Engaging Physics Tutoring

Physik I

Lektion 3

Kreisbewegungen

Kinematik

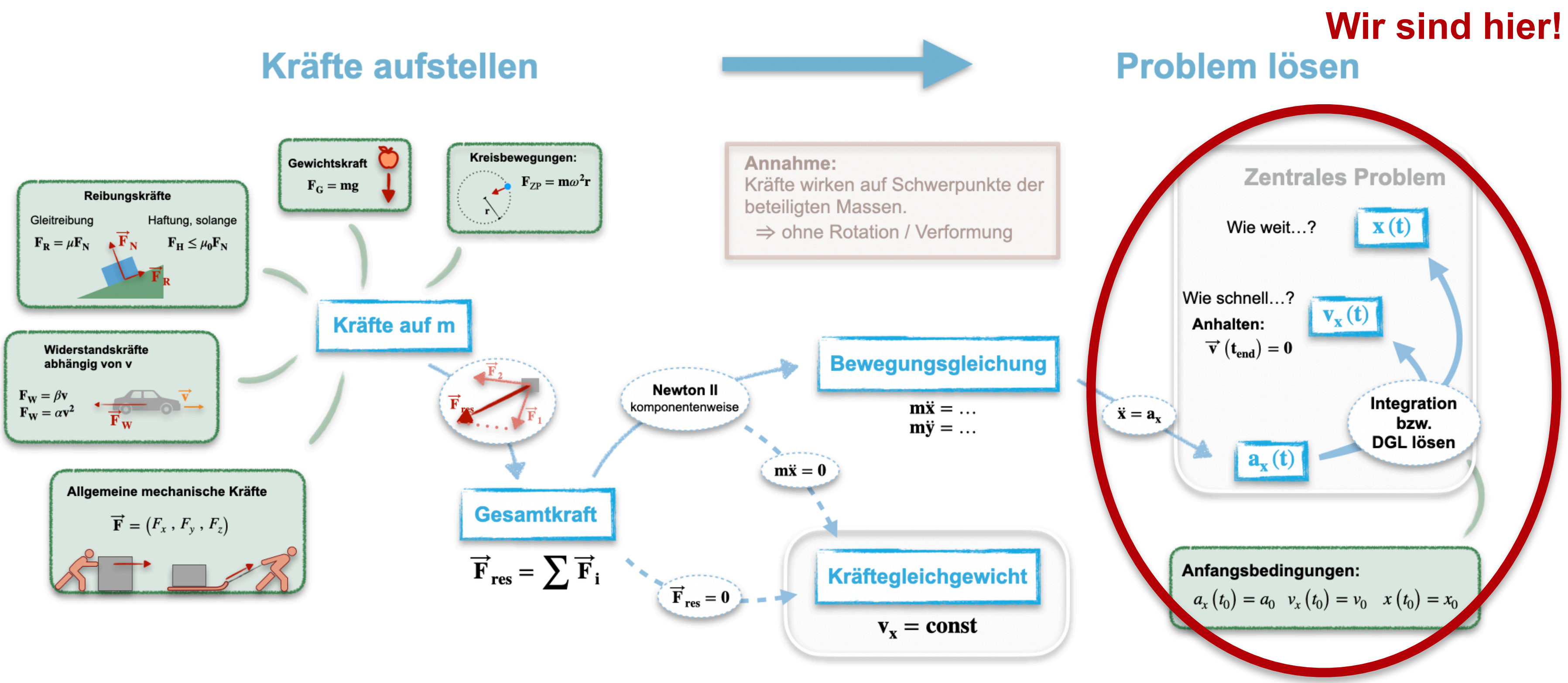
Themen der Lektion

Kreisbewegungen

Kinematik

Überblick

Einordnung: Was machen wir gerade?



Kreisbewegungen

Bogenmaß für Winkel

$$360^o \mathrel{\widehat{=}} 2\pi \Longleftrightarrow 3^o \mathrel{\widehat{=}} \frac{3^o}{360^o} \cdot 2\pi$$

Länge Kreissegment:

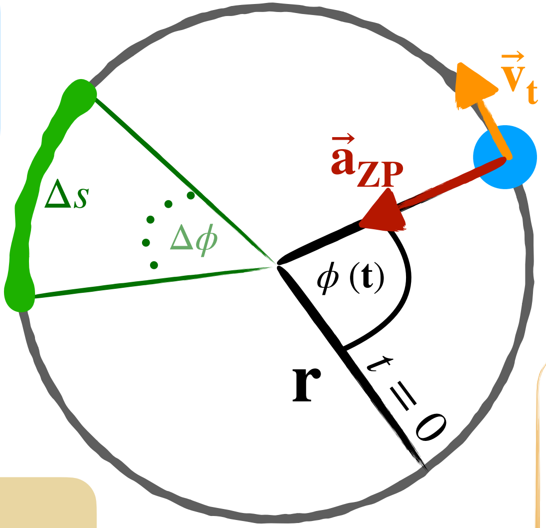
$$\Delta s = r \cdot \Delta\phi$$

Winkelgeschwindigkeit

Wieviel Winkel pro Zeit?

(volle Umdrehung nach T)

$$\omega = \frac{2\pi}{\mathbf{T}}$$



Winkel, der nach Zeit t überstrichen wurde:

für $\omega = const.: \quad \phi\,(\mathbf{t}) = \omega\,\mathbf{t}$

falls $\omega \neq const.: \quad \phi\,(\mathbf{t}) = \int_0^{\mathbf{t}} \omega(\mathbf{t}')\,\mathrm{d}\mathbf{t}'$

Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung $\quad \omega\,(\mathbf{t}) = \int_0^{\mathbf{t}} \alpha(\mathbf{t}')\,\mathrm{d}\mathbf{t}'$

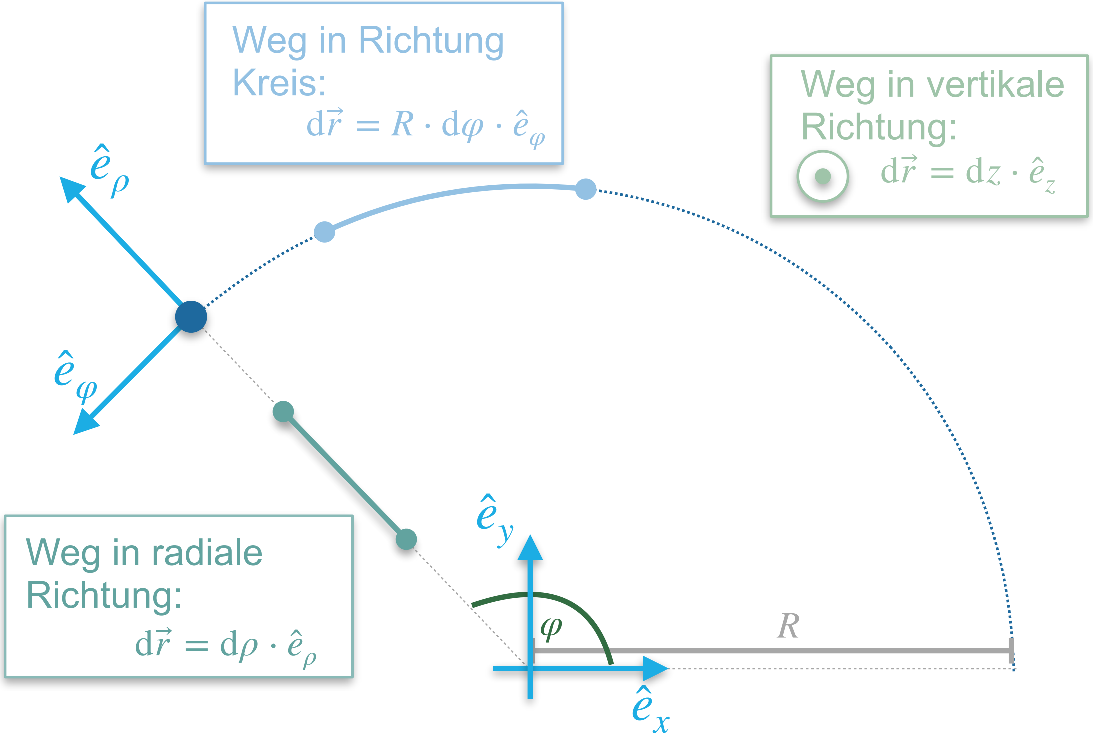
Tangentialgeschwindigkeit: $\quad \left|\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{t}\right| = \omega\,\mathbf{r}$

Zentripetalbeschleunigung: $\quad \left|\vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{ZP}}\right| = \omega^2\mathbf{r} = \frac{\mathbf{v}_\mathbf{t}^2}{\mathbf{r}}$

(hält Masse auf Kreisbahn)

Befindet sich eine Masse auf einer Kreisbahn, so wirkt auf die Masse immer eine Kraft, die sie in Richtung Kreismitte beschleunigt.

Wiederholung Zylinderkoordinaten



Einheitsvektoren:

radial $\quad \hat{e}_\rho = \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$ manchmal auch $\hat{e}_r$

tangential $\quad \hat{e}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$

vertikal $\quad \hat{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Orthonormalsystem:

$$\hat{e}_\rho \cdot \hat{e}_\rho = 1 \qquad \hat{e}_\rho \cdot \hat{e}_\varphi = 0$$

$$\hat{e}_\rho \times \hat{e}_\varphi = \hat{e}_z$$

Analogie

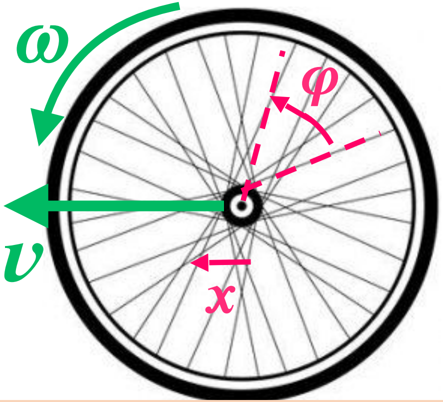
Analogie: Translation und Rotation

Lineare Bewegung

$$x = vt$$

[v = const.]

$$v = \frac{dx}{dt}$$



Kreisbewegung

$$\varphi = \omega t$$

[ω = const.]

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$v = v_0 + at$$

Lineare Bewegung

[a = const.]

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

[α = const.]

Kreisbewegung

ENGAGING PHYSICS TUTORING EPT

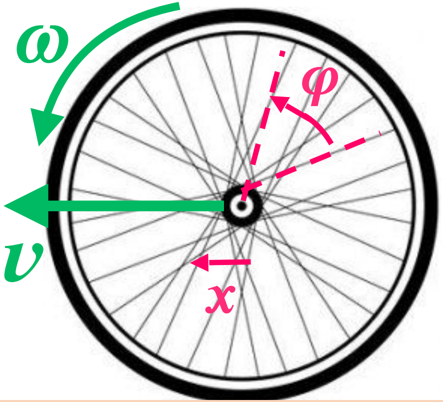
Analogie: Translation und Rotation

Lineare Bewegung

$$x = vt$$

$[v = \text{const.}]$

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt}$$



Kreisbewegung

$$\varphi = \omega t$$

$[\omega = \text{const.}]$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \qquad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + at$$

Lineare Bewegung

$[a = \text{const.}]$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

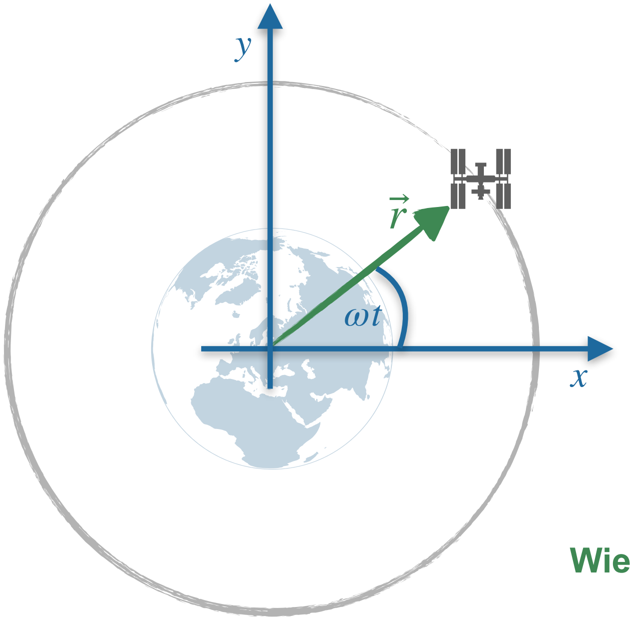
$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$[\alpha = \text{const.}]$

Kreisbewegung

Rechnungen zu Kreisbewegungen: ISS

Kinematik und Kreisbewegungen



Die internationale Raumstation (ISS) umkreist die Erde in einer Höhe von etwa 410 km. Im Folgenden nähern wir ihre Bahn als perfekte Kreisbahn.

Wir definieren ein Koordinatensystem so, dass die Kreisbewegung der ISS in der $x - y$ - Ebene stattfindet und sich die Bahnkurve mit

$$\vec{r}\,(t) = r \cdot \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}$$

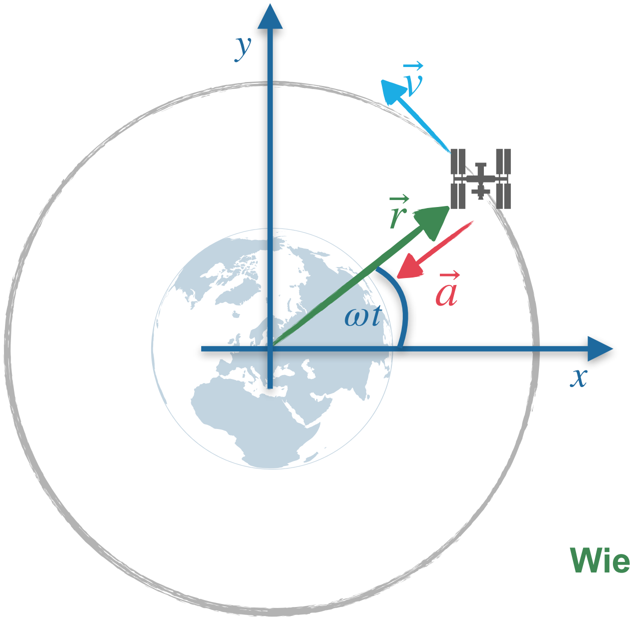
beschreiben lässt. Hier ist $\varphi = \omega t$ der überstrichene Winkel nach Zeit t.

Wie sehen $\vec{v}$ und $\vec{a}$ aus und wohin zeigen sie?

$$\vec{v}\,(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} =$$

$$\vec{a}\,(t) =$$

Kinematik und Kreisbewegungen



Die internationale Raumstation (ISS) umkreist die Erde in einer Höhe von etwa 410 km. Im Folgenden nähern wir ihre Bahn als perfekte Kreisbahn.

Wir definieren ein Koordinatensystem so, dass die Kreisbewegung der ISS in der $x - y$ - Ebene stattfindet und sich die Bahnkurve mit

$$\vec{r}\,(t) = r \cdot \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}$$

beschreiben lässt. Hier ist $\varphi = \omega t$ der überstrichene Winkel nach Zeit t.

Wie sehen $\vec{v}$ und $\vec{a}$ aus und wohin zeigen sie?

$$\vec{v}\,(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \omega r \cdot \begin{pmatrix} -\sin \omega t \\ \cos \omega t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tangentialgeschwindigkeit

$$\vec{a}\,(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\,\omega^2 r \cdot \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}$$

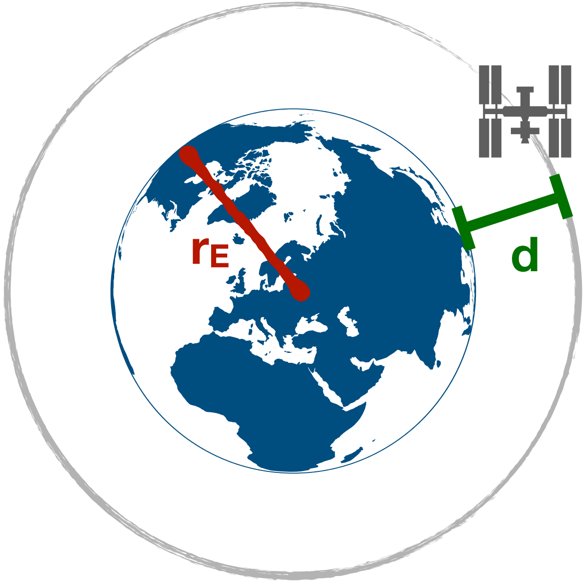
Zentripetalbeschleunigung

Jede Kreisbewegung geht einher mit einer Zentripetalbeschleunigung!

Raumstation im Orbit

Die internationale Raumstation (ISS) umkreist die Erde in einer Höhe von etwa 410 km. Für eine gesamte Umrundung benötigt die Station gerade einmal T ~ 93 min.

Erdradius r_E = 6378 km

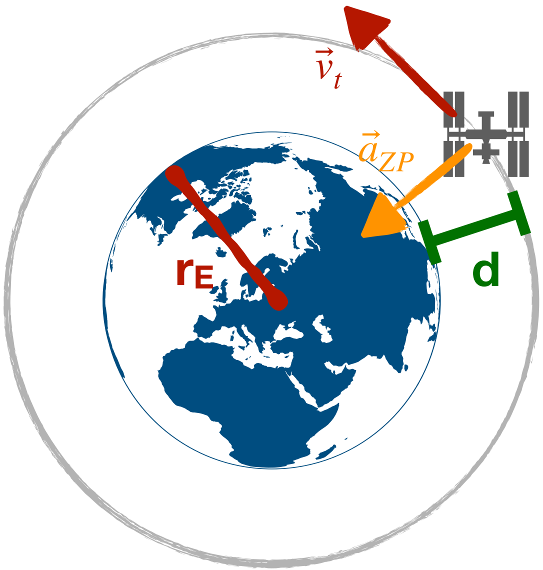


Fragen:

Wie gross ist die Geschwindigkeit, mit der die Station die Erde umkreist?

Welche Beschleunigung wirkt und wie groß ist diese?

Raumstation im Orbit - Lösung



gegeben: **Dauer für einen Umlauf:** $T = 93\ \text{min} = 5580\ \text{s}$

Radius der Kreisbahn

$$r = r_E + d = 6378\ \text{km} + 410\ \text{km} = 6788\ \text{km}$$

1. Berechne Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 1.13 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{s}$

2. Erhalte daraus Bahngeschwindigkeit $v_t = \omega r = 7.6\ \frac{\text{km}}{s}$

3. Beschleunigung:

Es wirkt eine Beschleunigung in Richtung Erdmittelpunkt. Diese hat den Betrag:

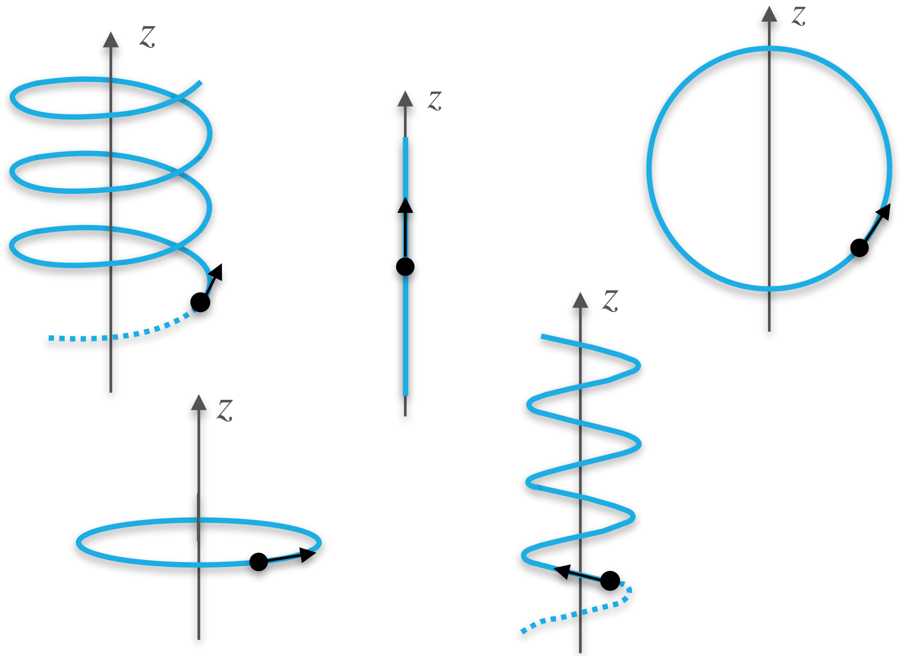
$$a_{ZP} = \omega^2 r = 8.6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Das entspricht der Erdbeschleunigung in 410 km Höhe!

Puzzle zu Trajektorien

Puzzle - Trajektorien mit Cosinus und Sinus

Welche Vektoren passen zu welchen Trajektorien?



$$\vec{r} = \begin{pmatrix} R\cos\omega t \\ b \\ R\sin\omega t \end{pmatrix}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} R\cos\omega t \\ 0 \\ v_z t \end{pmatrix}$$

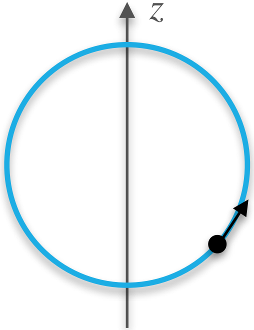
$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -\omega R\sin\omega t \\ \omega R\cos\omega t \\ v_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = -\omega^2 d \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin\omega t \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = -\omega^2 R \begin{pmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix}$$

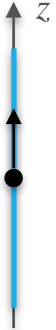
Puzzle - Trajektorien mit Cosinus und Sinus - Lösung

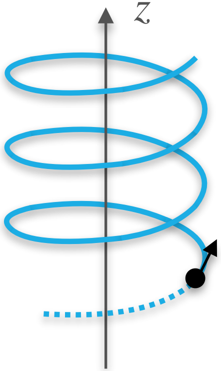
Welche Vektoren passen zu welchen Trajektorien?



$$\vec{r} = \begin{pmatrix} R\cos\omega t \\ b \\ R\sin\omega t \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = -\omega^2 d \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin\omega t \end{pmatrix}$$

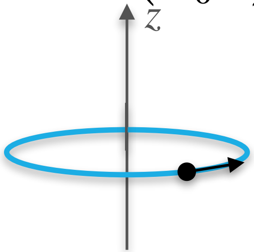




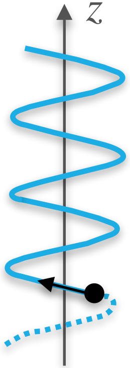
$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -\omega R\sin\omega t \\ \omega R\cos\omega t \\ v_z \end{pmatrix}$$

ebenso

$$\vec{a} = -\omega^2 R \begin{pmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix}$$

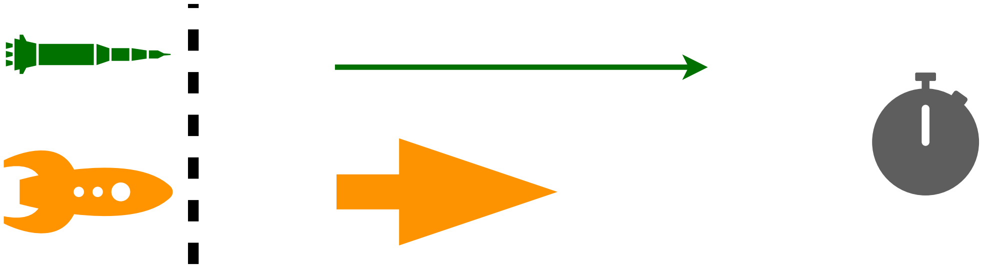


$$\vec{r} = \begin{pmatrix} R\cos\omega t \\ 0 \\ v_z t \end{pmatrix}$$



Rechnung: Integration von Geschwindigkeit

Wettlauf der Sportskanonen



$$v_1 = 8\ \frac{m}{s}$$

$$v_2(t) = v_0 \cdot e^{-\gamma t}$$ **mit** $\gamma = \frac{0.01}{s}$ **und** $v_0 = 10\ \frac{m}{s}$

Frage: **Wie weit kommen beide Sportskanonen in 50 s?**

ENGAGING PHYSICS TUTORING EPT

Sportskanonen - Lösung für v_1 = konst

$$v_1 = 8\ \frac{m}{s}$$

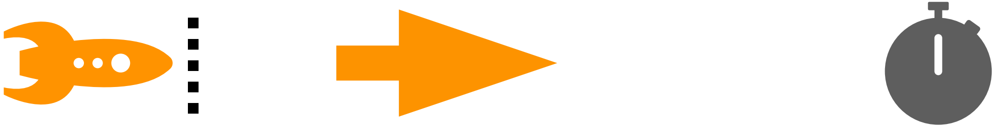
1. Integriere auf Strecke $$x(t) = \int_0^t v_1 \, \mathrm{d}t' = v_1 \cdot t$$

$$v_1 = \text{const}\,.$$

2. Löse durch einsetzen der Werte

$$x(t = 50\ s) = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 50\ s = 400\ \mathrm{m}$$

Sportskanonen - Lösung für v_2



$$v_2(t) = v_0 \cdot e^{-\gamma t} \qquad \textbf{mit } \gamma = \frac{0.01}{s} \qquad \textbf{und } v_0 = 10\ \frac{m}{s}$$

1. Integriere auf Strecke

$$x(t) = \int_0^t v_2(t')\ \mathrm{d}t'$$

Abkürzung wie vorher nicht möglich:
v_2 ist zeitabhängig!

$$x(t) = \int_0^t v_0\ e^{-\gamma t'}\ \mathrm{d}t' = -\frac{v_0}{\gamma}\left(e^{-\gamma t} - 1\right) = \frac{v_0}{\gamma}\left(1 - e^{-\gamma t}\right)$$

2. Löse durch einsetzen der Werte

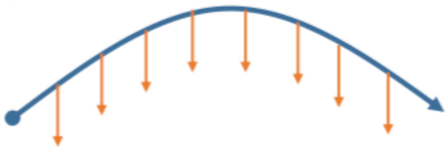
$$x(t = 50\ s) = 1000\ m \cdot \left(1 - e^{-0.5}\right) = 393.5\ \mathrm{m}$$

Clicker-Fragen

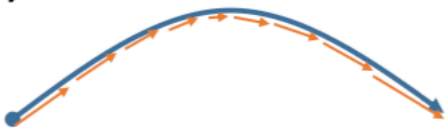
Frage 1

Ich werfe einen Stein in den See. Welche Skizze zeigt die Beschleunigung des Steines über die Flugbahn hinweg?

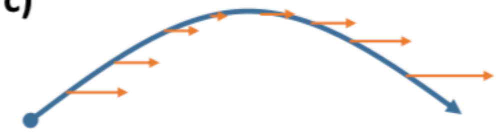
a)



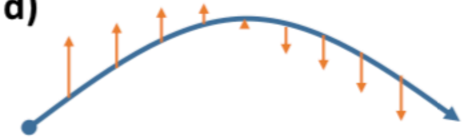
b)



c)



d)

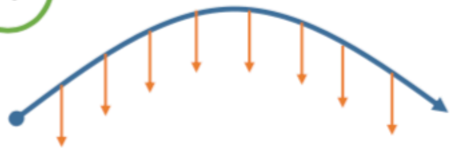


Frage 1

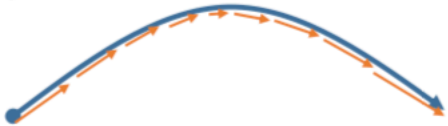
Beim Wurf ist die horizontale Geschwindigkeit konstant
→ c) und b) falsch.
Die einzige Beschleunigung die wirkt ist die Erdbeschleunigung nach unten. D) zeigt das Geschwindigkeitsprofil!

Ich werfe einen Stein in den See. Welche Skizze zeigt die Beschleunigung des Steines über die Flugbahn hinweg?

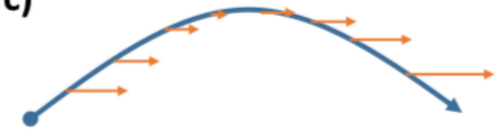
a)



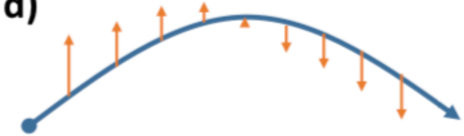
b)



c)

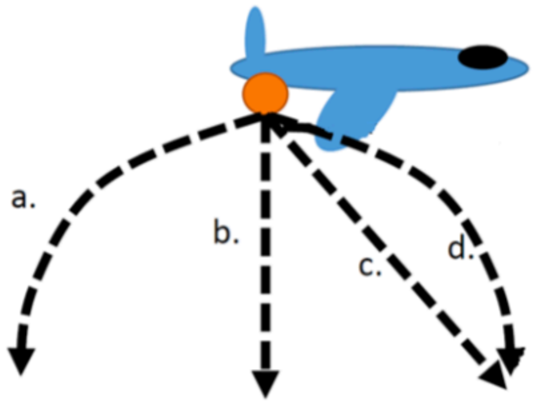


d)



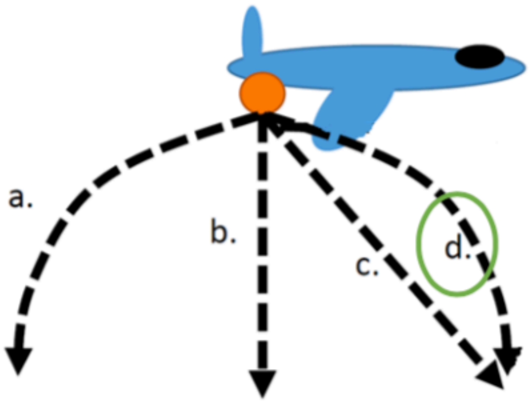
Frage 2

Eine Bowlingkugel fällt aus dem Frachtraum eines Flugzeuges. Vom Boden aus gesehen, wie sieht die Flugbahn der Kugel aus?



Frage 2

Eine Bowlingkugel fällt aus dem Frachtraum eines Flugzeuges. Vom Boden aus gesehen, wie sieht die Flugbahn der Kugel aus?



Die Situation is analog zum waagerechten Wurf. Die Kugel muss also parabelförmig fallen. Die initiale Horizontalgeschwindigkeit der Kugel ist gleich der des Flugzeugs → d

Frage 3

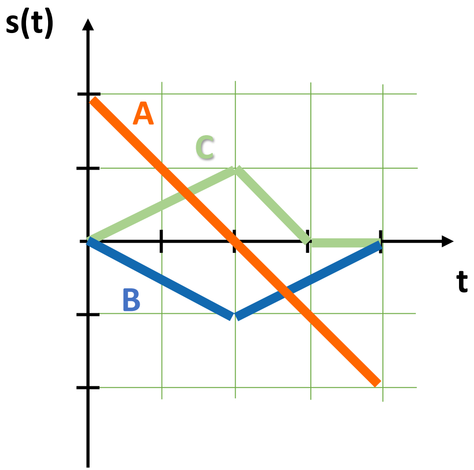
Gezeigt ist das s-t Diagramm von drei Autos. Für welches Auto ist die durchschnittliche Geschwindigkeit betragsmässig am grössten?

a) A

b) B

c) C

d) $B \,\&\, C$



EPT ENGAGING PHYSICS TUTORING

Frage 3

Die Autos B und C legen keine Strecke zurück. Somit gilt $\langle v \rangle = 0$ für Autos B und C. Auto A legt eine Strecke von 4 Kästchen zurück, und hat somit die grösste Durchschnittsgeschwindigkeit im Betrag.

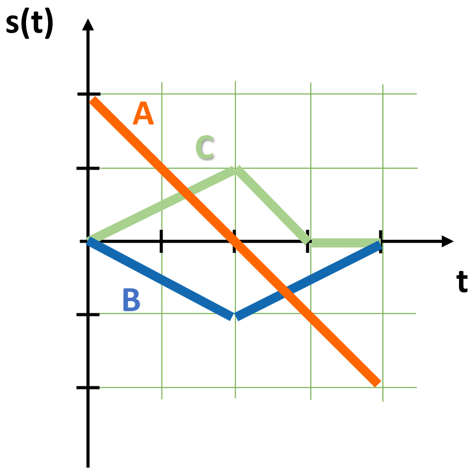
Gezeigt ist das s-t Diagramm von drei Autos. Für welches Auto ist die durchschnittliche Geschwindigkeit betragsmässig am grössten?

a) A

b) B

c) C

d) B & C



Frage 4

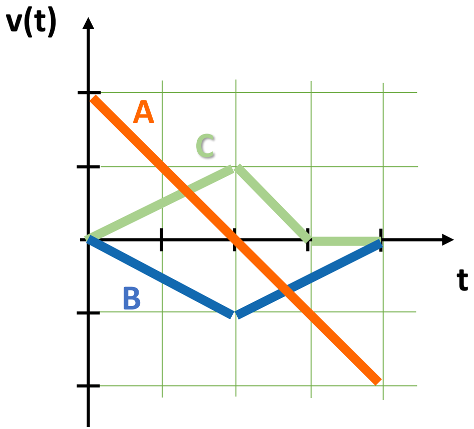
Gezeigt ist das v-t Diagramm von drei Autos. Für welches Auto ist die durchschnittliche Geschwindigkeit betragsmässig am grössten?

a) A

b) B

c) C

d) $B\ \&\ C$



Frage 4

A hat $\langle v \rangle = 0$. Auto B hat immer eine grössere Geschwindigkeit (im Betrag) als Auto C, und hat daher eine grössere durchschnittliche Geschwindigkeit

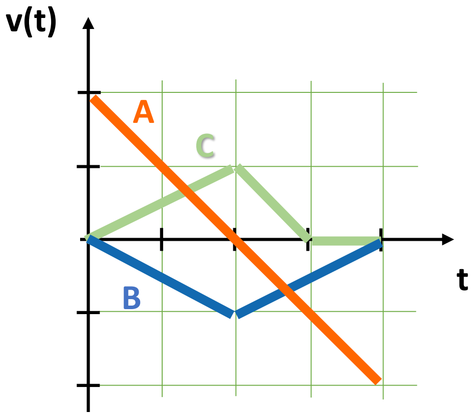
Gezeigt ist das v-t Diagramm von drei Autos. Für welches Auto ist die durchschnittliche Geschwindigkeit betragsmässig am grössten?

a) A

b) B

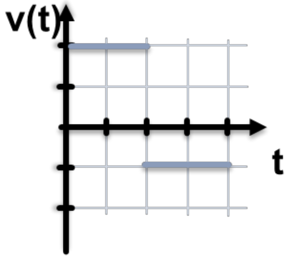
c) C

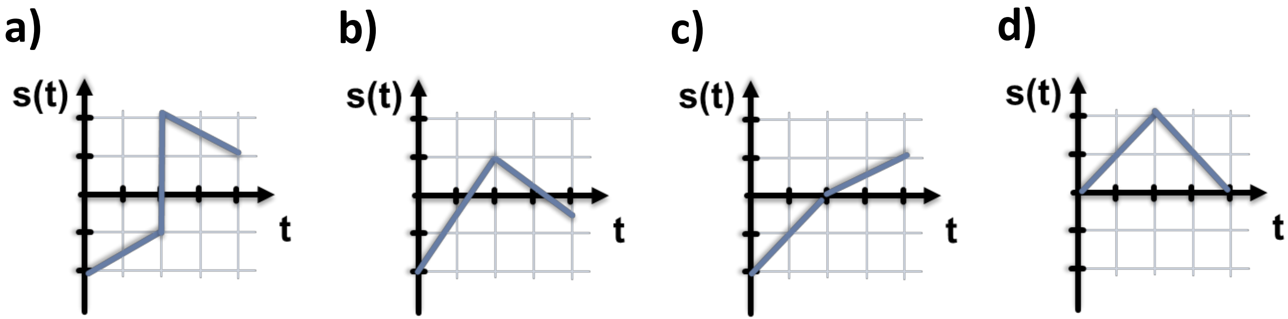
d) B & C



Frage 5

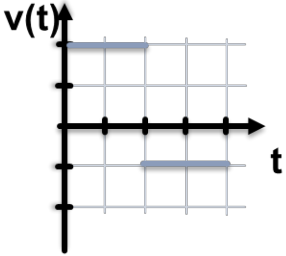
Gegeben ist ein v-t Diagramm. Welches ist das zugehörige s-t Diagramm?





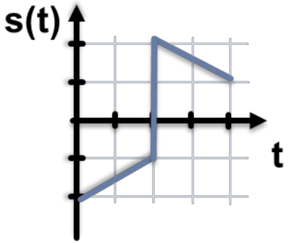
Frage 5

Gegeben ist ein v-t Diagramm. Welches ist das zugehörige s-t Diagramm?

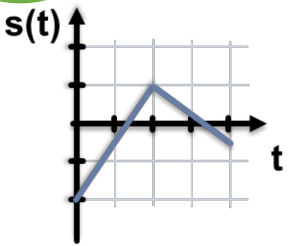


a) nicht, da es eine Unstetigkeit in der position gibt (teleportation?)
c) Im zweiten Teil der Kurve kann die Richtung der Steigung nicht dieselbe sein, da v das Vorzeichen wechselt.
d) nicht, da die Steigung in beiden Teile diesele ist.

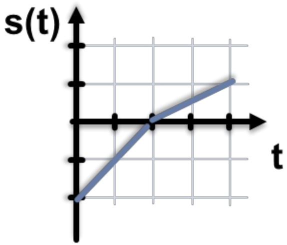
a)



b)



c)



d)