Engaging Physics Tutoring

Physik I

Lektion 2

Einführung in die Kinematik

Würfe

Themen der Lektion

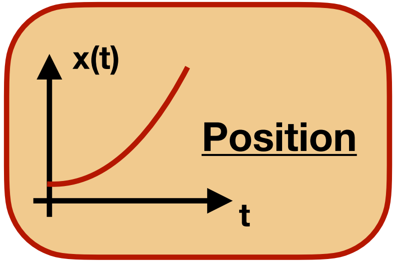
Zusammenhang
$\vec{r} - \vec{v} - \vec{a}$

Einführung kinematischer Aufgaben

Würfe

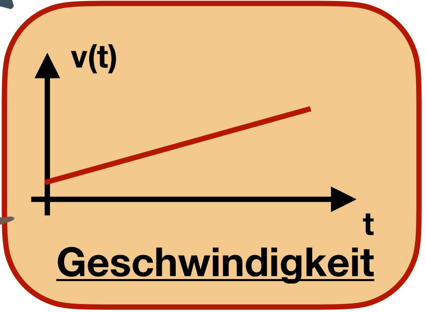
Würfe

$$\vec{r} \leftrightarrow \vec{v} \leftrightarrow \vec{a}$$



Ableiten

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

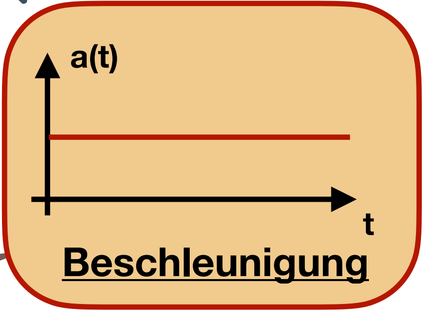


Integrieren

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t')\ dt'$$

Ableiten

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



Integrieren

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t')\ dt'$$

Spezialfall 1:

Konstante Geschwindigkeit $\leftrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t$$

Spezialfall 2:

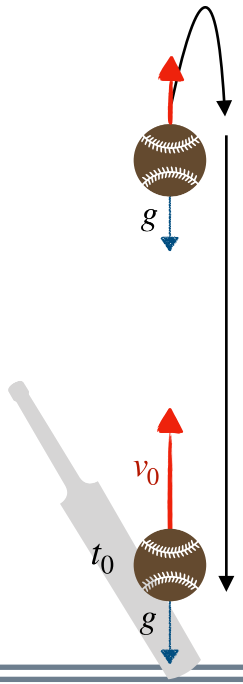
Konstante Beschleunigung $\leftrightarrow \frac{d\vec{a}}{dt} = 0$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{a}}{2} \cdot t^2$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t$$

Rezept: Senkrechter Wurf

Objekt wird mit Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben geschossen. Konstante Beschleunigung bremst bis zum Scheitelpunkt, dann fällt das Objekt.



Anfangsbedingungen:

Beschleunigung:

aus Aufgabe!

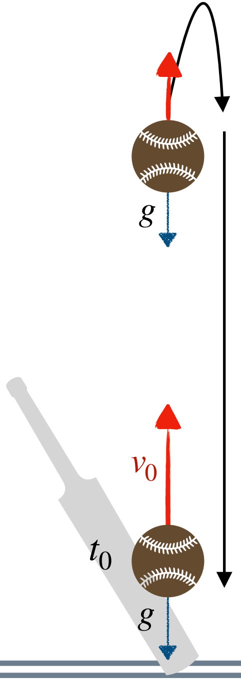
Was ist $v_y(t)$?

durch Rechnen!

Was ist $\vec{r}\,(t)$?

Rezept: Senkrechter Wurf

Objekt wird mit Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben geschossen. Konstante Beschleunigung bremst bis zum Scheitelpunkt, dann fällt das Objekt.



Anfangsbedingungen: explizit: $v_y\left(t_0\right) = v_0$ implizit: $y\left(t_0\right) = y_0 \equiv 0$ $t_0 \equiv 0$

Beschleunigung: $a_y = -g = const.$ *aus Aufgabe!*

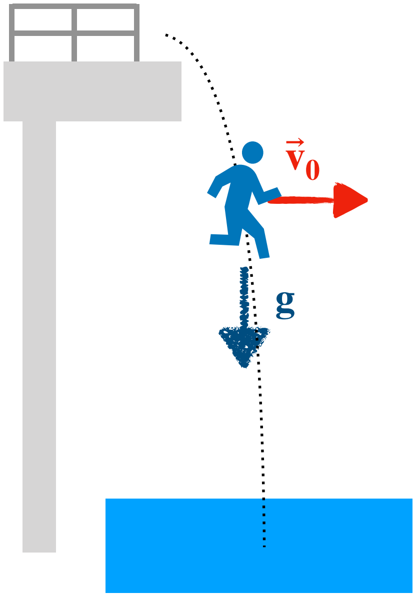
Was ist $v_y(t)$? $$v_y(t) = v_y\left(t_0\right) + \int_0^t a_y \, \mathrm{d}t' = v_0 - g \cdot t$$

durch Rechnen!

Was ist $y(t)$? $$y(t) = y\left(t_0\right) + \int_0^t v_y(t') \, \mathrm{d}t' = 0 + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Waagerechter Wurf

Konstante Geschwindigkeit in horizontaler Richtung.
Freier Fall in der Vertikalen.



Objekt wird konstant nach unten beschleunigt

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} = -g\ \hat{e}_y$$

Anfangsbedingungen:

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix} = v_0\ \hat{e}_x \qquad \vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ y_0 \end{pmatrix} = y_0\ \hat{e}_y$$

Wo ist das Objekt am Anfang mit welcher Geschwindigkeit?

Integration - *Tipp: behandle Komponenten getrennt*

$$v_x(t) = v_0 \qquad v_y(t) = -gt$$

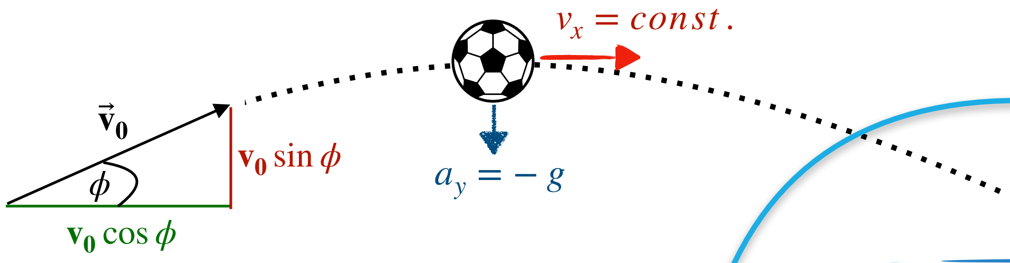
$$x(t) = v_x\ t \qquad y(t) = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

Verbunden via t

ENGAGING PHYSICS TUTORING EPT

Rezept: Schräger Wurf

Konstante Geschwindigkeit in horizontaler Richtung.
Senkrechter Wurf in der Vertikalen.



Anfangsbedingungen:

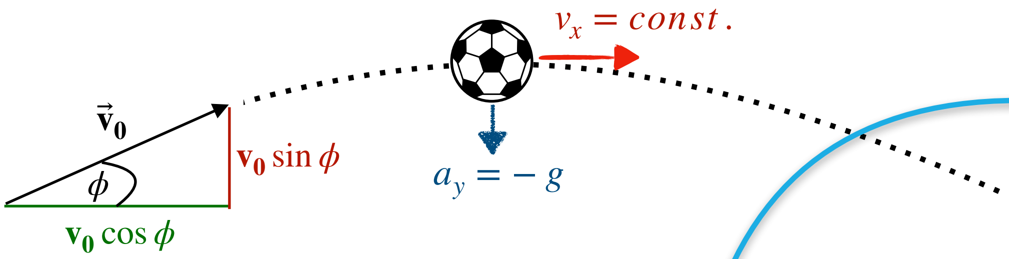
Beschleunigung

Was ist $\vec{v}(t)$?

Was ist $\vec{r}(t)$?

Rezept: Schräger Wurf

Konstante Geschwindigkeit in horizontaler Richtung.
Senkrechter Wurf in der Vertikalen.



Anfangsbedingungen:

$$\vec{v}_0 = v_0 \cdot \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} \qquad t_0 \equiv 0$$

Beschleunigung

$$\vec{a} = -g\,\hat{e}_y = const.$$

Was ist $\vec{v}\,(t)$?

$$\vec{v}\,(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}\;\mathrm{d}t' = v_0 \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix} + \int_0^t \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}\;\mathrm{d}t'$$

$$\Rightarrow \vec{v}\,(t) = \begin{pmatrix} v_0 \cos\phi \\ v_0 \sin\phi - gt \end{pmatrix}$$

Was ist $\vec{r}\,(t)$?

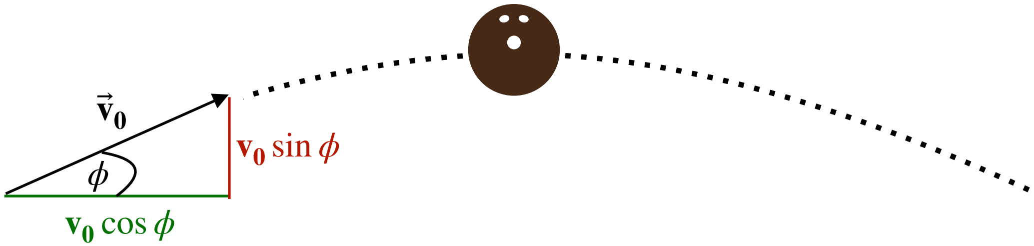
$$\vec{r}\,(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}\,(t')\;\mathrm{d}t' = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \int_0^t \begin{pmatrix} v_0 \cos\phi \\ v_0 \sin\phi - gt' \end{pmatrix}\;\mathrm{d}t'$$

$$\Rightarrow \vec{r}\,(t) = \begin{pmatrix} x_0 + t\,v_0 \cos\phi \\ y_0 + t\,v_0 \sin\phi - \frac{gt^2}{2} \end{pmatrix}$$

Verbunden via t und v_0

Aufgabe zum schrägen Wurf

Bowling

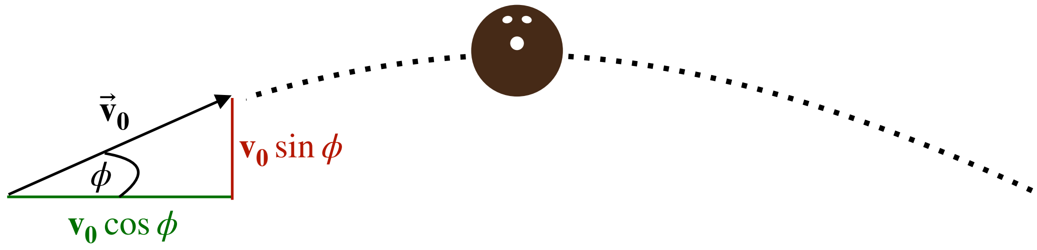


Ein Bowling-Spieler wirft die Kugel mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 10 m/s.

Wie weit fliegt die Kugel wenn der Abwurfwinkel $\phi = 45^o$ **beträgt?**

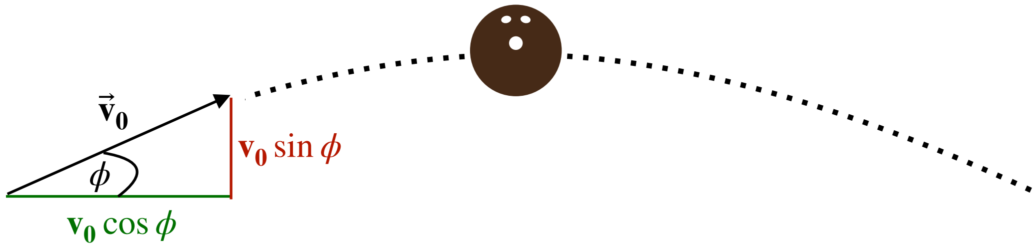
Annahme: Die Kugel wird direkt über dem Boden losgelassen

Bowling - Lösungsansatz



	Horizontale Bewegung	Vertikaler Wurf
Anfangsbedingungen:	$x_0 = ??$ $v_x = ??$	$y_0 = ??$ $v_y = ??$
Konstante Beschleunigung:	$a_x = ??$	$a_y = ??$
Zweifache Integration:	$x(t) = ??$	$y(t) = ??$

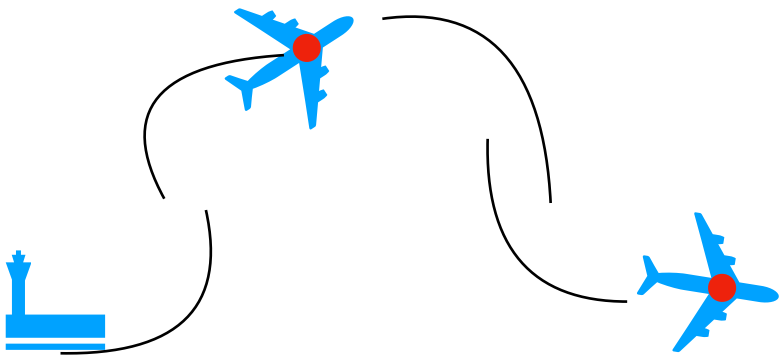
Bowling - Lösung



	Horizontale Bewegung	Vertikaler Wurf
Anfangsbedingungen:	$x_0 = 0$ $v_x = v_0 \cos \phi = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$	$y_0 = 0$ $v_y = v_0 \sin \phi = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$
Konstante Beschleunigung:	$a_x = 0$	$a_y = -g$
Zweifache Integration:	$x(t) = v_0 \cos \phi \cdot t$	$y(t) = v_0 \sin \phi \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

Aufgabe zu Koordinaten

Flugzeug - Navigation



Ein Flugzeug befindet sich zur Flugzeit t_1 = 5 min auf 1000 m Höhe und fliegt 40 km westlich und 30 km nördlich von Zürich.

Bei Flugzeit t_2 = 10 min befindet sich das Flugzeug auf 10000 m Höhe und fliegt genau 100 km westlich von Zürich.

Was war die durchschnittliche Geschwindigkeit des Flugzeugs zwischen t_1 und t_2?

Flugzeug Navigation - Lösung

Frage: **Was war die durchschnittliche Geschwindigkeit des Flugzeugs zwischen t_1 und t_2?**

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{r}(t_1) = \begin{pmatrix} 40 \text{ km} \\ 30 \text{ km} \\ 1.0 \text{ km} \end{pmatrix} \qquad \vec{r}(t_2) = \begin{pmatrix} 100 \text{ km} \\ 0 \text{ km} \\ 10.0 \text{ km} \end{pmatrix}$$

Benutze hier: $\vec{v}_{\text{Durchschnitt}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ **Denn: Durchschnittsgeschwindigkeit gefragt**

$$\vec{v}_{\text{Durchschnitt}} = \begin{pmatrix} (100 - 40) \text{ km} \\ (0 - 30) \text{ km} \\ (10.0 - 1.0) \text{ km} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{(10 - 5) \text{ min}} = \begin{pmatrix} 60 \text{ km} \\ -30 \text{ km} \\ 9 \text{ km} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{5 \text{ min}}$$

Flugzeug Navigation - Lösung

Frage: **Was war die durchschnittliche Geschwindigkeit des Flugzeugs zwischen t_1 und t_2?**

$$\vec{v}_{\text{Durchschnitt}} = \begin{pmatrix} (100-40)\ \text{km} \\ (0-30)\ \text{km} \\ (10.0-1.0)\ \text{km} \end{pmatrix} \cdot \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{10}-\mathbf{5})\ \text{min}} = \begin{pmatrix} 60\ \text{km} \\ -30\ \text{km} \\ 9\ \text{km} \end{pmatrix} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}\ \text{min}}$$

$$\vec{v}_{\text{Durchschnitt}} = \begin{pmatrix} 12\ \frac{\text{km}}{\text{min}} \\ -6\ \frac{\text{km}}{\text{min}} \\ 1.8\ \frac{\text{km}}{\text{min}} \end{pmatrix}$$

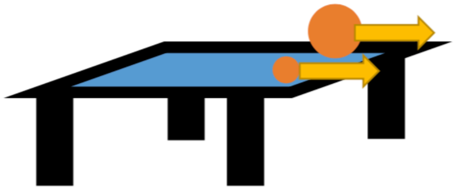
Betrag der durchschnittlichen Geschwindigkeit:

$$\bar{v} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \mathbf{13.5}\ \frac{\mathbf{km}}{\mathbf{min}}$$

ENGAGING PHYSICS TUTORING EPT

Clicker-Fragen

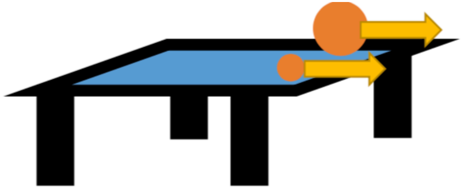
Frage 1



Zwei Kugeln rollen gleich schnell auf einem Tisch Richtung Kante. Die eine Kugel ist doppelt so schwer wie die andere Kugel. Welche Aussage stimmt?

a) Beide Kugeln treffen ungefähr bei derselben Distanz auf dem Boden auf.
b) Die schwere Kugel kommt ungefähr halb so weit wie die leichte Kugel.
c) Die leichte Kugel kommt ungefähr halb so weit wie die schwere Kugel.
d) Die schwere Kugel kommt nicht mal halb so weit wie die leichte Kugel.

Frage 1



Zwei Kugeln rollen gleich schnell auf einem Tisch Richtung Kante. Die eine Kugel ist doppelt so schwer wie die andere Kugel. Welche Aussage stimmt?

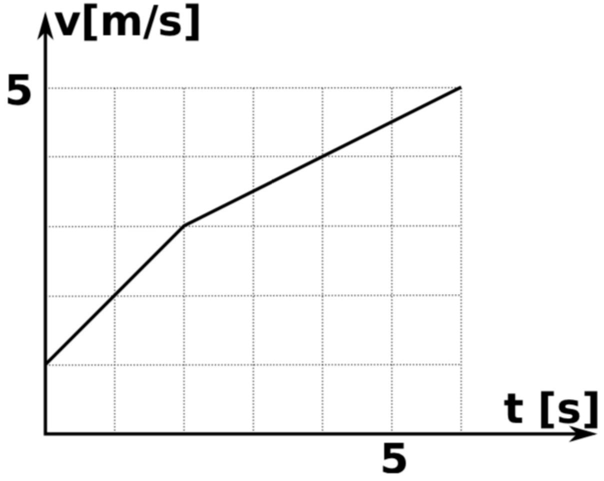
a) Beide Kugeln treffen ungefähr bei derselben Distanz auf dem Boden auf.
b) Die schwere Kugel kommt ungefähr halb so weit wie die leichte Kugel.
c) Die leichte Kugel kommt ungefähr halb so weit wie die schwere Kugel.
d) Die schwere Kugel kommt nicht mal halb so weit wie die leichte Kugel.

Die Beschleunigung in vertikaler Richtung bestimmt, wann die Kugeln auf den Boden treffen. Diese Beschleunigung ist unabhängig von der Masse. Da die beiden Kugeln auch die selbe Anfangsgeschwindigkeit haben, kommen sie also gleich weit.

Konzeptfragen

Die folgenden Fragen sind extrahiert von
“Konzeptfragen zur newtonschen Mechanik und Thermodynamik”
von Rafael Gort

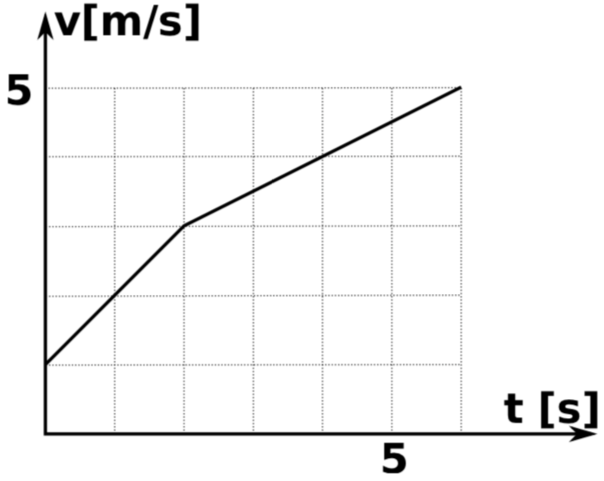
Frage 2



Der obige Graph zeigt die Geschwindigkeit eines Objekts in Abhängigkeit der Zeit. Wie gross ist die durchschnittliche Beschleunigung zwischen $t = 0s$ und $t = 6s$?

1. $3.0 m/s^2$
2. $1.5 m/s^2$
3. $0.83 m/s^2$
4. $0.67 m/s^2$
5. keine der Antworten.

Frage 2



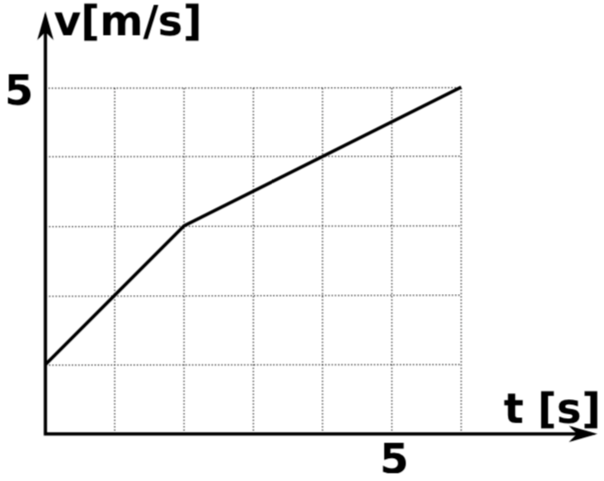
Der obige Graph zeigt die Geschwindigkeit eines Objekts in Abhängigkeit der Zeit. Wie gross ist die durchschnittliche Beschleunigung zwischen $t = 0s$ und $t = 6s$?

1. 3.0m/s^2
2. 1.5m/s^2
3. 0.83m/s^2
4. 0.67m/s^2
5. keine der Antworten.

Antwort: 4. $0.67m/s^2$

Die Geschwindigkeitsänderung (Beschleunigung) im gegebenen Zeitintervall beträgt $4m/s$. Dies ergibt während $6s$ eine Beschleunigung von $a = 0.67m/s^2$.

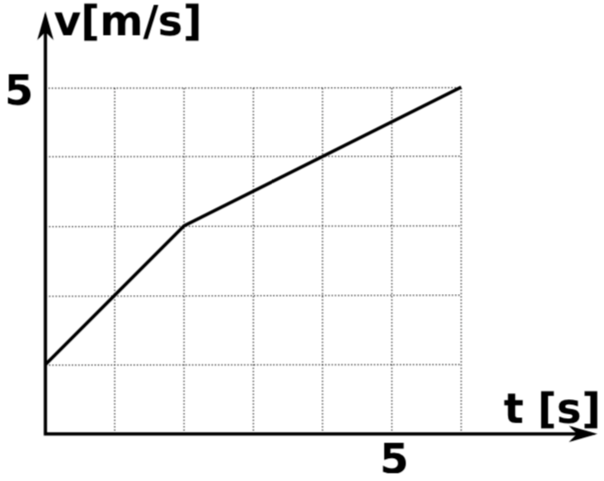
Frage 3



Wie gross ist die durchschnittliche Geschwindigkeit bis $t = 6s$.

1. $3.3m/s$
2. $3.0m/s$
3. $1.8m/s$
4. $1.3m/s$
5. keine der Antworten.

Frage 3



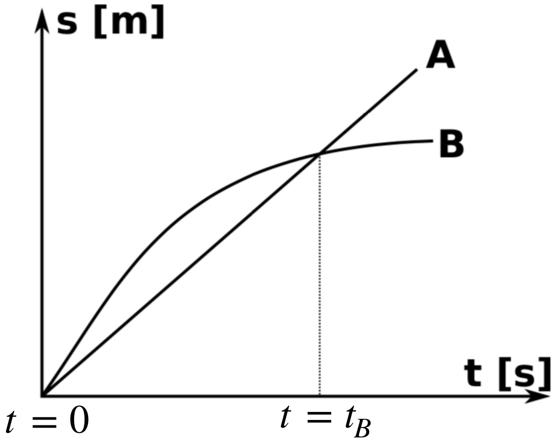
Wie gross ist die durchschnittliche Geschwindigkeit bis $t = 6s$.

1. $3.3m/s$
2. $3.0m/s$
3. $1.8m/s$
4. $1.3m/s$
5. keine der Antworten.

Antwort: 1. $3.3m/s$

Es wird eine Strecke von $20m$ in $6s$ zurückgelegt. Die durchschnittliche Geschwindigkeit beträgt also $3.3m/s$.

Frage 4



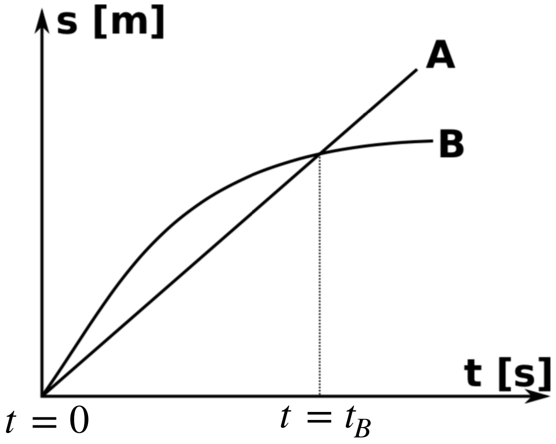
Der obige Graph zeigt die Position zweier Autos in Abhängigkeit der Zeit. Welche der Antworten stimmt?

1. Zur Zeit t_{B} haben beide Autos die gleiche Geschwindigkeit.
2. Beide Autos beschleunigen die ganze Zeit.
3. Beide Autos haben zu mindestens einer Zeit bevor t_{B} die gleiche Geschwindigkeit.
4. An einem Punkt im Graphen haben die beiden Autos die gleiche Beschleunigung.
5. Keine der Antworten stimmt.

Frage 4

Antwort: 3.

Die Geschwindigkeit entspricht der Wegänderung pro Zeit, also der Steigung der Kurve im Graphen. Die Steigung der Kurve B ist zu Beginn am grössten, und nimmt dann monoton ab, wie man aus der Graphik erkennt. Zur Zeit t_B ist die Steigung der Kurve geringer, als diejenige der Kurve A. Zwischen der Zeit $t = 0$ und $t = t_\mathrm{B}$ gibt es also eine Zeit bei der beide Kurven die gleiche Steigung haben. Die Beschleunigung wiederum entspricht der Änderung der Geschwindigkeit. Im Falle des Autos A verschwindet sie also überall. Die Beschleunigung des Autos B verschwindet zu Beginn, und nimmt dann monoton ab, da auch die Geschwindigkeit monoton abnimmt.



Frage 5

Man hat zwei gleich grosse, schwere Bälle. Der erste hat die Masse m, der zweite die Masse $2m$. Man lässt nun beide Bälle gleichzeitig aus dem Fenster fallen. Welcher der Bälle erreicht den Boden zuerst? (Vernachlässige Luftwiderstand).

1. Der erste Ball.
2. Der zweite Ball.
3. Beide gleichzeitig.
4. Zuwenig Informationen.

Frage 5

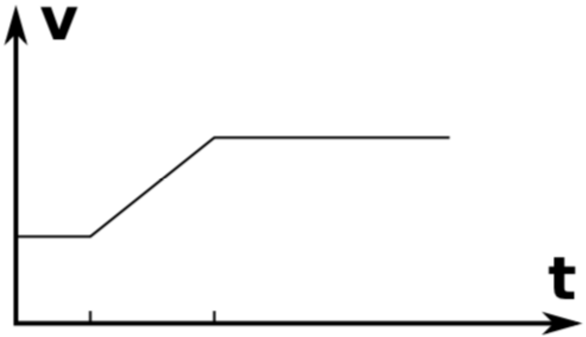
Man hat zwei gleich grosse, schwere Bälle. Der erste hat die Masse m, der zweite die Masse $2m$. Man lässt nun beide Bälle gleichzeitig aus dem Fenster fallen. Welcher der Bälle erreicht den Boden zuerst? (Vernachlässige Luftwiderstand).

1. Der erste Ball.
2. Der zweite Ball.
3. Beide gleichzeitig.
4. Zuwenig Informationen.

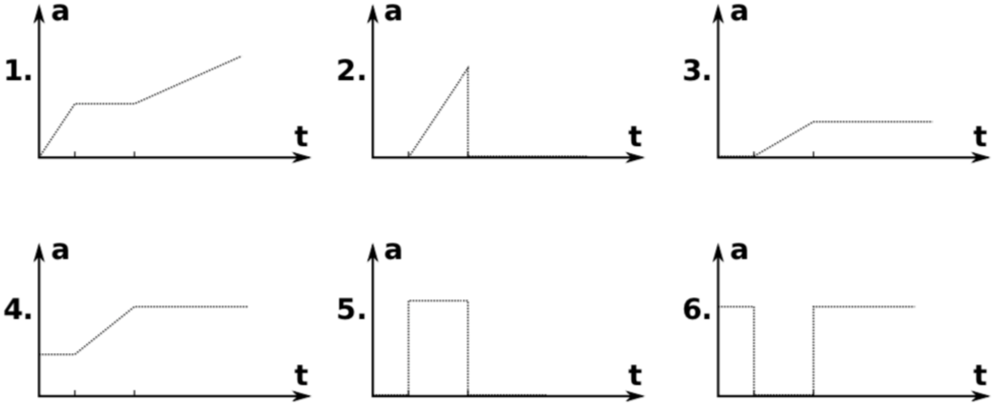
Antwort: 3.

Beide Bälle erreichen den Boden gleichzeitig. Sie werden beide im gleichen Masse beschleunigt (Erdbeschleunigung g).

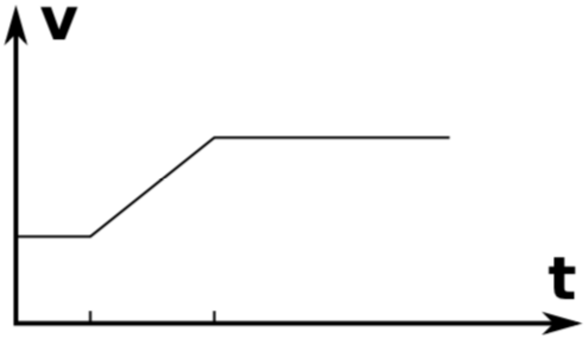
Frage 6



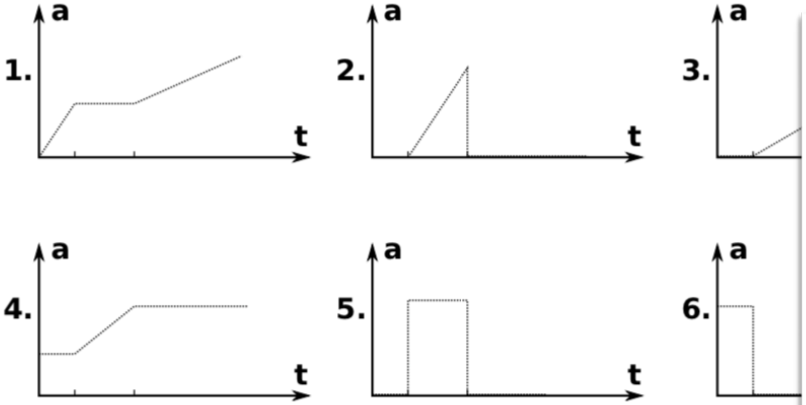
Ein Objekt bewegt sich mit einer Geschwindigkeit v, wie in obiger Skizze gezeigt. Welche der folgenden Graphen zeigt den richtigen qualitativen Verlauf der Beschleunigung?



Frage 6



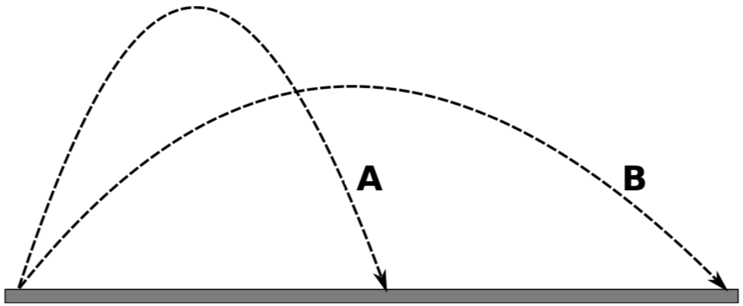
Ein Objekt bewegt sich mit einer Geschwindigkeit v, wie in obiger Skizze gezeigt. Welche der folgenden Graphen zeigt den richtigen qualitativen Verlauf der Beschleunigung?



Antwort: 5.

Die Geschwindigkeit ändert sich zu Beginn nicht. Die Beschleunigung ist also null. Danach nimmt die Geschwindigkeit linear zu. Die Beschleunigung hat dann einen konstanten, positiven Wert. Zum Schluss ist die Änderung der Geschwingigkeit, und somit der Beschleunigung, wieder null.

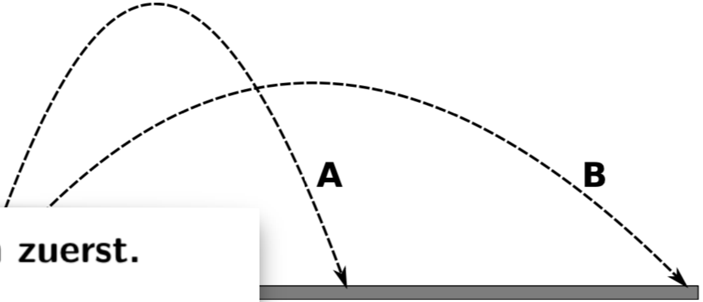
Frage 7



Zwei Bälle werden mit der gleichen Geschwindigkeit v_0 vom gleichen Ort aus geworfen. Man vernachlässigt eventuelle Reibungseffekte. Welcher der Bälle erreicht den Boden zuerst?

1. Ball A.
2. Ball B.
3. Beide erreichen den Boden gleichzeitig.
4. Kann man mit diesen Informationen nicht sagen.

Frage 7



Zwei Bälle werden r
vom gleichen Ort au
tuelle Reibungseffek
Boden zuerst?

1. Ball A.
2. Ball B.
3. Beide erreichen
4. Kann man mit d

Antwort: 2. Ball B erreicht den Boden zuerst.

Die Zeit, welche der Ball in der Luft verbringt hat einen direkten Zusammenhang zur Höhe, welche er erreicht. Der Ball ist doppelt so lange in der Luft wie er benötigt um seine maximale Höhe zu erreichen. Bei der maximalen Höhe gilt, dass die vertikale Komponente der Anfangsgeschwindigkeit auf Null abgefallen ist.

$$v_{0,y} - gt = 0 \;\Rightarrow t_{\text{hmax}} = \frac{v_{0,y}}{g}$$

Da zu Beginn die vertikale Geschwindigkeitskomponente von Ball A grösser ist als diejenige von Ball B, verbringt Ball A mehr Zeit in der Luft.