



# Engaging Physics Tutoring

Physik I

Lektion 8

*Erhaltungssätze  
Stöße  
Kraftstoss*

# Themen der Lektion

## Erhaltungssätze

Energie

Impuls

Drehimpuls

Berechnen von Stößen

Kraftstoß

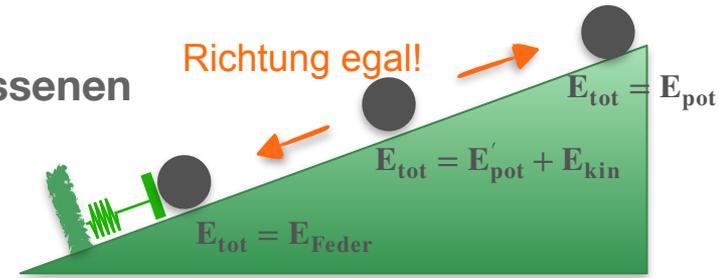
# Überblick

## Energieerhaltung

Gesamtenergie im abgeschlossenen System bleibt erhalten.

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{rot}} + \dots = \text{const.}$$

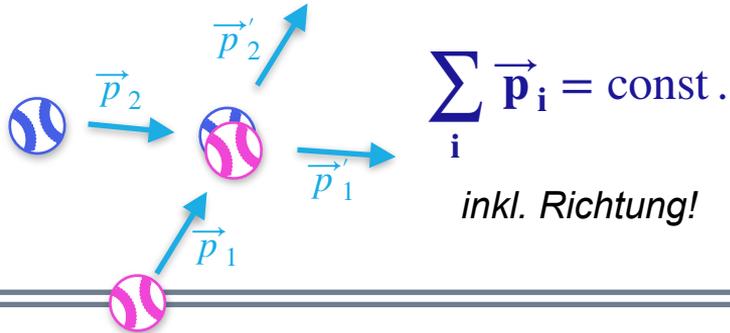
“abgeschlossen”: Kein Energieaustausch von/nach aussen



## Erhaltungssätze

### Impulserhaltung

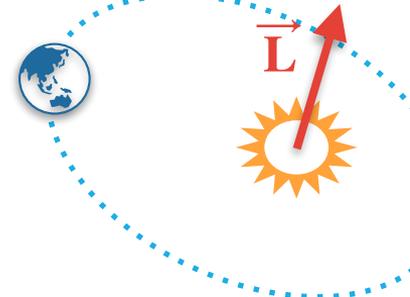
Summe aller Impulse ist konstant, wenn keine äussere Kraft wirkt



### Drehimpulserhaltung

$$\sum_i \vec{L}_i = \text{const.} \quad \text{auch Drehachse bleibt erhalten!}$$

Gesamtdrehimpuls im System bleibt konstant, wenn kein externes Drehmoment wirkt

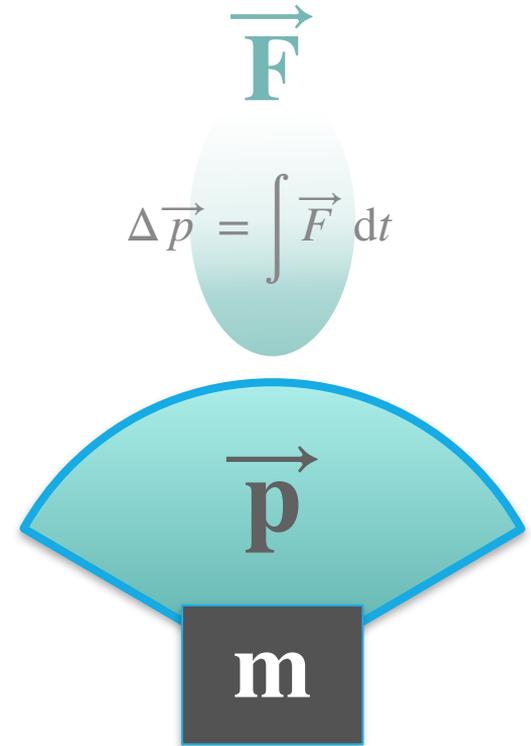
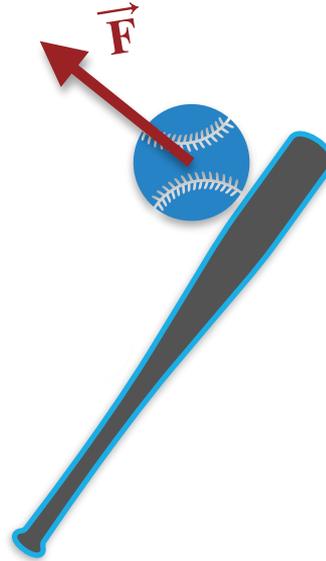
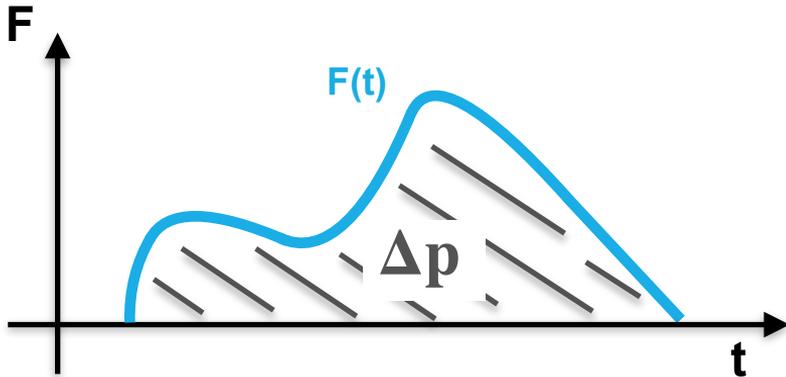


# Grundidee beim Kraftstoss:

Verlauf der Kraft über Zeit ist oft zu komplex für Berechnung.

Betrachte stattdessen Impulsübertrag, der insgesamt stattfindet!

⇒ **Integral**



# Rechnen mit Stößen

Kräfte während Stoss zu komplex  
- benutze Erhaltungssätze

## voll elastisch



- ◆ Kombiniere Impuls- und Energieerhaltung

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_i \vec{p}'_i \quad \sum_i E_i = \sum_i E'_i$$

- ◆ Löse dann nach gesuchter Geschwindigkeit auf.

Beispiel zwei Massen, 1D:  $v'_1 = 2 \cdot \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_1$

## Situation bevor Stoss

Stelle Gesamtimpuls auf



Beispiel zwei Massen, 1D:  $\sum p_i = m_1 v_1 + m_2 v_2$

## voll inelastisch



- ◆ Erhalte Geschwindigkeit aus Impulserhaltung

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_i \vec{p}'_i$$

Beispiel zwei Massen, 1D:  $v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

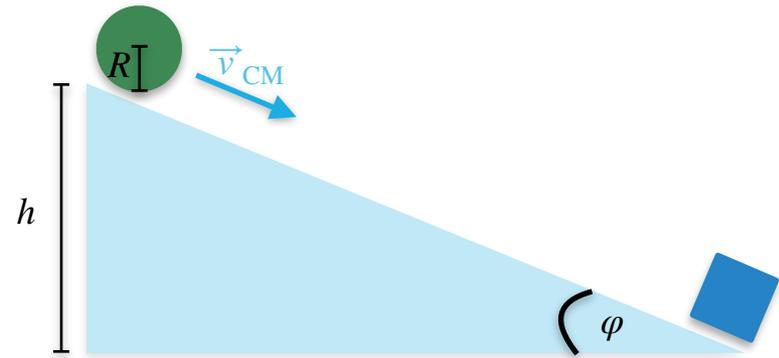
- ◆ Energie  $\Delta U$  geht in Verformung!

$$\Delta U = \sum_i E_i - \sum_i E'_i$$

# Energieerhaltung auf Rampe

# Zwei Körper auf Rampe

Wir vergleichen einen Zylinder und eine Box, welche am oberen Ende einer Rampe losgelassen werden. Die Box gleite reibungsfrei ab, während der Zylinder perfekt abrolle (ohne Rutschen).

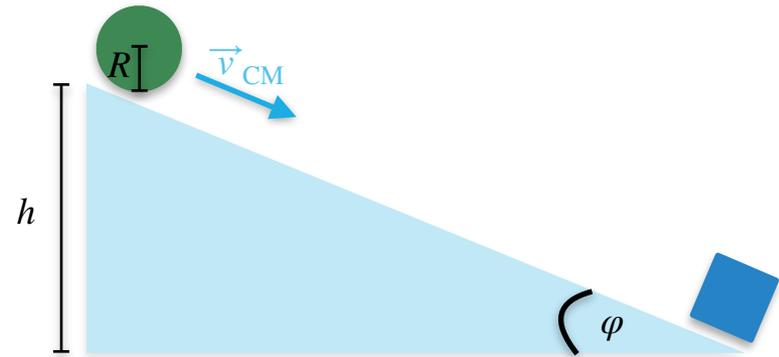


Bei welchem der beiden Körper wird der Massenschwerpunkt am unteren Ende der Rampe eine grössere Geschwindigkeit  $v_{CM,end}$  haben?

- A) Der Zylinder wird am Ende der Rampe schneller unterwegs sein.
- B) Die Box wird am Ende der Rampe schneller unterwegs sein.
- C) Beide gleich.
- D) Lässt sich nicht sagen, da Angaben zur Grösse und Masse der Körper fehlen.

# Zwei Körper auf Rampe

Wir vergleichen einen Zylinder und eine Box, welche am oberen Ende einer Rampe losgelassen werden. Die Box gleite reibungsfrei ab, während der Zylinder perfekt abrolle (ohne Rutschen).



Bei welchem der beiden Körper wird der Massenschwerpunkt am unteren Ende der Rampe eine grössere Geschwindigkeit  $v_{CM,end}$  haben?

A) Der Zylinder wird am Ende der Rampe schneller unterwegs.



B) Die Box wird am Ende der Rampe schneller unterwegs.

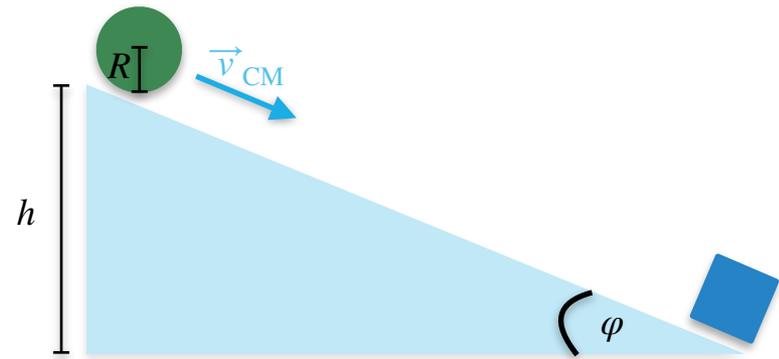
C) Beide gleich.

D) Die Beschleunigung beider Körper ist unabhängig von deren Masse oder Ausdehnung!

Bei der Box wird die gesamte potentielle Energie in translative kinetische Energie umgesetzt. Beim Zylinder wird hingegen ein Teil der Energie in Rotationsenergie des Zylinders übergehen!

## Zwei Körper auf Rampe - Rechnung

Wir vergleichen einen Zylinder und eine Box, welche am oberen Ende einer Rampe losgelassen werden. Die Box gleite reibungsfrei ab, während der Zylinder perfekt abrolle (ohne Rutschen).



Wie gross sind jeweils die Geschwindigkeiten der Massenschwerpunkte beider Körper am Ende der Rampe?

(Rotationsenergie eines Vollzylinders ist  $E_{rot} = \frac{1}{4} m R^2 \omega^2$ ).

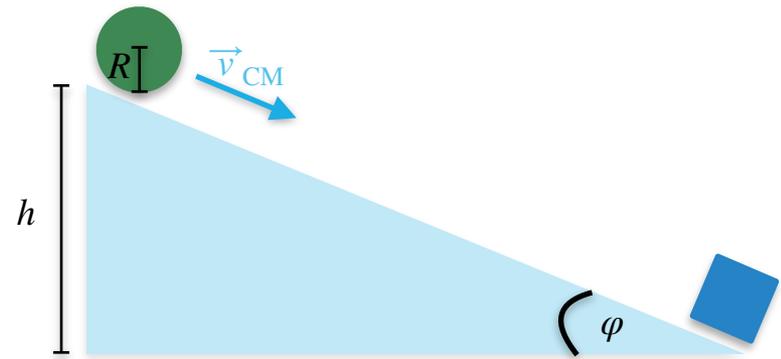
Potentielle Energie am Anfang:  $E_0 =$

Energie der Box am Ende:  $E_{box} =$

Energie des Zylinders am Ende:  $E_{cyl} =$

# Zwei Körper auf Rampe - Rechnung

Wir vergleichen einen Zylinder und eine Box, welche am oberen Ende einer Rampe losgelassen werden. Die Box gleite reibungsfrei ab, während der Zylinder perfekt abrolle (ohne Rutschen).



Wie gross sind jeweils die Geschwindigkeiten der Massenschwerpunkte beider Körper am Ende der Rampe?

(Rotationsenergie eines Vollzylinders ist  $E_{rot} = \frac{1}{4}mR^2\omega^2$ ).

Potentielle Energie am Anfang:  $E_0 = E_{pot} = mgh$

Energie der Box am Ende:  $E_{box} = \frac{1}{2}mv_{end}^2$  → Gleichsetzen liefert  $v_{end} = \sqrt{2gh}$

Energie des Zylinders am Ende:  $E_{cyl} = \frac{1}{2}mv_{end}^2 + \frac{1}{4}mR^2\omega^2$  → Gleichsetzen:  $v_{end} = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$

Rollbedingung:  $R^2\omega^2 = v_{end}^2$

Unabhängig  
von Masse  
oder Radius!

# Alternativer Antrieb auf dem Eis (inelastischer Stoss)

# Rückstoss auf dem Eis

Ein Schlittschuhfahrer will sich durch Rückstoss fortbewegen. Dazu wirft er aus dem Stand einen schweren Stein ( $m_S = 20 \text{ kg}$ ) weg. Nach dem Wurf hat dieser eine Horizontalgeschwindigkeit von  $v_S = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- A) Wie schnell bewegt sich nun der Schlittschuhfahrer?
- B) Wie viel Arbeit mussten seine Muskeln verrichten?

Annahme: Er wiegt ungefähr 60 kg.



# Rückstoss auf dem Eis

$$v_0 = 0$$

$$m_S = 20 \text{ kg}$$

$$m_K = 60 \text{ kg}$$

$$v_S = 9 \text{ m/s}$$

A) Wie schnell bewegt sich nun der Schlittschuhfahrer?

Impulsbilanz:  $p_{0,ges} = p'_{ges}$

$$p_{0,ges} = (m_K + m_S) \cdot v_0 = 0$$

$$p'_{ges} = m_K v_K - m_S v_S \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad v_K = \frac{m_S}{m_K} v_S = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

B) Wie viel Arbeit mussten seine Muskeln verrichten?

Die Arbeit, die er aufbringen musste, entspricht der Differenz der Gesamtenergie nach dem Stoss und vor dem Stoss.

(“inelastischer Stoss rückwärts”)

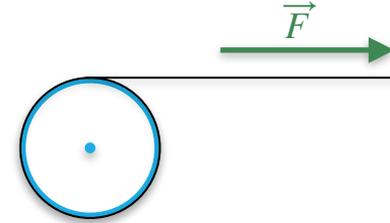
$$W = \Delta U = E'_{ges} - E_{0,ges} = \frac{1}{2} m_S v_S^2 + \frac{1}{2} m_K v_K^2 - 0 = 1.08 \text{ kJ}$$



# Beschleunigung von Spulen

## Spule und Faden

Eine Spule wird wie abgebildet über einem Faden nach rechts beschleunigt. Der Faden ist um die Spule gewickelt. Die Spule ist reibungslos auf dem Untergrund gelagert.

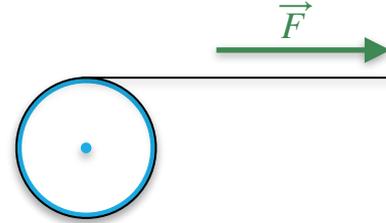


Was passiert mit der Spule?

- A) Sie beginnt sich nach rechts zu bewegen, ohne sich zu drehen.
- B) Sie bleibt an der Stelle und beginnt sich zu drehen.
- C) Sie beginnt sich zu drehen und bewegt sich gleichzeitig nach rechts.
- D) Es fehlen Informationen.

## Spule und Faden

Eine Spule wird wie abgebildet über einem Faden nach rechts beschleunigt. Der Faden ist um die Spule gewickelt. Die Spule ist reibungslos auf dem Untergrund gelagert.



Was passiert mit der Spule?

- A) Sie beginnt sich nach rechts zu bewegen, ohne sich zu drehen.
- B) Sie bleibt an der Stelle und beginnt sich zu drehen.
- C) Sie beginnt sich zu drehen und bewegt sich gleichzeitig nach rechts.
- D) Es fehlen Informationen.

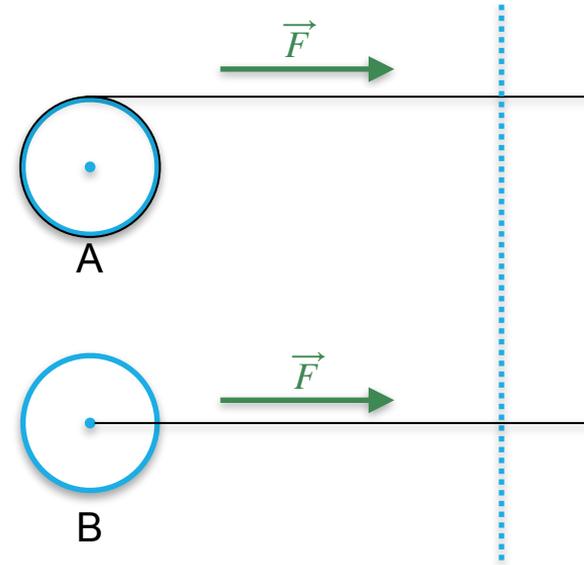
Die Kraft verursacht sowohl eine Beschleunigung des Massenschwerpunkts, als auch ein Drehmoment an der Spule. Sie beginnt sich also zu drehen und gleichzeitig nach rechts zu bewegen.

## Wettlauf der Spulen

Zwei baugleiche Spulen werden mit identischen Kräften durch Faden in Richtung einer Ziellinie beschleunigt. Bei einer Spule ist der Faden am Massenschwerpunkt befestigt, bei der anderen ist der Faden auf die Spule gewickelt. Die Masse des Fadens ist vernachlässigbar und die Spulen gleiten reibungsfrei über den Boden.

Welche Spule erreicht die Ziellinie zuerst?

- A) Spule A      B) Spule B      C) Beide gleichzeitig.



# Wettlauf der Spulen

Zwei baugleiche Spulen werden mit identischen Kräften durch Fäden in Richtung einer Ziellinie beschleunigt. Bei einer Spule ist der Faden am Massenschwerpunkt befestigt, bei der anderen ist der Faden auf die Spule gewickelt. Die Masse des Fadens ist vernachlässigbar und die Spulen gleiten reibungsfrei über den Boden.

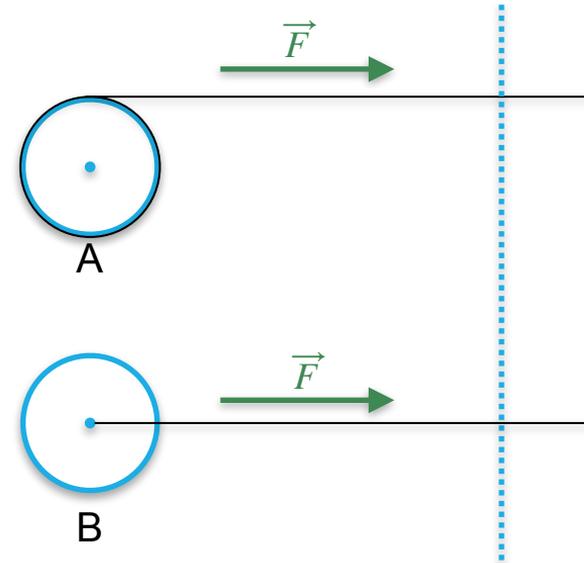
Welche Spule erreicht die Ziellinie zuerst?

A) Spule A

B) Spule B



Beide gleichzeitig.



Auf beide Spulen wirkt gesamthaft eine identische Beschleunigung, da sie dieselbe Kraft erfahren und identische Massen haben ( $a_{tot} = F_{tot}/m$ ). Wo die Kraft genau angreift spielt keine Rolle für die Beschleunigung, da die Kraft auf die Gesamtsysteme gleich ist!

**Achtung:** Auf dem Weg zum Ziel wird Spule A abgerollt und beginnt sich zu drehen. Die Strecke, um die der Faden nach rechts gezogen werden muss, ist also grösser und somit ist auch die Arbeit grösser, die am Ende des Fadens aufgebracht werden muss. Diese zusätzliche Arbeit ermöglicht somit die Rotation von Spule A.

# Kollision mit Baum

## Auto A:

### Inelastische Karosserie

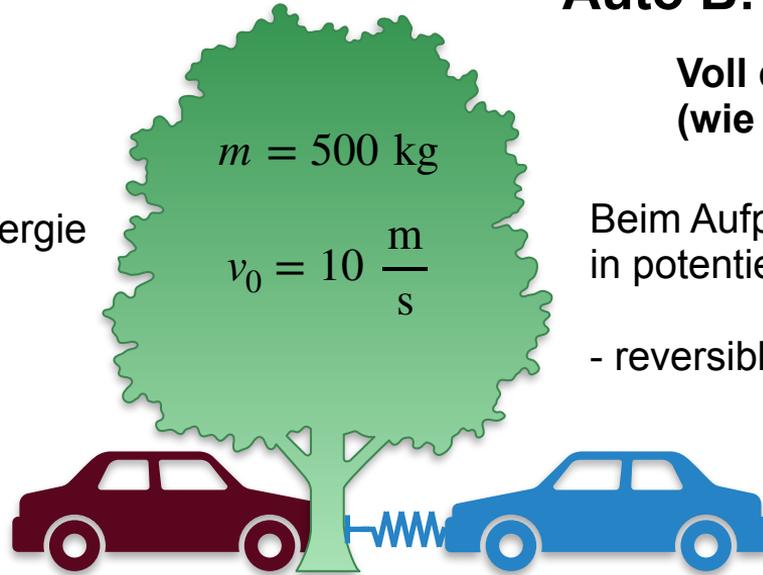
Beim Aufprall geht kinetische Energie in Deformationsarbeit über

- irreversible Verformung

Annahme:

Während Kollision wirkt konstante Kraft

$$F_R = 50 \text{ kN}$$



## Auto B:

### Voll elastische Karosserie (wie ungedämpfte Feder)

Beim Aufprall geht kinetische Energie in potentielle Energie der Feder über

- reversible Verformung

Annahme:

Federkonstante

$$D = 200 \text{ N/mm}$$

## Fragen:

Welches Auto ist bei einer frontalen Kollision sicherer für die Insassen?

Welche Größen sind für die Entscheidung von Interesse?

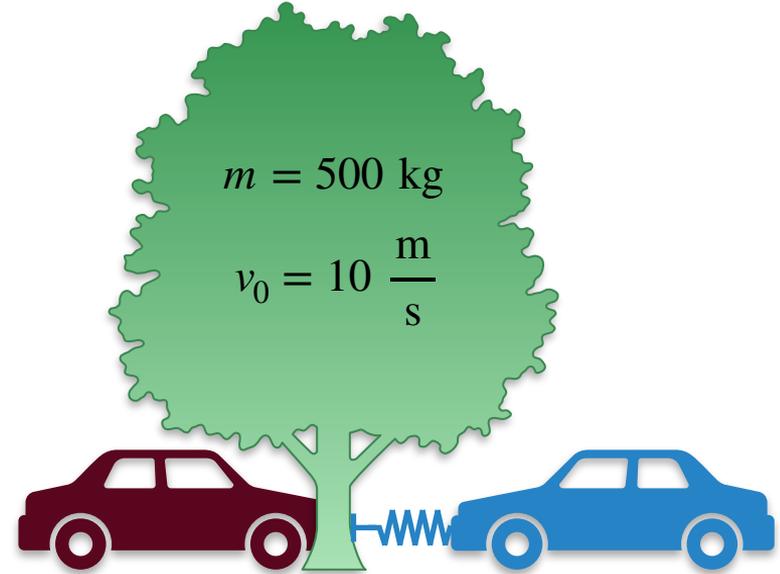
## Welche Grössen sind für die Entscheidung von Interesse?

Für Insassen sind beim Aufprall auf den Baum die hohen (abbremsenden) Beschleunigungen gefährlich.

⇒ Berechne maximale (negative) Beschleunigung in beiden Fällen

Zusätzlich kann die Länge des Bremswegs eine Rolle spielen: Je kürzer der Weg, desto grösser die durchschnittliche Beschleunigung

⇒ Berechne Bremswege in beiden Fällen



Verformung verursacht

$$F_R = 50 \text{ kN}$$

Feder mit

$$D = 200 \text{ N/mm}$$

# Rechnung für Auto A

⇒ maximale Beschleunigung:

Beschleunigung ist konstant bei

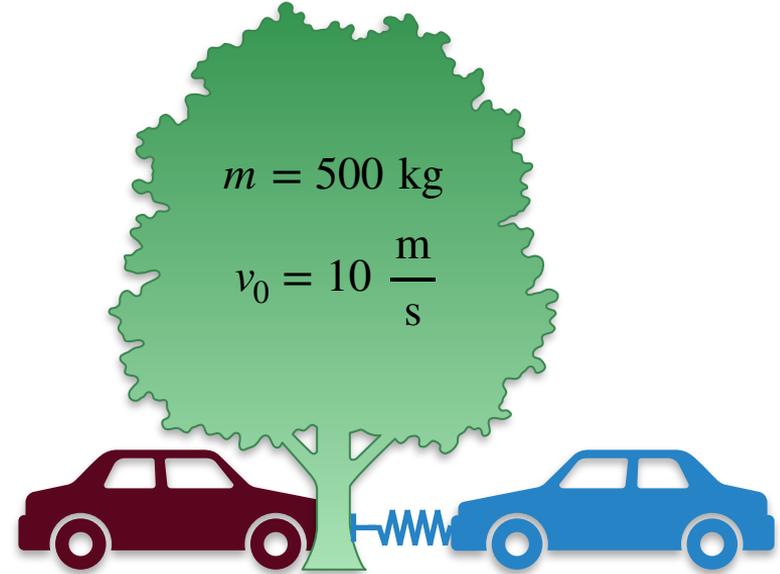
$$a =$$

⇒ Bremsweg

Idee: kinetische Energie geht  
in Verformungsarbeit über

$$E_{kin,0} = W_R$$

... ?



Verformung verursacht

$$F_R = 50 \text{ kN}$$

Feder mit

$$D = 200 \text{ N/mm}$$

# Rechnung für Auto A

⇒ maximale Beschleunigung:

Beschleunigung ist konstant bei

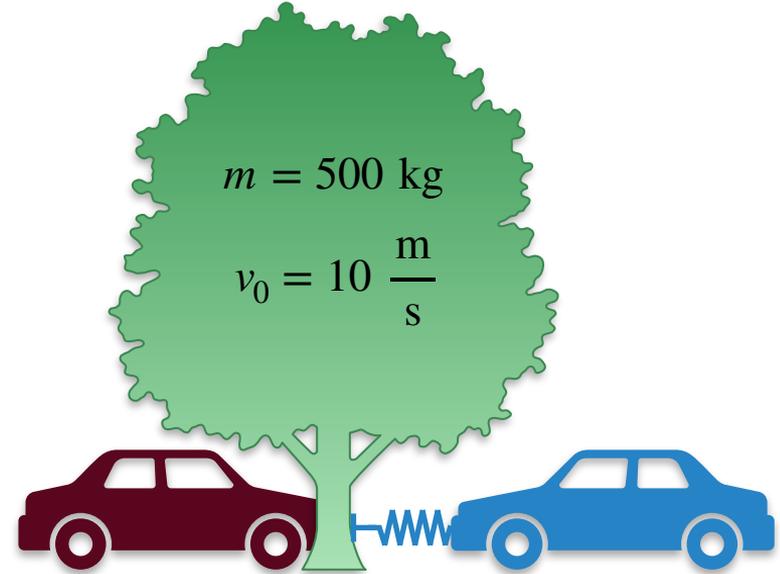
$$a = \frac{F_R}{m} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10 \cdot g$$

⇒ Bremsweg

Idee: kinetische Energie geht in Verformungsarbeit über

$$E_{kin,0} = W_R$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \int_0^{x_{max}} F_R dx \quad \Rightarrow x_{max} = \frac{mv^2}{2 \cdot F_R} = 0.5 \text{ m}$$



Verformung verursacht

$$F_R = 50 \text{ kN}$$

Feder mit

$$D = 200 \text{ N/mm}$$

# Rechnung für Auto B

⇒ Bremsweg

Idee: kinetische Energie geht  
in Spannung der Feder über

$$E_{kin,0} = E'_{pot}$$

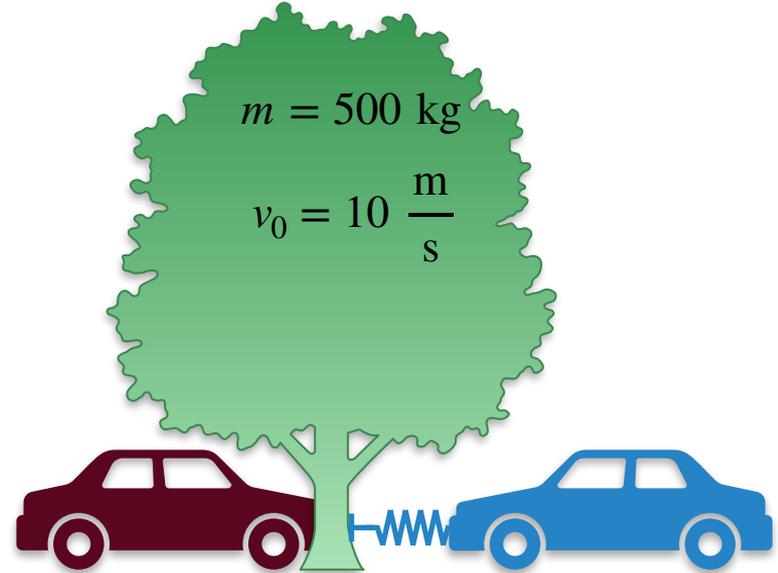
?? = ??

... ?

⇒ maximale Beschleunigung:

bei maximaler Federspannung

$$a_{max} =$$



Verformung verursacht

$$F_R = 50 \text{ kN}$$

Feder mit

$$D = 200 \text{ N/mm}$$

# Rechnung für Auto B

⇒ Bremsweg    Idee: kinetische Energie geht in Spannung der Feder über

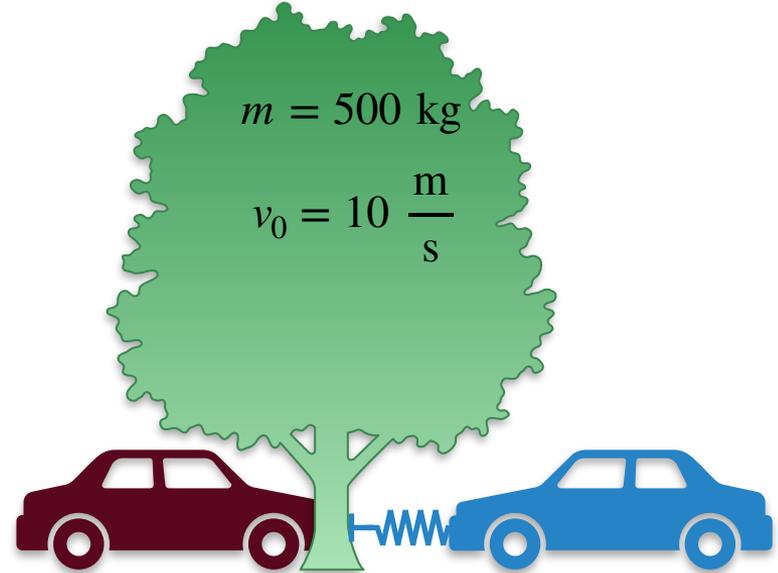
$$E_{kin,0} = E'_{pot}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \int_0^{x_{max}} F_D(x) dx = \int_0^{x_{max}} Dx dx = \frac{D}{2} \cdot x_{max}^2$$

$$\Rightarrow x_{max} = \sqrt{\frac{mv^2}{D}} = 0.5 \text{ m} \quad \text{gleich wie Auto A!}$$

⇒ maximale Beschleunigung:  
bei maximaler Federspannung

$$a_{max} = \frac{D \cdot x_{max}}{m} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 20 \cdot g$$



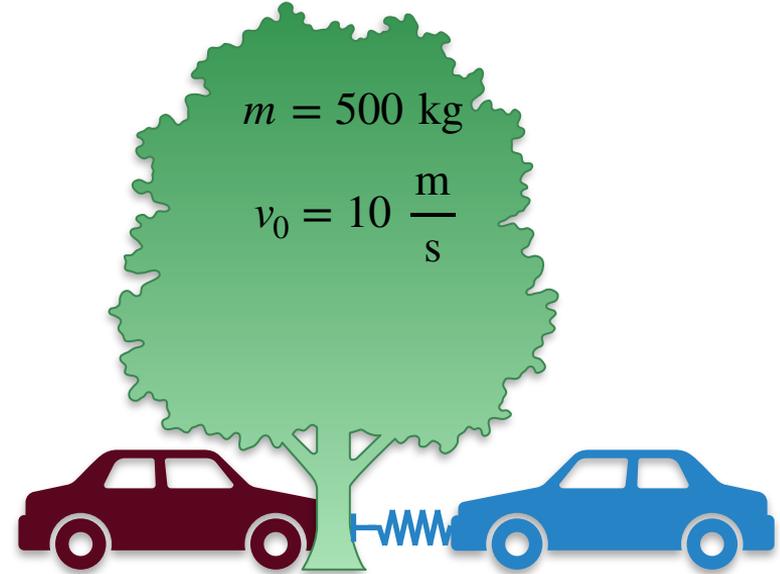
Verformung verursacht  
 $F_R = 50 \text{ kN}$

Feder mit  
 $D = 200 \text{ N/mm}$

Welches Auto ist bei einer frontalen Kollision sicherer für die Insassen?

**Auto A ist sicherer.**

- maximale Beschleunigung kleiner
- A kommt zum Stand. B wird nach dem Crash wieder nach hinten weggeschleudert



Verformung verursacht

$$F_R = 50 \text{ kN}$$

Feder mit

$$D = 200 \text{ N/mm}$$

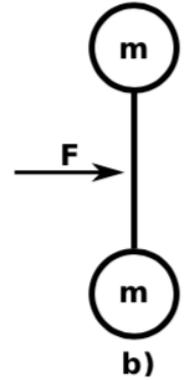
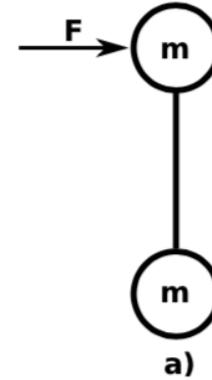
# Konzeptfragen

Die folgenden Fragen sind extrahiert von  
“Konzeptfragen zur Newtonschen Mechanik und Thermodynamik”  
von Rafael Gort

## Frage 1

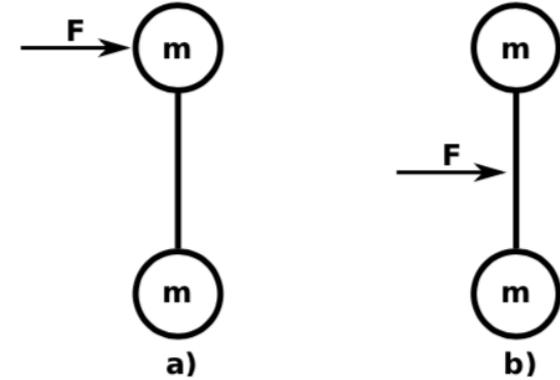
Eine Kraft  $F$  wirkt, wie in der Skizze gezeigt, während einer Zeit  $\Delta t$  auf eine ruhende Hantel. In welchem Fall erhält die Hantel die grössere Schwerpunktgeschwindigkeit?

1. a)
2. b)
3. Es gibt keinen Unterschied.
4. Zu wenig Informationen.



## Frage 1

Eine Kraft  $F$  wirkt, wie in der Skizze gezeigt, während einer Zeit  $\Delta t$  auf eine ruhende Hantel. In welchem Fall erhält die Hantel die grössere Schwerpunktgeschwindigkeit?



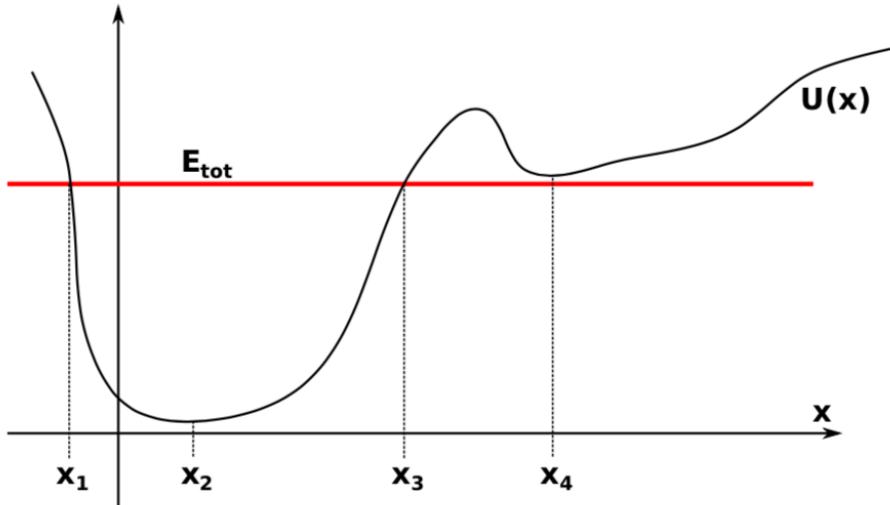
1. a)
2. b)
3. Es gibt keinen Unterschied.
4. Zu wenig Informationen.

**Antwort: 3.**

Da die Kraft in beiden Fällen im gleichen Zeitintervall angreift, ist die totale Impulsänderung  $\Delta P$  (Impuls im Schwerpunkt) die gleiche.

## Frage 2

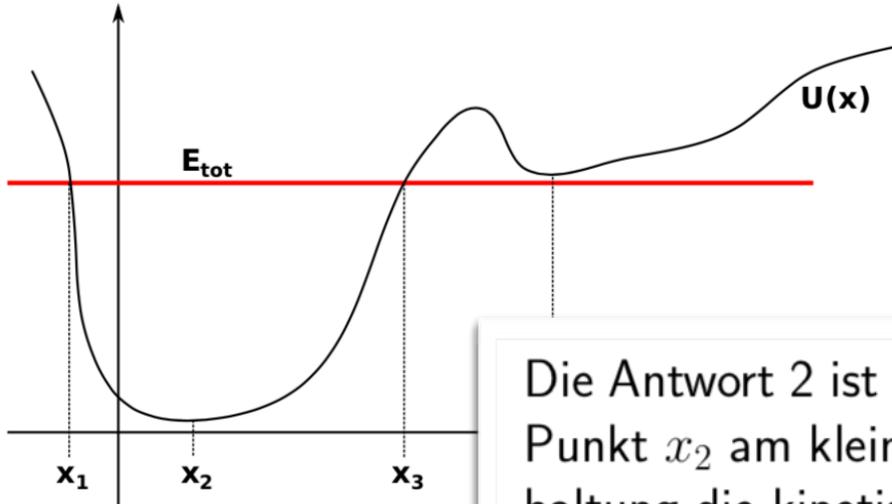
Welche Aussagen bezüglich eines Massenpunktes im gezeigten Potential ist falsch?



1. Die kinetische Energie im Punkt  $x_1$  ist Null.
2. Die kinetische Energie im Punkt  $x_2$  ist Null.
3. Die kinetische Energie im Punkt  $x_3$  ist Null.
4. Im Punkt  $x_2$  wirkt keine Netto Kraft.
5. Das Teilchen erreicht nie Punkt  $x_4$ .

## Frage 2

Welche Aussagen bezüglich eines Massenpunktes im gezeigten Potential ist falsch?



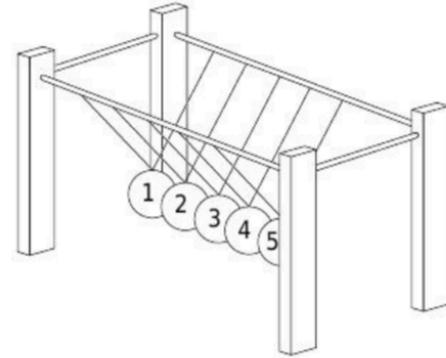
1. Die kinetische Energie im Punkt  $x_1$  ist Null.
2. Die kinetische Energie im Punkt  $x_2$  ist Null.
3. Die kinetische Energie im Punkt  $x_3$  ist Null.
4. Im Punkt  $x_2$  wirkt keine Netto Kraft.
5. Das Teilchen erreicht nie Punkt  $x_4$ .

Die Antwort 2 ist als einzige falsch. Da das Potential am Punkt  $x_2$  am kleinsten ist, kann aufgrund der Energieerhaltung die kinetische Energie dort nicht verschwinden.

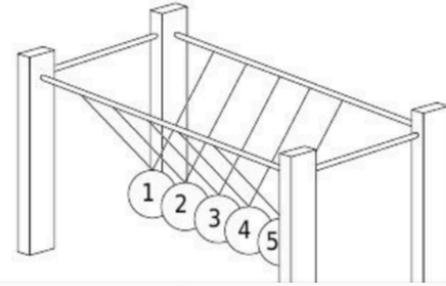
## Frage 3

Man hat den folgenden, bekannten Aufbau bestehend aus 5 Kugeln. Falls eine Kugel mit den restlichen kollidiert, wird auf der anderen Seite genau eine Kugel weggestossen. Falls zwei Kugeln mit den restlichen kollidieren, werden 2 Kugeln auf der gegenüberliegenden Seite weggestossen. Das passiert ...

1. ... wegen der Impulserhaltung.
2. ... weil die Kollision elastisch ist.
3. ... weil die Kollision inelastisch ist.
4. Keine der Antworten.



## Frage 3



Man hat den folgenden, bekannten Aufbau bestehend aus 5 Kugeln. Falls eine Kugel mit den restlichen kollidiert, wird auf der anderen Seite genau eine Kugel weggestoßen. Falls zwei Kugeln mit den restlichen kollidieren, werden zwei Kugeln auf der gegenüberliegenden Seite weggestoßen. Das passiert ...

1. ... wegen der Impulserhaltung.
2. ... weil die Kollision elastisch ist.
3. ... weil die Kollision inelastisch ist.
4. Keine der Antworten.

**Antwort: 2.**

Die Impulserhaltung alleine reicht nicht aus, um den Vorgang zu erklären. Es gibt viele Möglichkeiten, bei denen der Impuls erhalten wäre. Der Grund für den Ablauf des Vorgangs ist, dass die Kollisionen elastisch sind, oder mit anderen Worten: Die kinetische Energie ist erhalten. Die Erhaltung der kinetischen Energie ist dafür verantwortlich, dass die gleiche Anzahl von Kugeln weggestoßen werden, wie die Anzahl der Kugeln welche zur Kollision gebracht werden.

## Frage 4

Zwei Wagen A und B der Massen  $m$  und  $2m$  werden mit der gleichen Kraft und in der gleichen Zeit auf einer reibungsfreien Ebene angeschoben. Welcher Wagen hat die grössere kinetische Energie, angenommen beide ruhen zu Beginn?

1. Wagen A.
2. Sie haben die gleiche kinetische Energie.
3. Wagen B.
4. Zu wenig Informationen.

## Frage 4

Zwei Wagen A und B der Masse  $m_A$  und  $m_B$  werden auf einer reibungsfreien Ebene angeschoßen. Die Kraft  $F$  ist mit der gleichen Kraft und in die gleiche Richtung für die gleiche Zeit  $t$  auf beiden Wagen ausgeübt. Welche der beiden Wagen hat die grössere kinetische Energie zu Beginn?

1. Wagen A.
2. Sie haben die gleiche kinetische Energie.
3. Wagen B.
4. Zu wenig Informationen.

### Antwort: 1.

Der leichtere Wagen hat die grössere kinetische Energie. Beide Wagen erhalten aufgrund des identischen Kraftstosses den gleichen Impuls. Der leichtere Wagen ist jedoch doppelt so schnell wie der schwerere. Weil die kinetische Energie quadratisch von der Geschwindigkeit, jedoch linear von der Masse abhängt, hat der leichtere Wagen eine doppelt so grosse kinetische Energie wie der schwerere Wagen.