + \phi_0)$

Amplitude x_{max}
gegeben durch Anfangsbedingungen

Tips Aufgabe 7.1: Schwingung einer Spinne



a) $m = \rho V$

b) $F_F = k\,\Delta l = E\,\epsilon A$

-> $k = ?$

c) Gleichgewicht:

$$\sum \vec{F}_i = 0$$

welcher Wert hat nun Δl?

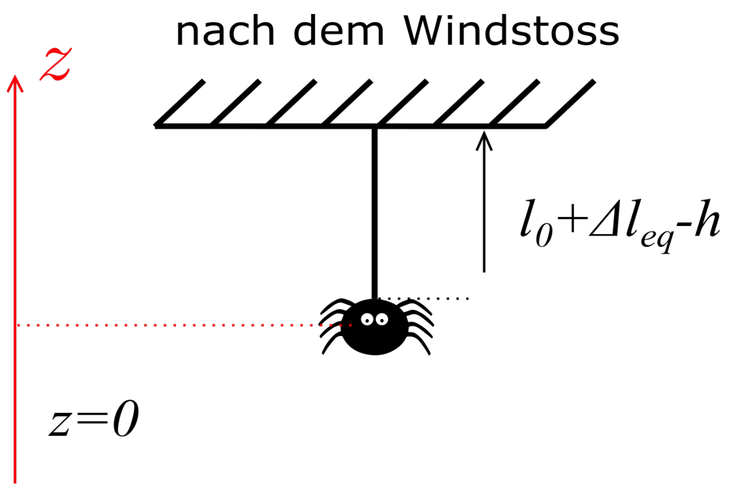
(a) Zeigen Sie durch eine grobe Abschätzung, dass die Masse des Spinnfadens im Vergleich zur Spinne vernachlässigt werden kann.

(b) Berechnen Sie die Federkonstante k des Spinnfadens.

Hinweis. *Nutzen Sie am besten das Hooksche Gesetz für makroskopische Körper:* $F = E\epsilon A$. *Hierbei ist* F *die Zugkraft,* $\epsilon = \Delta\ell/\ell_0$ *die relative Dehnung,* A *die Querschnittsfläche, und* $E = 10\,\mathrm{GPa}$ *ist der Elastizitätsmodul. Der Elastizitätsmodul ist eine Materialkonstante, die die Beziehung zwieschen angelegte Kraft und resultierende Verformung beschreibt.*

(c) Um welche Länge $\Delta\ell_{eq}$ wird der Spinnfaden durch das Gewicht der Spinne in der Gleichgewichtslage gedehnt?

Tips Aufgabe 7.1: Schwingung einer Spinne



d) $F(z) = \sum \vec{F}_i$

was ist Δl in diesem Fall?

e)

f) $T = \frac{2\pi}{\omega}$

In der Gleichgewichtslage wird die Gewichtskraft der Spinne gerade durch den Spinnfaden kompensiert. Was passiert, wenn die Spinne plötzlich durch einen Windstoss leicht senkrecht nach oben um eine Höhe h gehoben wird?

(d) Wir definieren den Ursprung der z-Achse, so dass die Spinne in ihrer Gleichgewichtslage bei z=0 liegt. Welche Gesamtkraft $F(z)$ wirkt auf die Spinne wenn sie sich auf der Höhe z befindet?

(e) Zeigen Sie, dass man die Bewegungsgleichung in der Form $a(z) = -\omega^2 z$ schreiben kann.

(f) Berechnen Sie die Periode der Schwingung der Spinne.

Tips Aufgabe 7.2: Chronobiologie

Das Gebiet der Chronobiologie untersucht zeitliche Muster in biologischen Systemen. Viele dieser Vorgänge können näherungsweise durch **harmonische Oszillationen** beschrieben werden. Sie haben z. B. die periodischen Konzentrationsschwankungen der Cycline im Zellzyklus kennengelernt, ein bekanntes Beispiel aus der Biotechnologie ist der 'Repressilator'.

Wikipedia links anschauen

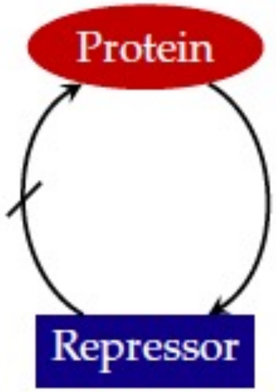


Abbildung 7.2: Vereinfachter *feedback-loop* eines Proteins über seinen Repressor.

Protein **fördert** Synthese von Repressor

Repressor **unterdrückt** Synthese von Protein

$$\frac{d(\delta c_P)}{dt} = -A \cdot \delta c_R ,$$

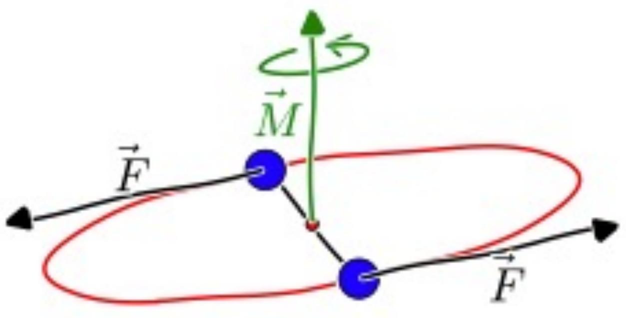
$$\frac{d(\delta c_R)}{dt} = B \cdot \delta c_P .$$

Drehbewegung

Lernziele

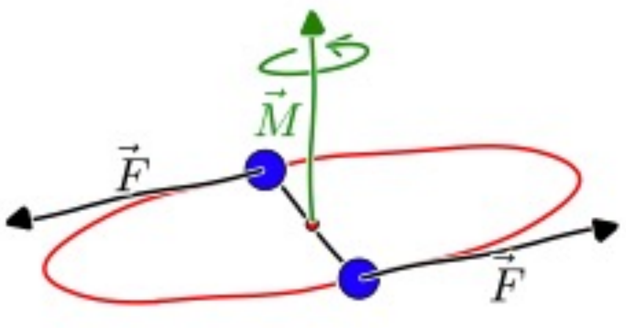
- Drehmoment von Massenpunkten in Drehbewegungen berechnen können
- Bewegungsgleichung für Drehbewegungen aufstellen können

Drehmoment und Drehbewegung



Im Beispiel links wirken Kräfte, doch die Gesamtkraft auf das Schwerpunktsystem ist null. D.h. wir haben keine lineare Bewegung.
Die drehende Wirkung der Kräft wird mit dem Drehmoment beschrieben.

Drehmoment und Drehbewegung



Im Beispiel links wirken Kräfte, doch die Gesamtkraft auf das Schwerpunktsystem ist null. D.h. wir haben keine lineare Bewegung. Die drehende Wirkung der Kräft wird mit dem Drehmoment beschrieben.

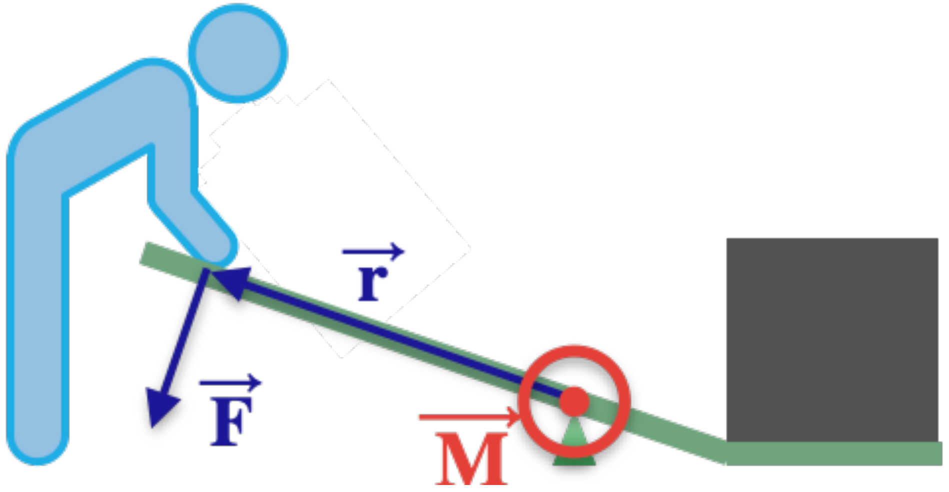
«Gewaltig ist des Schlossers ~~Kraft~~ Moment, wenn er am langen Hebel schafft!»

Drehmoment

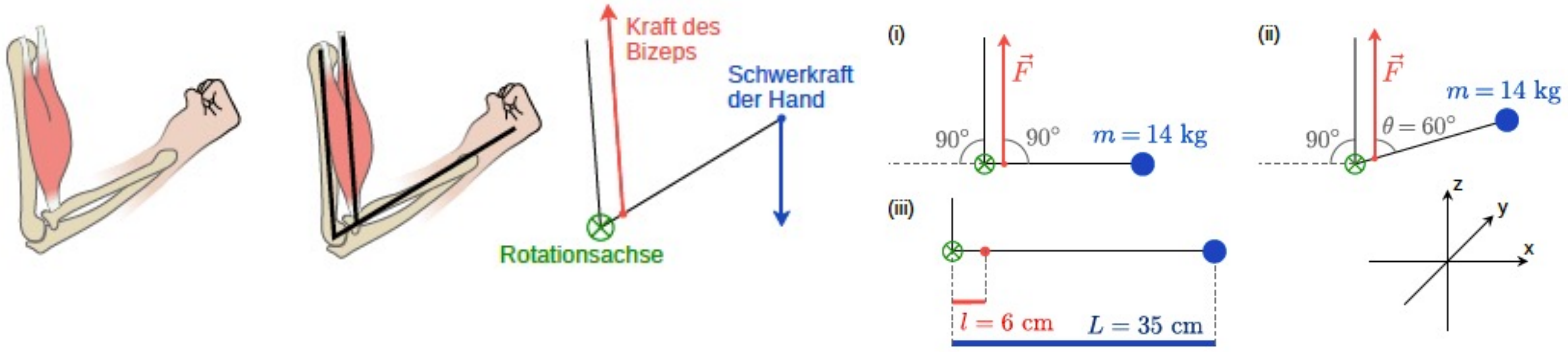
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = m \cdot (\vec{r} \times \vec{a})$$

$$[M] = \mathrm{Nm}$$

→ **Vektor parallel zur Drehachse**



Tips Aufgabe 7.3: Biomechanik



(a) In welche Richtung zeigen das Drehmoment der Schwerkraft und das Drehmoment der Kraft $\vec{F}$ des Bizeps?

(b) Welche Kraft $|\vec{F}|$ übt der Bizeps aus? Die Hand bewegt sich nicht.

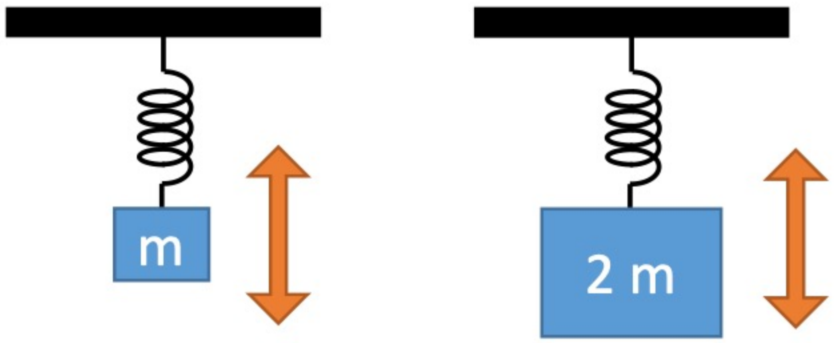
a) $\vec{M} = \vec{L} \times \vec{F}$

b) Rotationsgleichgewicht:

$\sum \vec{M} = 0$

Warm up: Federpendel

Eine Masse m schwingt an einer Feder senkrecht auf und ab. Welche Aussage stimmt, wenn m verdoppelt wird? In beiden Fällen wird die Masse 1 cm ausgelenkt.



a) Die Gleichgewichtslage verschiebt sich nach unten, ansonsten bleiben Periode und Amplitude gleich.

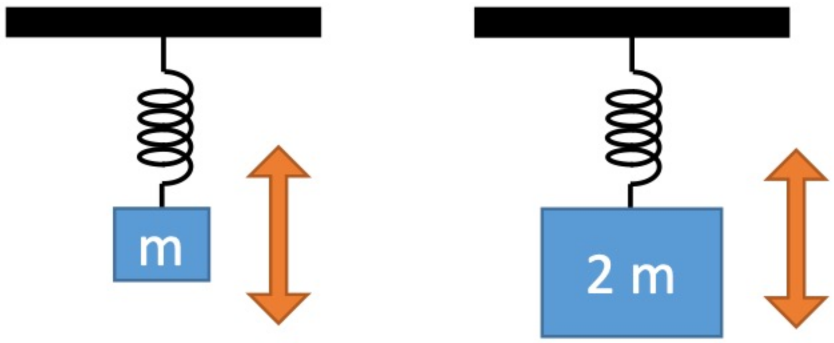
b) Die Schwingungsfrequenz halbiert sich.

c) Während der Schwingung wirkt dieselbe Kraft wie vorher auf die Feder.

d) Die maximale Federenergie verdoppelt sich.

Warm up: Federpendel

Eine Masse m schwingt an einer Feder senkrecht auf und ab. Welche Aussage stimmt, wenn m verdoppelt wird? In beiden Fällen wird die Masse 1 cm ausgelenkt.



a) Die Gleichgewichtslage verschiebt sich nach unten, ansonsten bleiben Periode und Amplitude gleich.

b) Die Schwingungsfrequenz halbiert sich.

c) Während der Schwingung wirkt dieselbe Kraft wie vorher auf die Feder.

d) Die maximale Federenergie verdoppelt sich.

Nicht a) und b) weil: $\omega = \sqrt{k/m}$ und f $= \omega/2\pi$
Somit $\omega_2 = \sqrt{k/2m}$ und $f_2 = f/\sqrt{2}$
d) nicht das die Federenergie gleich bleibt (gleiche Federkonstante und gleiche Amplitude der Auslenkung)

Warm up: Drehende Scheibe

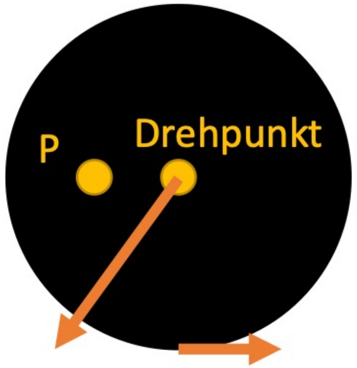
Gezeigt ist eine Scheibe, an der 2 Kräfte wirken. Welche 3. Kraft muss im Punkt P angreifen, damit das resultierende Drehmoment = 0 ist?

a) 

b) 

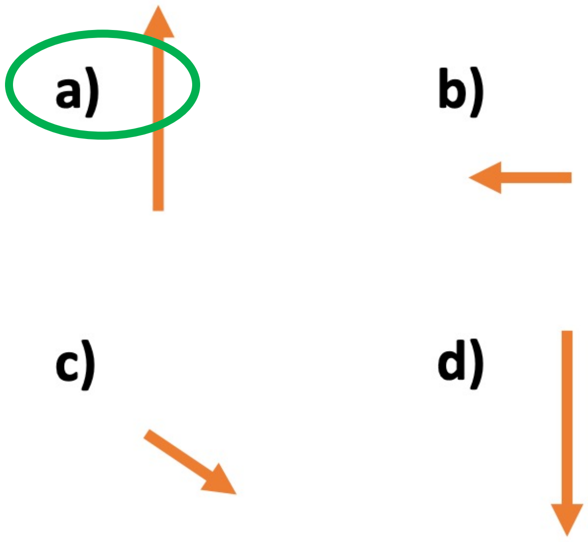
c) 

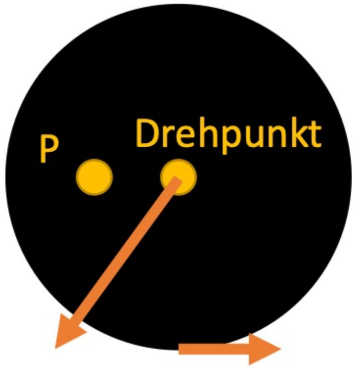
d) 



Warm up: Drehende Scheibe

Gezeigt ist eine Scheibe, an der 2 Kräfte wirken. Welche 3. Kraft muss im Punkt P angreifen, damit das resultierende Drehmoment = 0 ist?





Drehmoment: $\vec{M} = \vec{R} \times \vec{F}$
-> Wir suchen eine Kraft, welche dazu führt, dass sich alle Drehmomente aufheben
b) nicht, weil radiale Kräfte kein Drehmoment ausüben
c) nicht, weil diese Kraft ein zusätzliches Drehmoment kreiert (nutze Rechte Hand Regel)
d) nicht, siehe c)
Zu a) die Kraft setzt am halben Radius an, muss also auch doppelt so gross wie die gegebene Kraft sein.