

Physik I

BIOL/PHARM

Übungsstunde 13

20.12.2021

- Welle-Teilchen Dualismus
- Quantisierung

Welle-Teilchen Dualismus

Lernziele

- Welleneigenschaften von Teilchen kennen
- De Broglie Wellenlänge verschiedener Teilchen berechnen können
- Wissen dass man Teilchen für optische Zwecke nutzen kann

Welle – Teilchen Dualismus

Welle – Teilchen Dualismus:

Quantenobjekte besitzen sowohl Teilchen als auch Wellen Eigenschaften.

Je nach Experiment beschreibt man die Phänomene im Wellen – oder Teilchenbild.

Welle



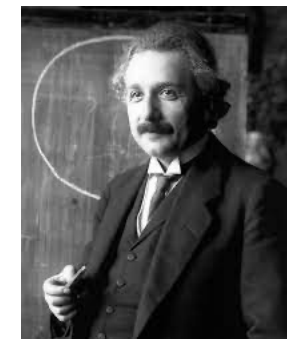
Teilchen

- Ausbreitung im Raum
- Wirkung an mehreren Orten
- Intefferenz

- Exakter Ort
- Wirkung an einem Ort
- Impuls

Welle als Teilchen: **Photoelektrischer Effekt**

Erklärt mittels Teilcheneigenschaften von Wellen, warum Licht Elektronen aus einem Metal schiessen kann.



Albert Einstein

Welleneigenschaften von Teilchen

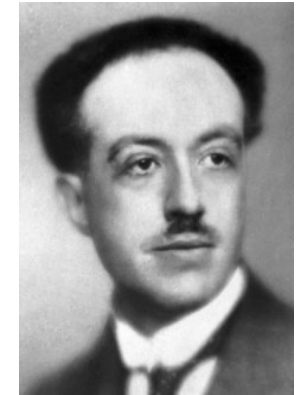
Teilchen als Welle: **De-Broglie Gleichung**

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Wellenlänge [m] →

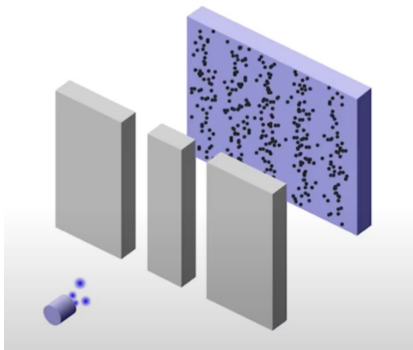
← Planksches Wirkungsquantum [Js]
 $h = 6.626070 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

← Impuls [Ns]



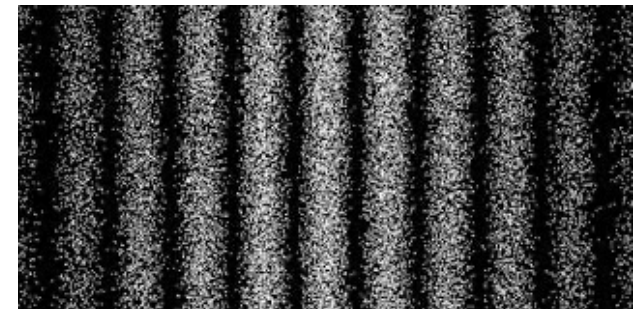
Louis De Broglie

Experimentelle Bestätigung: **Doppelspaltexperiment**

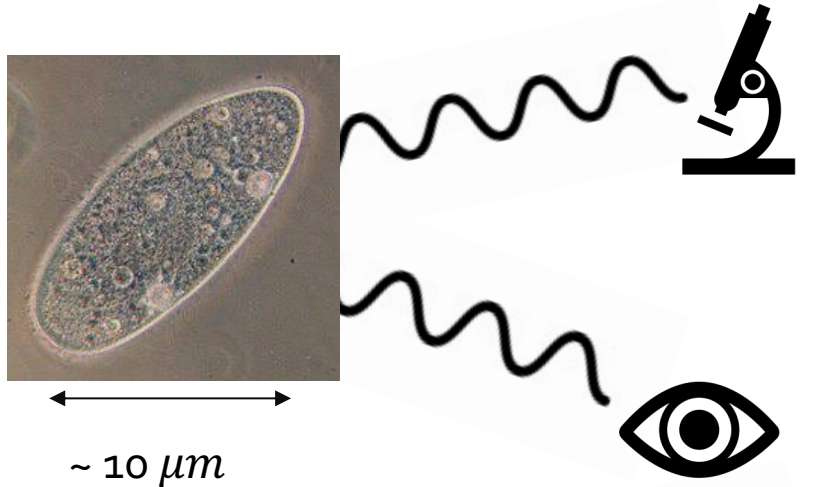


Teilchenverhalten

Wellenverhalten

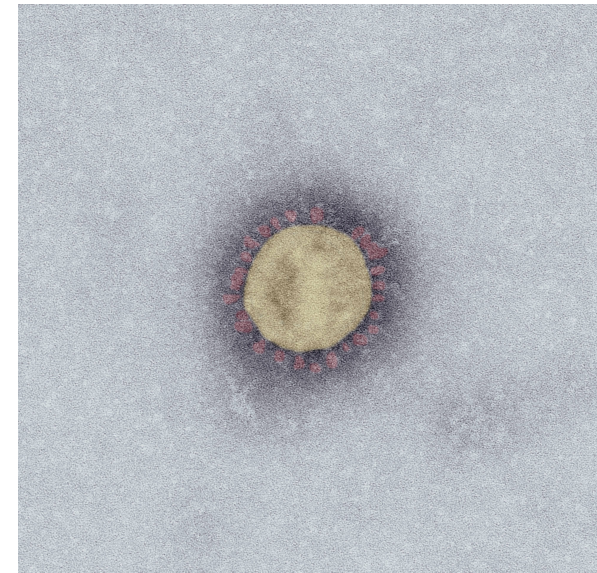
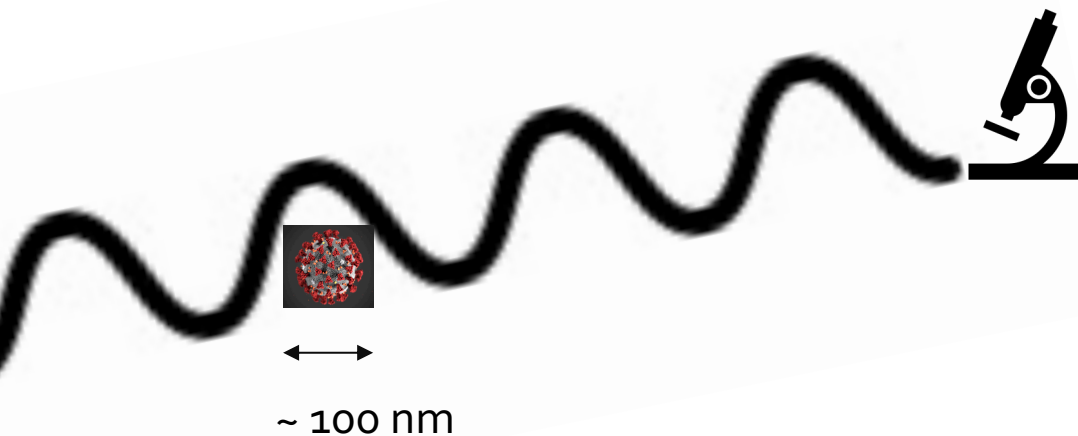


Optische Experimente mit Teilchen



- Auflösungsvermögen optisches Mikroskop:
 - ~ 400 nm

- Kleinere Wellenlängen benötigt um Objekte sehen
- z.B. Elektronenmikroskopie



SARS-Coronavirus-2 (SARS-CoV-2, Isolat SARS-CoV-2/Italy-INMI1). Elektronenmikroskopie, Negativkontrastierung (PTA). Maßstab: 100 nm. Quelle: Robert Koch-Institut

Tips Aufgabe 14.1: Rasterelektronenmikroskopie

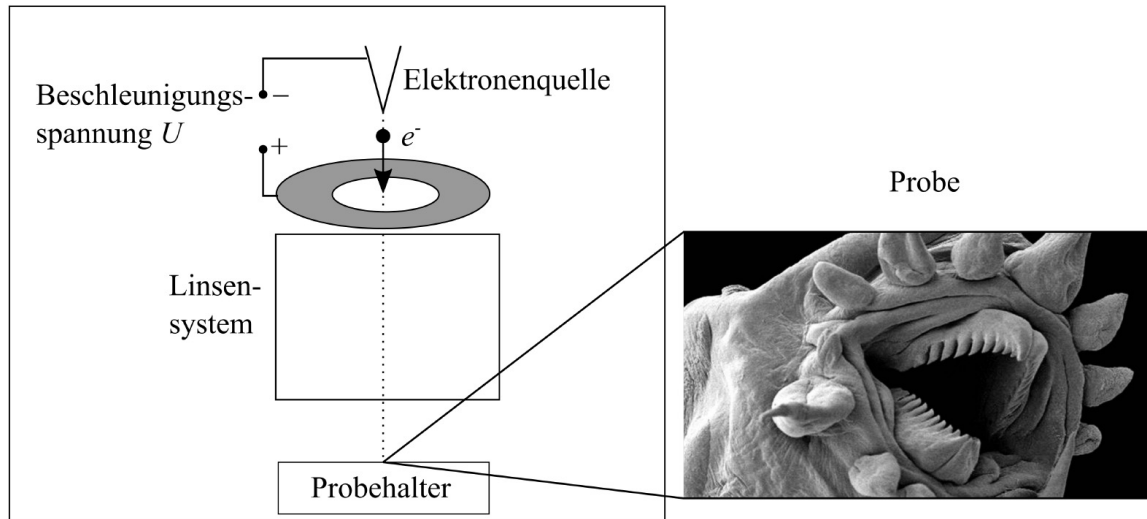


Abbildung 14.1: Schematische Darstellung ein REM (left) und die Abbildung eines *Hydrothermal Worm*, die mit einem REM von Philippe Crassous (FEI Company) aufgenommen worden ist.

- Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit und der maximale Impuls der erzeugten Elektronen. Nehmen Sie dabei an, dass die potentielle Energie der Elektronen gegeben ist durch $E_{\text{pot}} = eU$, wobei $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ die Elementarladung und $U \approx 10 \text{ kV}$ die Beschleunigungsspannung sind.
- Geben Sie eine Formel für die Auflösung des REMs als Funktion der angelegten Spannung an. Sie können für diese Teilaufgabe annehmen, dass die Auflösung durch die charakteristische Länge $d = \alpha \cdot \lambda_{\text{min}}$ gegeben ist. Die Konstante $\alpha \approx 100$ berücksichtigt verschiedene Effekte, die die Auflösung des REMs reduzieren, und λ_{min} ist die kleinste Wellenlänge der Elektronen.

a) E_{pot} wird in E_{kin} umgewandelt
 v und $p = mv$ berechnen

b) De-Broglie Formel verwenden

Quantisierung

Lernziele

- Quantisierung als Konzept in der Quantenmechanik verstehen
- Die Quantisierung vom Impuls, Energie des Teilchen im Kasten kennen
- Quantisierung der Energie vom harmonischen Oszillator kennen
- Quantisierung des Drehimpuls kennen
- Quantenzahlen des Wasserstoffatom kennen

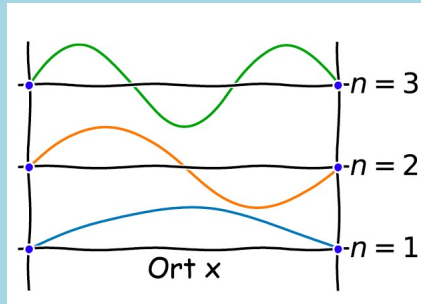
Quantisierung

In der **Quantenmechanik** können vielen physikalischen Größen nicht beliebige, sondern nur ganz bestimmte, diskrete Werte annehmen; sie werden **gequantelt**.

Teilchen im Kasten

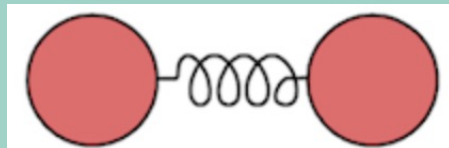
$$\text{Impuls: } p_n = \frac{h}{2L} n$$

$$\text{Energie: } E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$$



Harmonischer Oszillator

$$\text{Energie: } E_n = h f \left(n + \frac{1}{2} \right)$$



Drehbewegung

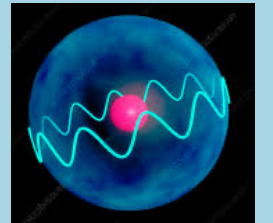
$$\text{Drehimpuls: } |\vec{L}_l| = \hbar \sqrt{l(l+1)}$$

$$\text{z-Komponente: } L_{z,l} = -\hbar l, \hbar(-l+1), \dots, \hbar(l-1), \hbar l$$

$$\text{Rotationenergie: } E_l = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\Theta}$$

Wasserstoffatom

$$\text{Energie: } E_n = -E_{Ry} \frac{1}{n^2} \text{ mit } E_{Ry} = 13.6 \text{ eV}$$



Name	Symbol	Wertebereich
Hauptquantenzahl	n	$n = 1, 2, 3, \dots$
Drehimpulsquantenzahl	l	$l = 0, 1, \dots, n-1$
Magnetische Quantenzahl	l_z	$l_z = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$
Spinquantenzahl	s_z	$s_z = \pm 1/2$

Tips Aufgabe 14.2: Rotationsenergie eines N₂ Molekül

Aufgabe 14.2. Rotationsenergie eines Stickstoffatom

Sie haben bereits in der Vorlesung gelernt, dass gebundene Teilchen quantisierte Drehimpulse besitzen, die gegeben sind durch

$$L = \hbar\sqrt{\ell(\ell + 1)} \quad \text{mit } \ell = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

Damit ist aber auch die Rotationsenergie quantisiert

$$E_{\text{rot},\ell} = \ell(\ell + 1)E_0, \quad (2)$$

wobei E_0 einer charakteristischen Rotationsenergie entspricht.

- Leiten Sie Gl. (2) aus der klassischen Rotationsenergie her, und geben Sie die charakteristische Energie E_0 als Funktion von den Trägheitsmoment an.
- Gegeben sei die charakteristische Rotationsenergie $E_0 = 2.48 \times 10^{-4}$ eV für ein Stickstoffmolekül (N₂). Schätzen Sie die Bindungslänge der zwei Stickstoffatome ab.

Hinweis: Sie können die Masse von einem Stickstoffatom in einem Periodensystem finden.

a) E_{rot} als Funktion von Drehimpuls L ?
siehe Skript Kaptile 3.2.2

b) Trägheitsmoment von Massenpunkt?
siehe Slides Woche 7

Tips Aufgabe 14.3: Elektron im Kasten

Aufgabe 14.3. Elektron im Kasten

Wir betrachten ein Elektron mit Impuls p in einem Kastenpotential, wie in der Abbildung 14.2 gezeigt ist. Das Elektron kann sich zwischen 0 und $L = 0.1 \text{ nm}$ frei bewegen und am Rand stösst es elastisch (keine Energie geht verloren).

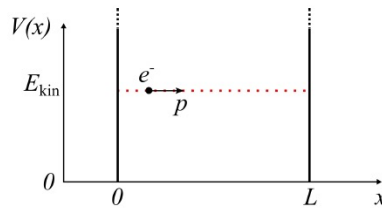


Abbildung 14.2: Das Elektron in einem unendlichen Kastenpotential.

- (a) Benutzen Sie die Bohr-Sommerfeld Quantisierung

$$\frac{1}{h} \oint \vec{p} \circ d\vec{r} = 2\pi n \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

um die erlaubte Werte des Impulses zu berechnen.

- (b) Sie haben bereits gelernt, dass wir ein Elektron als eine Welle beschreiben können. Dabei wird der Zustand eines Elektrons durch seine Wellenfunktion ψ beschrieben. Gegeben sei die Wellenfunktion eines freien Elektrons

$$\psi = \sin(kx), \quad (4)$$

bestimmen Sie die Wellenfunktion ψ_n des Elektrons im Kastenpotential, indem Sie einen quantisierten Wellenvektor k_n definieren.

- (c) Zeichnen Sie ψ_n und $|\psi_n|^2$ als Funktion der Ortskoordinate x für die ersten drei Zustände ($n = 1, 2, 3$) auf. Bei welchen Werten von x treten die Knoten der Wellenfunktionen ψ_i ($i = 1, 2, 3$) auf? Welche physikalische Bedeutung haben die Knoten der Wellenfunktion?
- (d) Das Elektron besitzt die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = 37.6 \text{ eV}$. In welchem Zustand n befindet sich das Elektron?
- (e) Nehmen wir an, die Lage der Potentialbarriere verschiebt sich unmittelbar vor dem Stoss gegen das Elektron. Wenn die Barriere höchstens einen Impuls $2.75 \times 10^{-24} \text{ kgms}^{-1}$ übertragen kann, was passiert mit dem Elektron nach dem Stoss?

Hinweis: wird das Elektron angeregt oder nicht? Nehmen Sie an, dass die Breite L des Kastenpotentials sich nicht verändert.

$$a) \oint \vec{p} \cdot d\vec{r} = \int_0^L p_{\text{hin}} + \int_L^0 p_{\text{zurück}}$$

Finde einen Ausdruck für p als Funktion von n

-> p_n

$$b) k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \lambda \text{ von de Broglie Gleichung}$$

c) Zeichne $\Psi_n(x)$ für $x = 0$ bis L

d) Was ist E_{kin} als Funktion von n ?

Nutze Impuls p_n

e) Impuls ist quantisiert. Was passiert mit dem Impulsübertrag?



QUIZ!

Frage 1: Einheiten

Welche der nachfolgenden physikalischen Formeln kann nicht korrekt sein?

$$a) y(t) = y_0 \exp(-\omega t + x \frac{2\pi}{\lambda})$$

t Zeit, y Auslenkung, y_0 Länge, ω Kreisfrequenz, x Position, λ Wellenlänge

$$b) \Omega = \binom{2N + K}{K}$$

Ω Multiplizität, N & K einheitenlose Zahl

$$c) \text{prob}(x) \propto \exp(-\frac{k * x}{k_B T})$$

k Federkonstante $[k] = \text{N/m}$, k_B Boltzman Konstante $[k_B] = \text{J/K}$, T Temperatur

$$d) v = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m}}$$

m Masse

Frage 2: Lokalzeiten in der Schweiz

Schätzfrage:

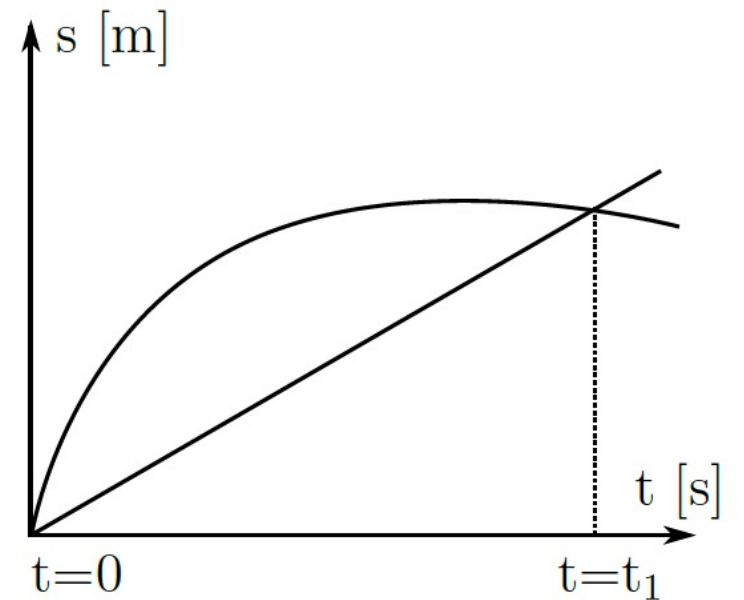
Bis in die Mitte des 19. Jahrhunderts hatten Schweizer Städte unabhängige Ortszeiten. Was war der Zeitunterschied zwischen dem östlichsten Punkt der Schweiz in Graubünden und dem westlichsten im Kanton Genf?



Frage 3: Ort - Geschwindigkeit

Der Graph rechts zeigt die Position s von zwei Objekten als Funktion der Zeit t . Welche Aussage ist richtig?

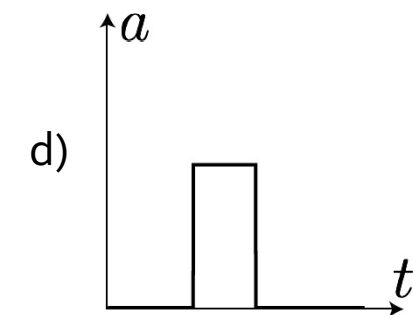
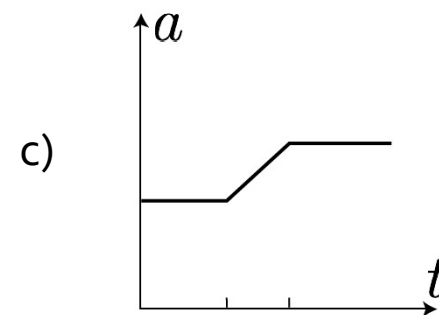
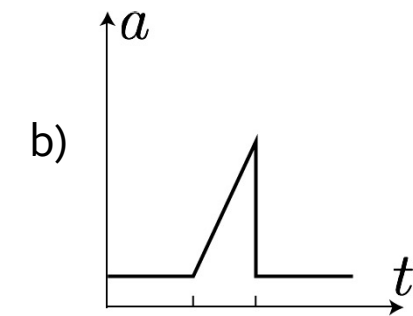
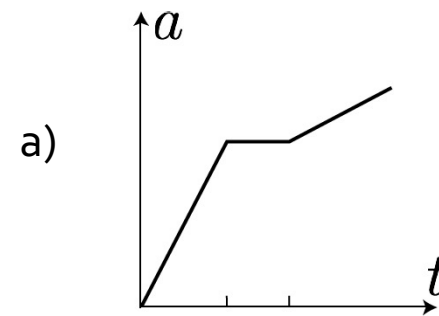
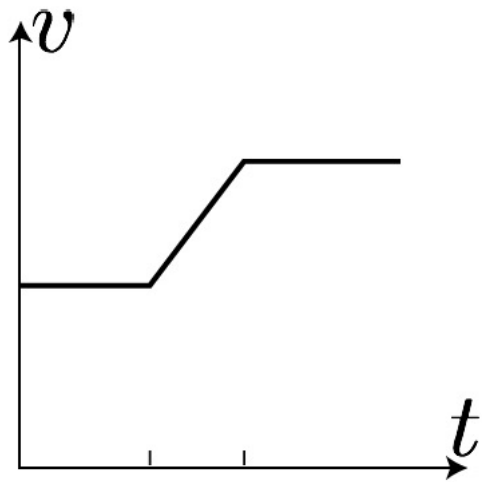
- a) Zur Zeit t_1 haben beide Objekte die selbe Geschwindigkeit
- b) Beide Objekte beschleunigen während des gesamten dargestellten Vorgangs.
- c) Zur mindestens einer Zeit $t < t_1$ haben beide Objekte die gleiche Geschwindigkeit.
- d) Für einen Zeitpunkt im dargestellten Zeitintervall haben beide Objekte die gleich Beschleunigung.



Frage 4: Geschwindigkeit - Beschleunigung

Ein Objekt bewegt sich als Funktion der Zeit t mit einer Geschwindigkeit v wie in der Skizze links gezeigt.

Welcher der folgenden Graphen zeigt den richtigen qualitativen Verlauf der Beschleunigung a als Funktion der Zeit t ?



Frage 5: Gepard vs. Gazelle

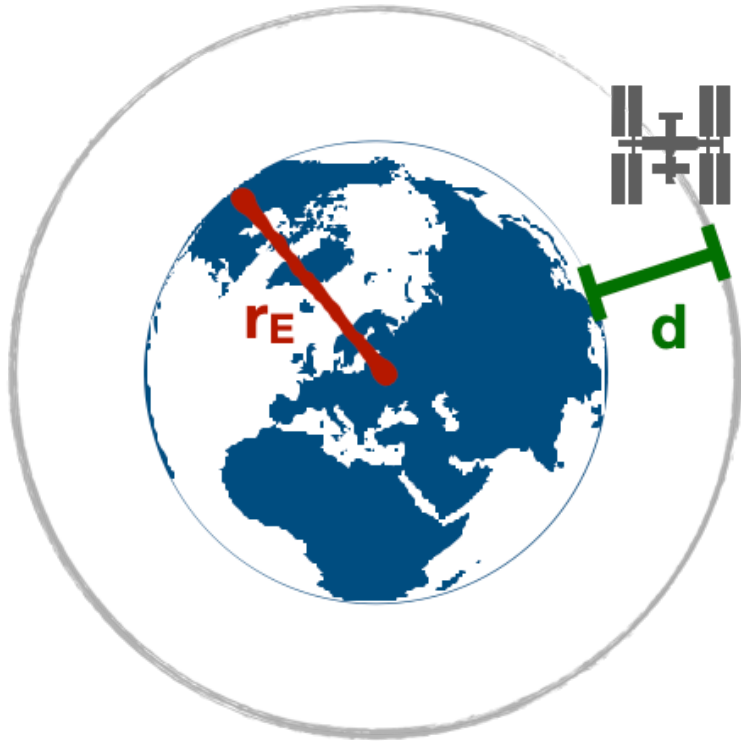
Rechenaufgabe:

Ein Gepard kann kurze Zeit (etwa 10 s) Geschwindigkeiten von 108 km/h laufen. Eine Gazelle kann eine wesentlich längere Zeit 54 km/h laufen.

Wie groß muss der Vorsprung der Gazelle sein, um dem Gepard entkommen zu können?



Frage 6: Raumstation im Orbit



Rechenaufgabe:

Die internationale Raumstation (ISS) umkreist die Erde ($r_e = 6378 \text{ km}$) in einer Höhe von etwa $d = 410 \text{ km}$. Für eine gesamte Umrundung benötigt die Station gerade einmal $T \sim 93 \text{ min}$. Wie gross ist die Geschwindigkeit mit der die ISS um die Erde fliegt?

Frage 7: Astronauten auf der ISS

Schätzfrage:

Wie viele Personen waren schon auf der ISS?



Frage 8: Tauziehen

Beim Tauziehen wird das Verlierer Team langsam, mit konstanter Geschwindigkeit in die Mitte gezogen. Welche Aussage stimmt?

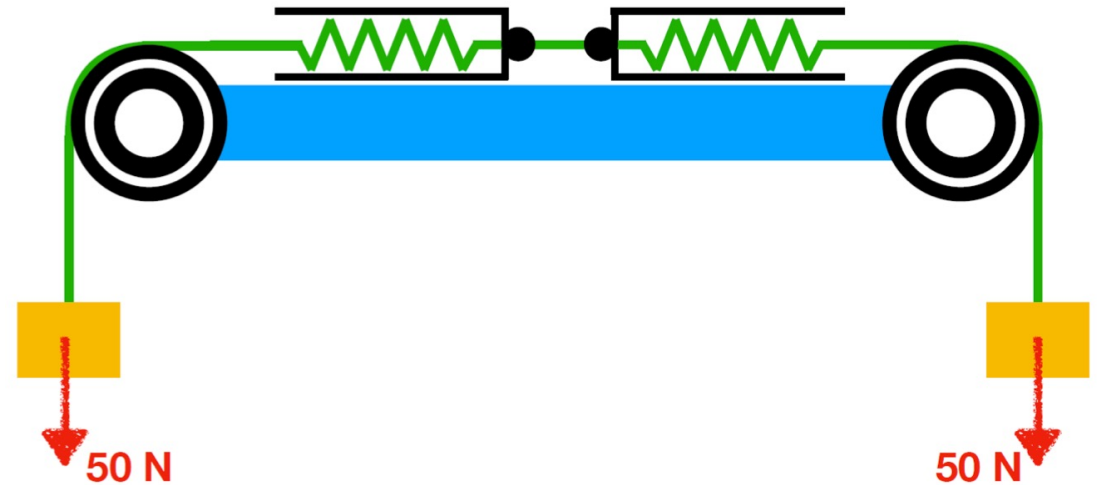
- a) Die Verlierer üben mehr Kraft aus als die Sieger.
- b) Die Verlierer üben gleich viel Kraft aus wie die Verlierer.
- c) Die Sieger üben mehr Kraft aus als die Verlierer.
- d) Die Elastizität des Seils sorgt dafür, dass beide Teams immer gleich viel Kraft ausüben.



Frage 9: Kraftmesser

Welche Kraft zeigen die Federkraftmesser an?

- a) 25 N
- b) 50 N
- c) 100 N
- d) Kommt drauf an, aus welchem Material die Feder ist.



Frage 10: Skydiving



Rechenaufgabe:

Welche maximal Geschwindigkeit erreicht man beim Skydiving?

Luftreibung: $F_w = \beta v^2$, $\beta = 0.22 \text{ kg/m}$
 $m = 70 \text{ kg}$

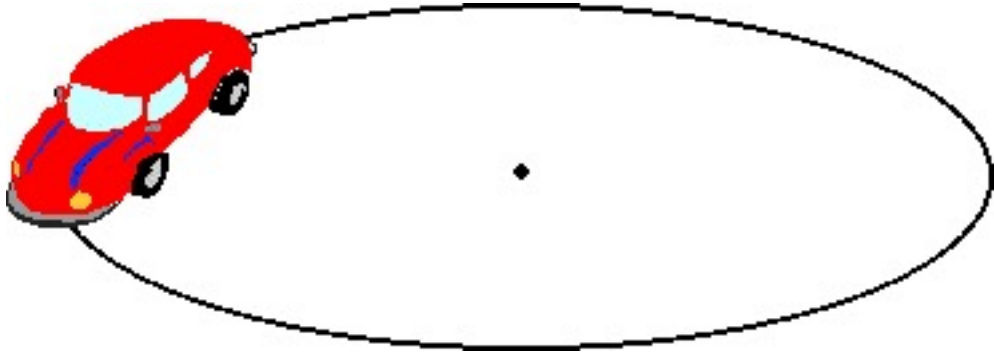
Frage 11: Skydiving with RedBull



Schätzaufgabe:

Welche maximal Geschwindigkeit erreichte Felix Baumgartner bei seinem Sprung aus der Stratosphäre?

Frage 12: Auto im Kreisel

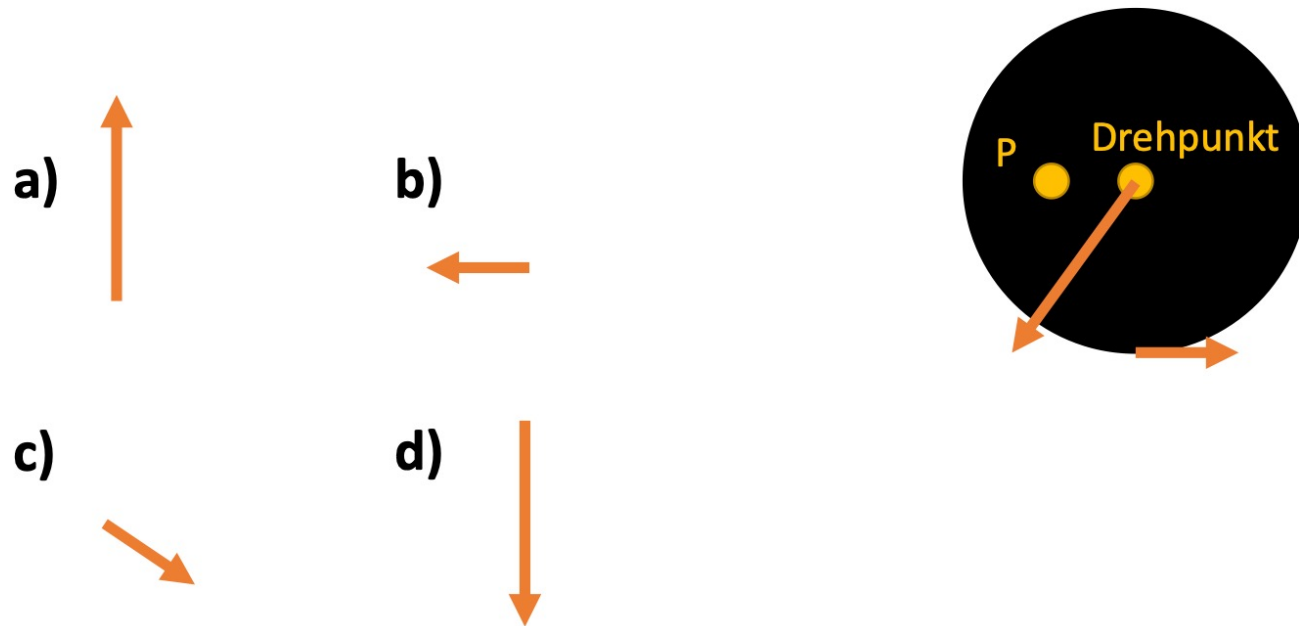


Welche Kraft wirkt als Zentripetalkraft, sodass das Auto eine Kreisbewegung auf der Fahrbene machen kann?

- a) Zentrifugalkraft
- b) Normalkraft
- c) Reibungskraft
- d) Antriebskraft

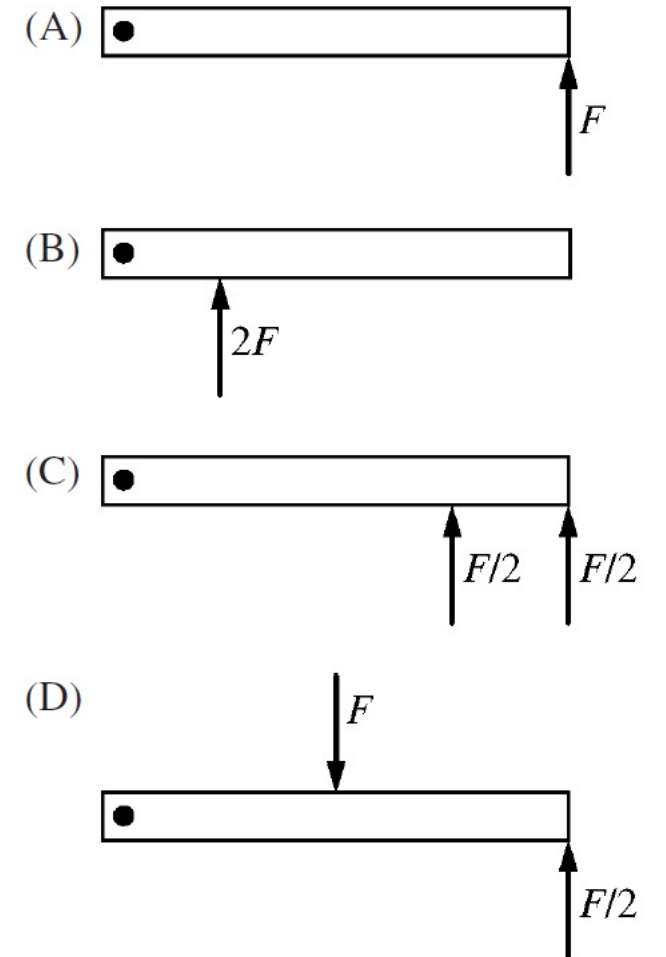
Frage 13: Drehende Scheibe

Gezeigt ist eine Scheibe, an der 2 Kräfte wirken. Welche 3. Kraft muss im Punkt P angreifen, damit das resultierende Drehmoment = 0 ist?



Frage 14: Drehende Stange

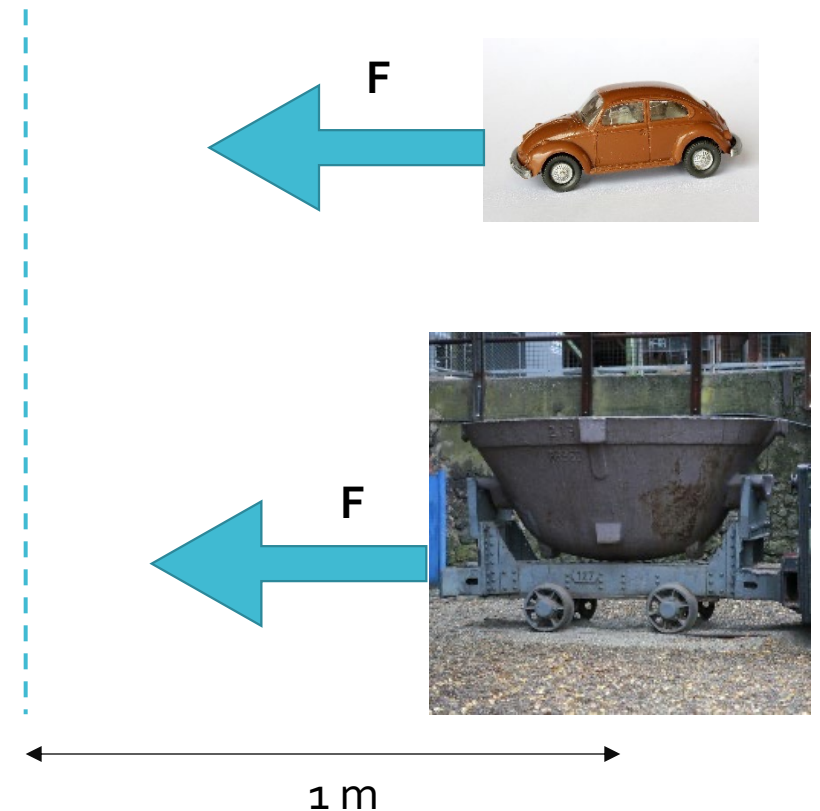
Eine solide Metallstange ist an ihrem linken Ende so befestigt, dass sie um die vertikale Achse rotieren kann. Das Bild zeigt verschiedene Kräfte die an unterschiedlichen Orten wirken. In welcher Situation nimmt die Winkelgeschwindigkeit der Stange am schnellsten zu?



Frage 15: Energie des Auto

Ein kleines Plastikauto und ein schwerer Eisenwagen werden beide mit derselben Kraft F über 1 m beschleunigt. Nachdem die Kraft aufhört zu wirken, vergleicht man die kinetische Energie E_{kin} der beiden Fahrzeuge. Welche Aussage gilt?

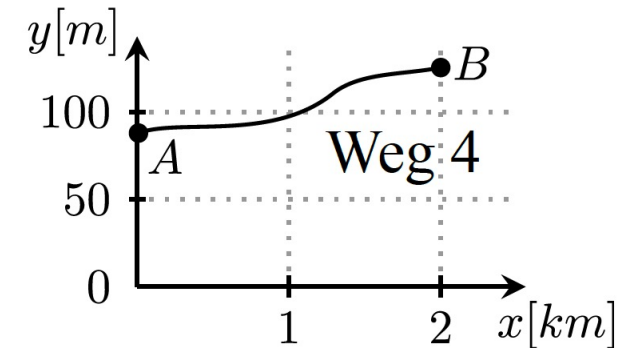
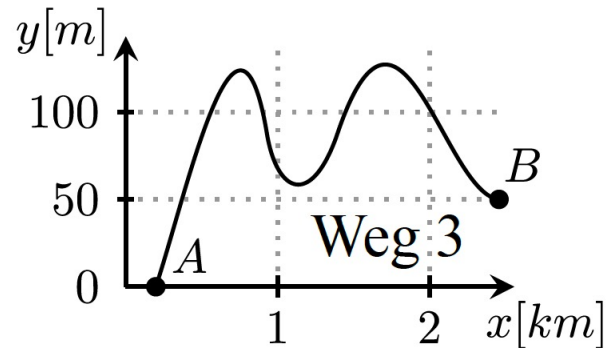
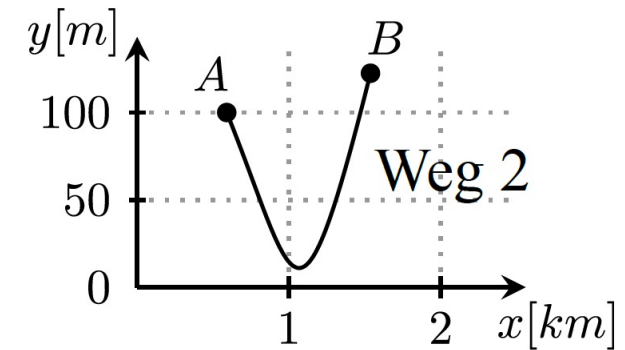
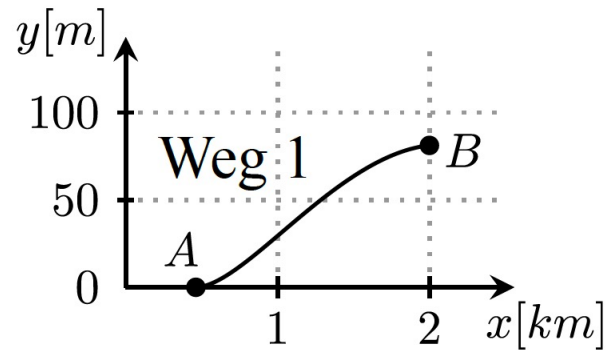
- a) E_{kin} des Plastikauto ist grösser
- b) E_{kin} des Eisenwagen ist grösser
- c) E_{kin} der beiden Fahrzeuge ist gleich
- d) Über E_{kin} kann man nichts sagen, sie hängt von der Kraft ab.



Frage 16: Auto über Hügel

Ein Auto fährt reibungsfrei von A bis B. Auf welchem der unten skizzierten Wege wird die grösste Menge Benzin verbraucht? Die Gravitationskraft zeigt wie üblich entlang der negativen y-Richtung.

- a) Weg 1
- b) Weg 2
- c) Weg 3
- d) Weg 4

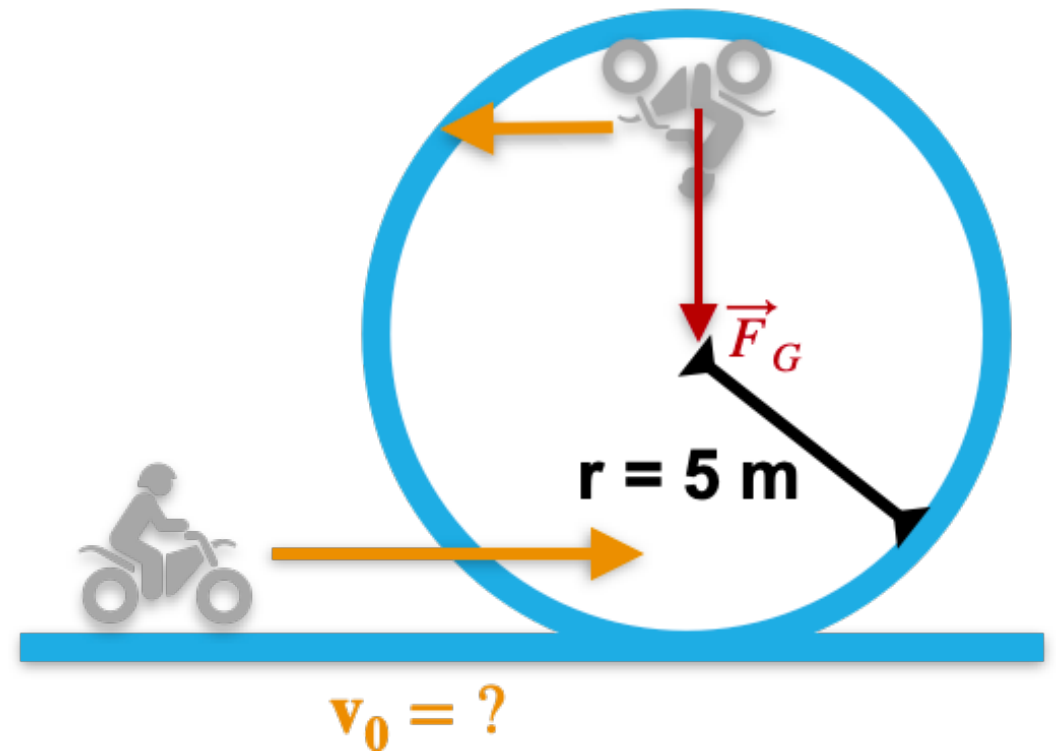


Frage 17: Motorrad im Looping

Ein Motorradfahrer möchte einen Looping durchfahren. Der Radius des Loopings beträgt 5 m . Der Motorradfahrer braucht eine Mindestgeschwindigkeit, damit er nicht herunterfällt.

Rechenaufgabe:

Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit muss der Motorradfahrer in den Looping einfahren, sodass er den Looping schafft?

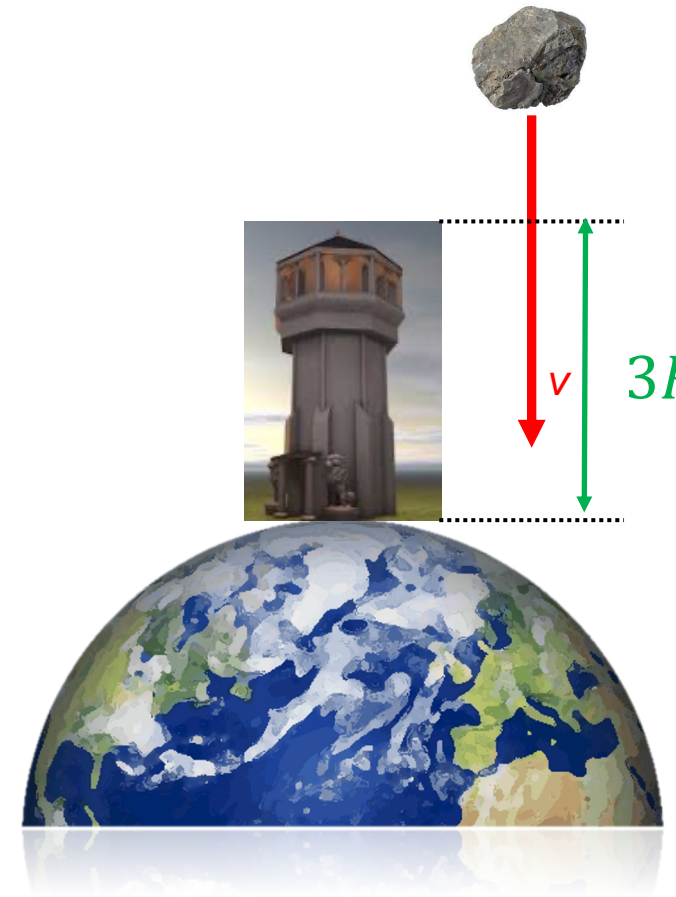


Frage 18: Stein fällt auf Erde

Ein Stein, ursprünglich in Ruhe und unendlich weit entfernt von der Erde, wird freigelassen und beschleunigt auf die Erde zu. Ein Beobachtungsturm auf der Höhe $h = 3 R_E$ beobachtet den Stein als er auf die Erde stürzt. Ohne Reibung, ist die Geschwindigkeit des Steins auf der Erdoberfläche

- a) gleich so gross
- b) doppelt gross
- c) dreimal so gross
- d) viermal so gross

wie die Geschwindigkeit auf der Höhe des Beobachtungsturm.



Frage 19: Fortbewegung in Weltall

Eine Astronautin behauptet, sie habe im schwerelosen Raum eine schwere Eisenkugel auf eine Geschwindigkeit von 0.1 m/s beschleunigt ohne sich dabei irgendwo festzuhalten. Welche Aussage ist richtig?



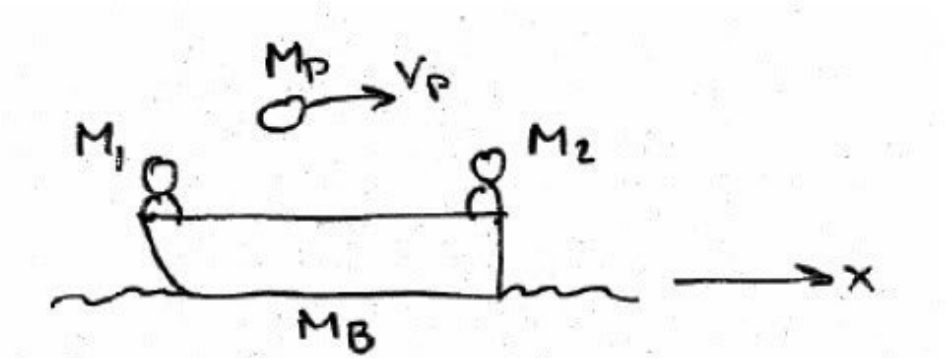
- a) Nach dem Vorgang fliegt sie selbst in die entgegengesetzte Richtung wie die Kugel. Das Verhältnis ihrer Körpermasse zur Kugelmasse ist dabei vom Betrag gleich dem Verhältnis der Kugelgeschwindigkeit zu ihrer Körpergeschwindigkeit.
- b) Im schwerelosen Raum hat die Eisenkugel kein Gewicht. Deshalb braucht die Astronautin keine Kraft um die Kugel zu beschleunigen, muss sich demzufolge auch nicht festhalten und leistet keine Beschleunigungsarbeit.
- c) Die Astronautin kann die Kugel im schwerelosen Raum gar nicht beschleunigen, weil sie aufgrund des dritten Newtonschen Gesetzes selbst einen Rückstoss erleidet, wenn sie sich nicht festhält.
- d) Im schwerelosen Raum spielt die Masse der Kugel und auch die Körpermasse der Astronautin keine Rolle. Nach dem Vorgang bewegen sich beide mit entgegengesetzt gleichen Geschwindigkeiten auseinander.

Frage 20 & 21 : Stuck on a boat

Zwei Personen ($M_1 = 80 \text{ kg}$, $M_2 = 70 \text{ kg}$) sitzen am entgegengesetzten Ende eines Bootes ($M_B = 50 \text{ kg}$), welches reibungsfrei durch das Wasser gleiten kann. Person 1 wird den Rucksack ($M_P = 10 \text{ kg}$) zu Person 2 mit einer Geschwindigkeit von 4 m/s .

Rechenaufgabe:

- 19) Welche Geschwindigkeit hat das Boot während der Rucksack in der Luft ist?
- 20) Welche Geschwindigkeit hat das Boot nachdem Person 2 den Rucksack gefangen hat?



Frage 22: Nobelpreis für Quantenmechanik

Schätzfrage:

Wieviele Nobelpreis wurden in direkten Zusammenhang mit der Quantenmechanik verliehen?

