

ENGAGING
PHYSICS
TUTORING **EPT**

Engaging Physics Tutoring

Physik I

Lektion 12

Ideales Gas

Thermodynamische Zustände

Kreisprozesse

Themen der Lektion

Thermodynamische
Hauptsätze

Prozesse und
Prozessgrößen

Kreisprozesse

Ideales Gas

Übersicht

1. Hauptsatz der Thermodynamik

Die innere Energie eines Systems kann nur auf zwei Arten geändert werden:
Durch geleistete Arbeit oder durch Wärmeaustausch.

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q$$

Innere Energie U

= kinetische Energie aller Gasteilchen
→ verknüpft mit Temperatur !

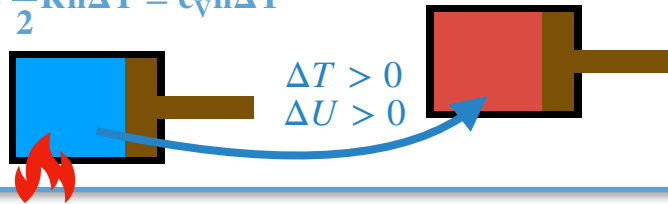
$$\Delta U = \frac{f}{2} n R \Delta T \quad f: \text{Freiheitsgrade}$$

$f = 3$ ideales Gas

Spezialfall $\Delta W = 0$

$V = \text{const.}$, Wärmeaustausch mit außen

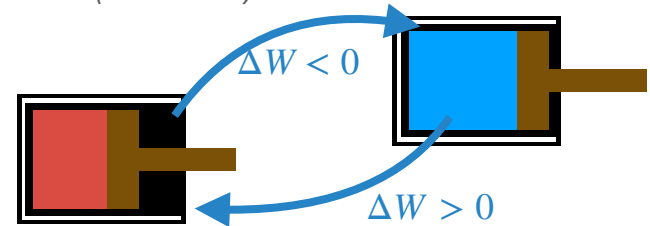
$$\Delta Q = \frac{f}{2} R n \Delta T = c_V n \Delta T$$



Arbeit durch Volumenänderung

- System, das sich ausdehnt, verrichtet Arbeit ($\Delta W < 0$)
- das System komprimieren braucht Arbeit ($\Delta W > 0$)

$$\Delta W = - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$



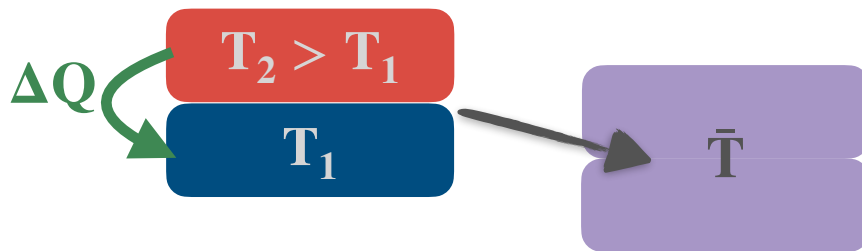
2. Hauptsatz der Thermodynamik

In jedem System gleichen sich ohne äußeres Zutun die Temperaturen verschiedener Körper mit der Zeit an. [“Wärme fließt am liebsten bergab”]

Irreversible Prozesse:

- *Lassen sich nicht einfach umkehren*
Grund: Energie hat sich verteilt / ist weniger nutzbar
- *Externe Arbeit nötig für Rückkehr in Ausgangszustand*

Prozesse, die spontan ablaufen,
sind grundsätzlich irreversibel
- Energie will sich verteilen!



Reversible Prozesse:

- *Umkehrbar ohne Änderung in Umgebung*
- *Energie bleibt nutzbar*

→ **Gesamte *Entropie* von System und Umgebung ändert sich nicht**

Entropie

Wie stark ist die Energie in einem System “verstreut”?

Wie schwierig ist es, die vorhandene Energie für Arbeit zu nutzen?

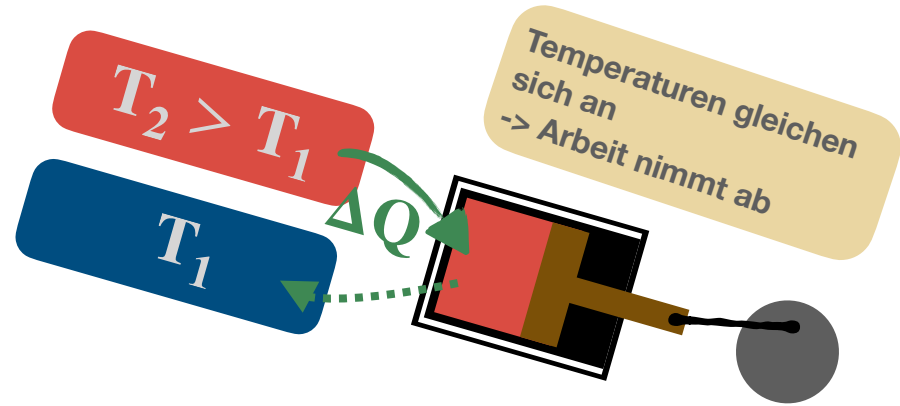
Eigenschaften

- Entropie ist eine Zustandsgröße!
- Für uns ist aber nur ΔS interessant

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad \left[+ \frac{\delta W_{\text{diss}}}{T} \right]$$

Vernachlässige
Reibung & Co.

Entropie kann also über
Wärmeaustausch mit Umgebung
importiert / exportiert werden.



Irreversible Prozesse:

$$\Delta S_{\text{ges}} > 0$$

Puzzle zu thermodynamischen Prozessen

Prozesse im PV - Diagramm

Isobar: $p = \text{konst.}$
 $V \sim T$

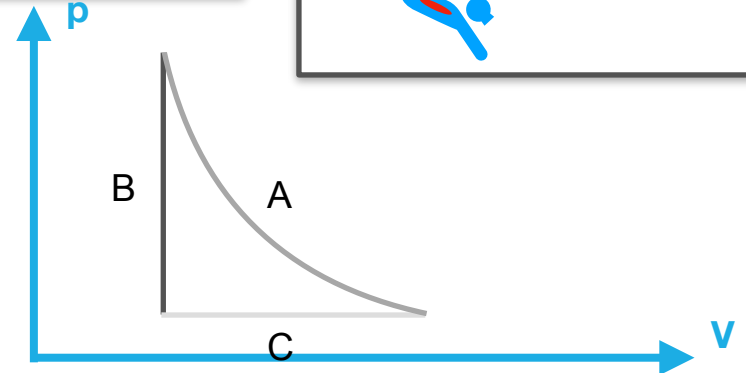
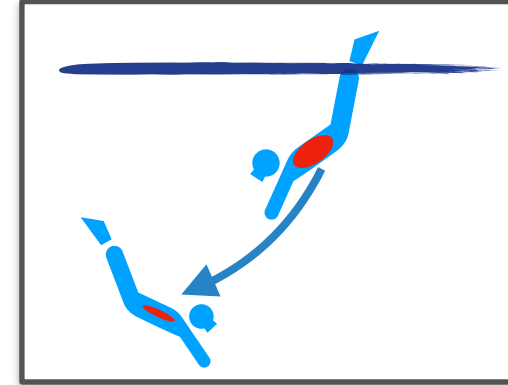
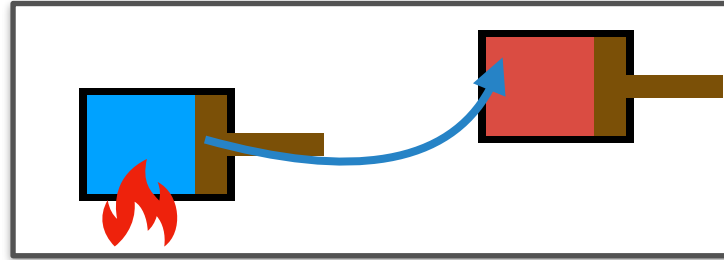
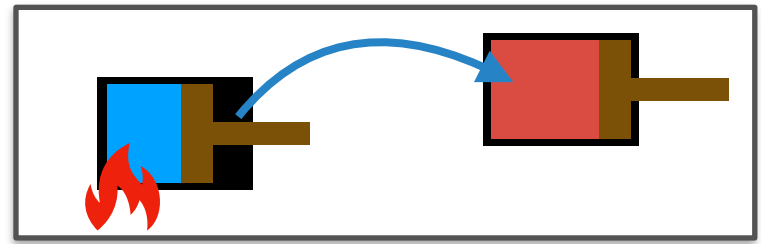
Isotherm: $T = \text{konst.}$
 $p \sim \frac{1}{V}$

Isochor: $V = \text{konst.}$
 $p \sim T$

$$\Delta W = 0$$
$$\Delta Q = \Delta U$$

$$\Delta Q > 0$$
$$\Delta W < 0$$

$$\Delta U = 0$$
$$\Delta Q = -\Delta W$$



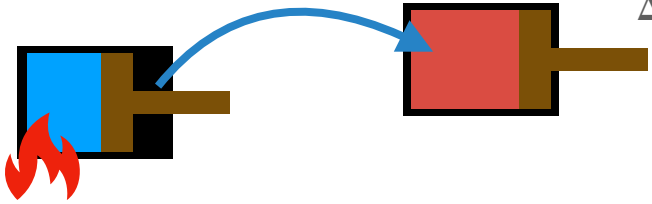
Prozesse im PV - Diagramm

Isobar: $p = \text{konst.}$

$V \sim T$

Isobare Expansion:

$\Delta U > 0$
 $\Delta Q > 0$
 $\Delta W < 0$



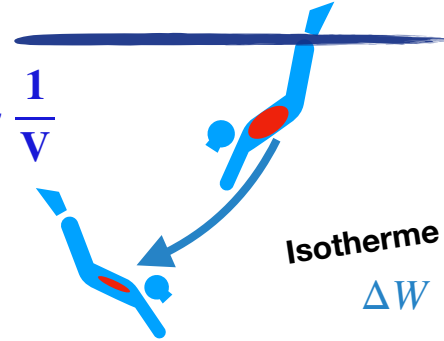
Isotherm: $T = \text{konst.}$ "Wärmebad"

$p \sim \frac{1}{V}$

$\Delta U = 0$
 $\Delta Q = -\Delta W$

Isotherme Kompression:

$\Delta W > 0$
 $\Delta Q < 0$



$pV = nRT$

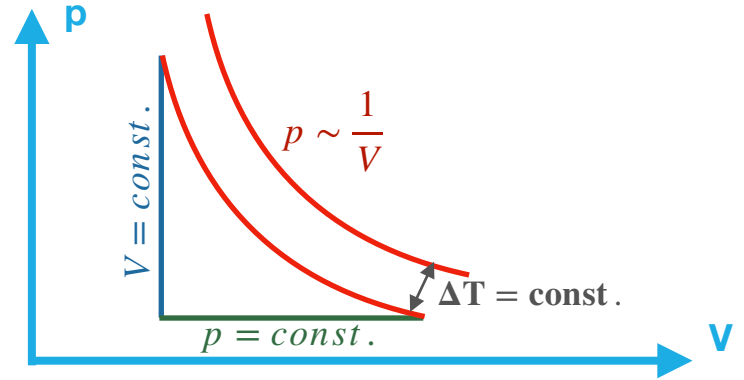
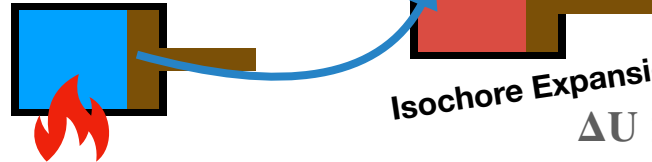
Isochor: $V = \text{konst.}$

$p \sim T$

$\Delta W = 0$
 $\Delta Q = \Delta U$

Isochore Expansion:

$\Delta U > 0$



Aufgabe zu Wärmekapazität und thermischem Gleichgewicht

Schmelzwärme und Wärmekapazität

$$c_{\text{schmelz}} = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Eiswürfel der Gesamtmasse $m_1 = 1 \text{ kg}$ werden in 2l Wasser mit Temperatur $T_2 = 100^\circ\text{C}$ gegeben.

$$m_2 = 2 \text{ kg}$$

$$c_{\text{H}_2\text{O}} = 4.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

Das Wasser ist nach aussen thermisch isoliert.

Welche Temperatur hat das Gemisch nach Erreichen des thermischen Gleichgewichts?

A) Temperaturänderung des Wassers durch Schmelzen des Eises:

$$Q_{\text{schmelz},1} = \Delta Q_2$$

B) Temperaturänderung zum Angleichen der Temperaturen:

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2$$

$$\Delta T_1 + \Delta T_2 = ?$$

Schmelzwärme und Wärmekapazität

$$c_{\text{schmelz}} = 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Eiswürfel der Gesamtmasse $m_1 = 1 \text{ kg}$ werden in 2l Wasser mit Temperatur $T_2 = 100^\circ\text{C}$ gegeben.

$$m_2 = 2 \text{ kg}$$

$$c_{\text{H}_2\text{O}} = 4.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

Das Wasser ist nach aussen thermisch isoliert.

Welche Temperatur hat das Gemisch nach Erreichen des thermischen Gleichgewichts?

A) Temperaturänderung des Wassers durch Schmelzen des Eises:

$$Q_{\text{schmelz}} = c_{\text{schmelz}} \cdot m_1 = m_2 \cdot c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \Delta T_S \quad \rightarrow \quad \Delta T_S = \frac{c_s}{2 \cdot c_{\text{H}_2\text{O}}} \approx 40 \text{ K}$$

Temperaturen dann $T_1' = 0 \text{ K}$
 $T_2' = 60 \text{ K}$

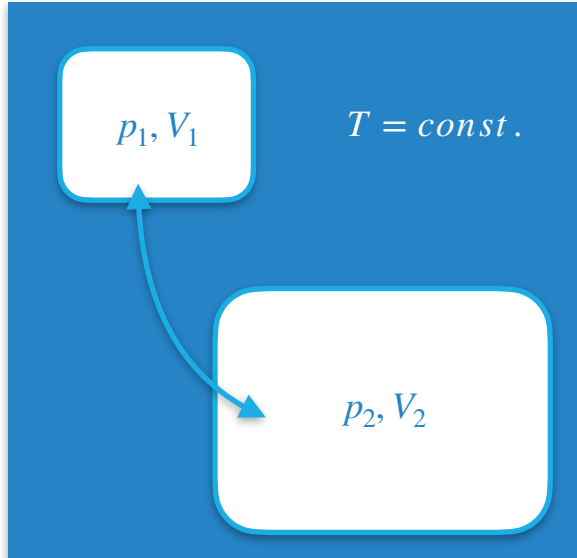
B) Temperaturänderung zum Angleichen der Temperaturen:

$$m_1 \cdot c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \Delta T_1 = m_2 \cdot c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \Delta T_2 \quad \rightarrow \quad \Delta T_1 = 2 \cdot \Delta T_2$$

Ausserdem gilt $\Delta T_1 + \Delta T_2 = 60 \text{ K} \quad \rightarrow \quad \dots \quad \rightarrow T_{\text{end}} = 40^\circ\text{C}$

Rechnen mit isothermer Volumenänderung

Isotherme Volumenänderung



$$\Delta T = 0$$

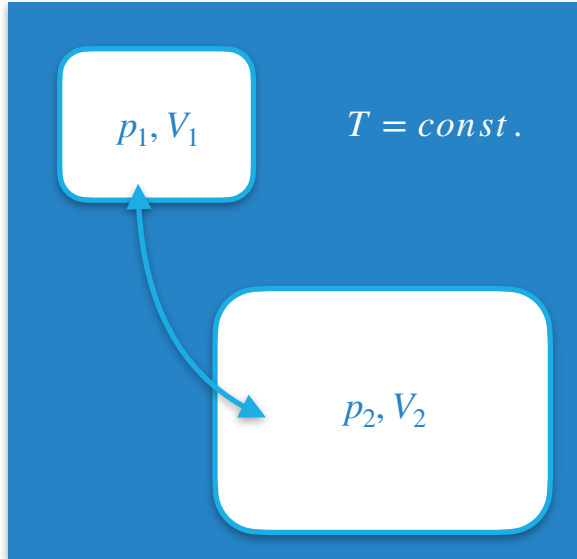
Was sind ΔU , ΔW und ΔQ ? Berechne, wenn nötig.

$$\Delta U =$$

$$\Delta Q =$$

$$\Delta W =$$

Isotherme Volumenänderung



$$\Delta T = 0$$

Was sind ΔU , ΔW und ΔQ ? Berechne, wenn nötig.

$$\Delta U = 0$$

$$\Delta Q = -\Delta W$$

$$\Delta W = - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \int_{V_2}^{V_1} \frac{nRT}{V} dV$$

$$\Delta W = nRT \ln \frac{V_1}{V_2} \quad \text{Isotherme: } p = \frac{\text{const.}}{V}$$

Adiabatisch wäre hier stattdessen
 $p = \frac{\text{const}}{V^\gamma}$

PV-Diagramm

Rechnungen im PV-Diagramm

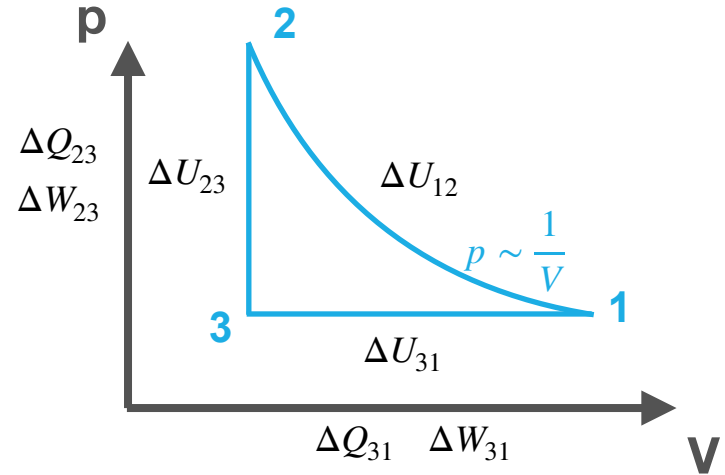
Was sind die Beziehungen der abgebildeten Grössen?

$$\Delta U_{12} \quad \Delta U_{23} \quad \Delta U_{31}$$

$$\Delta W_{23} \quad \Delta Q_{23} \quad \Delta W_{31} \quad \Delta Q_{31}$$

$$T_1 \quad T_2 \quad T_3$$

$$\frac{\Delta Q_{23}}{\Delta Q_{31}} =$$



Rechnungen im PV-Diagramm

Was sind die Beziehungen der abgebildeten Grössen?

$$\Delta U_{23} = -\Delta U_{31} \quad \Delta U_{12} = 0$$

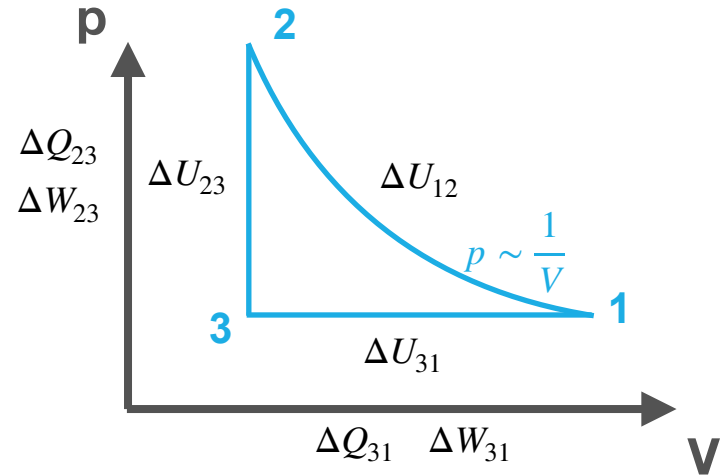
$$\Delta W_{23} = 0 \quad \Delta W_{31} = -(\Delta Q_{31} + \Delta Q_{23})$$

$$T_2 = T_1 \quad T_3 < T_1$$

$$\frac{\Delta Q_{23}}{\Delta Q_{31}} = -\frac{c_p}{c_v} = -\frac{f+2}{f} \quad \text{mit}$$

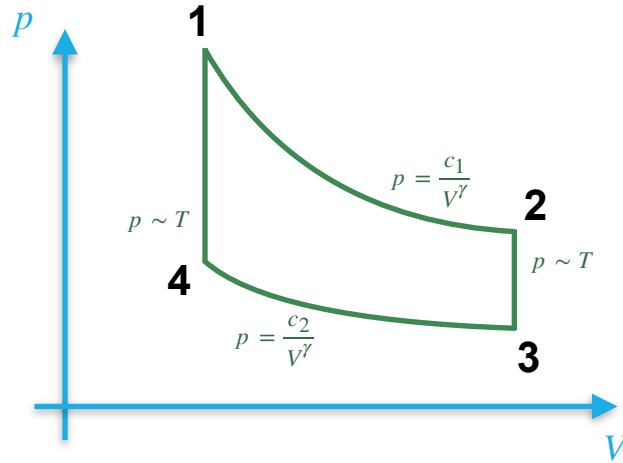
$$\Delta Q_{23} = n c_p \Delta T_{23}$$

$$\Delta Q_{31} = n c_v \Delta T_{31}$$



Veranschaulichung und Berechnung von Kreisprozessen

Kreisprozess adiabatisch / isochor

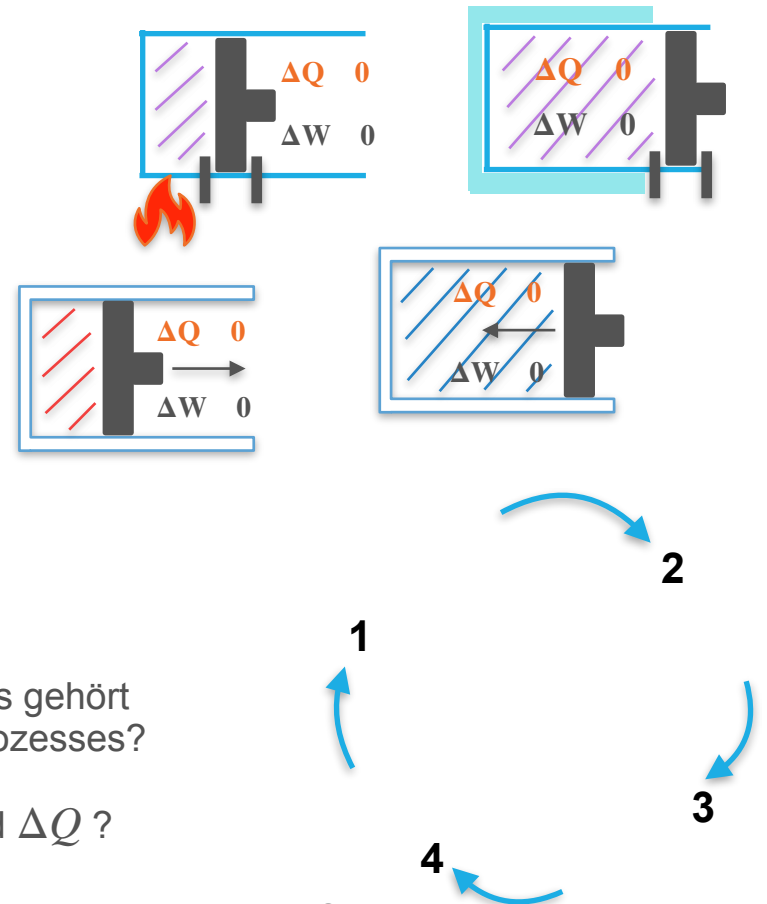


T_1 T_2 T_3

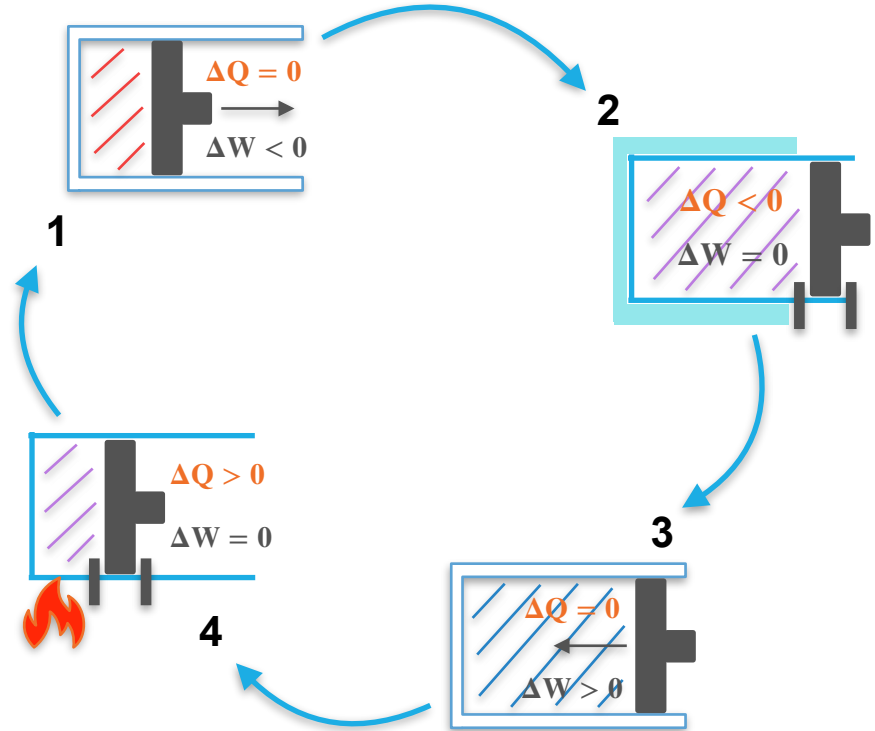
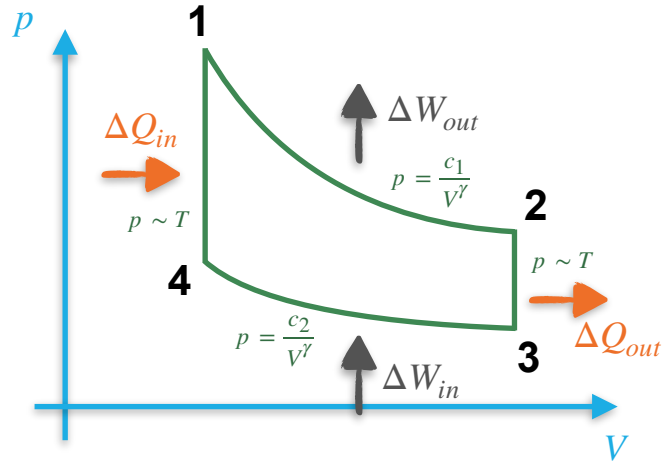
Welche Situation des Kolbens gehört an welche Stelle des Kreisprozesses?

Was sind jeweils die ΔW und ΔQ ?

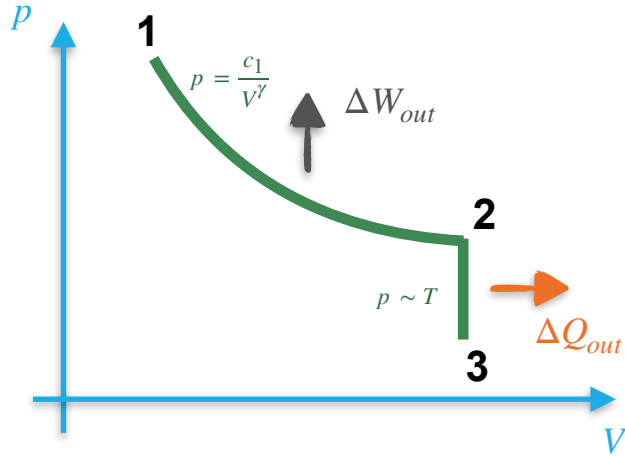
Wie verhalten sich die Temperaturen zueinander?



Kreisprozess adiabatisch / isochor



Berechnungen von Arbeit und Entropie



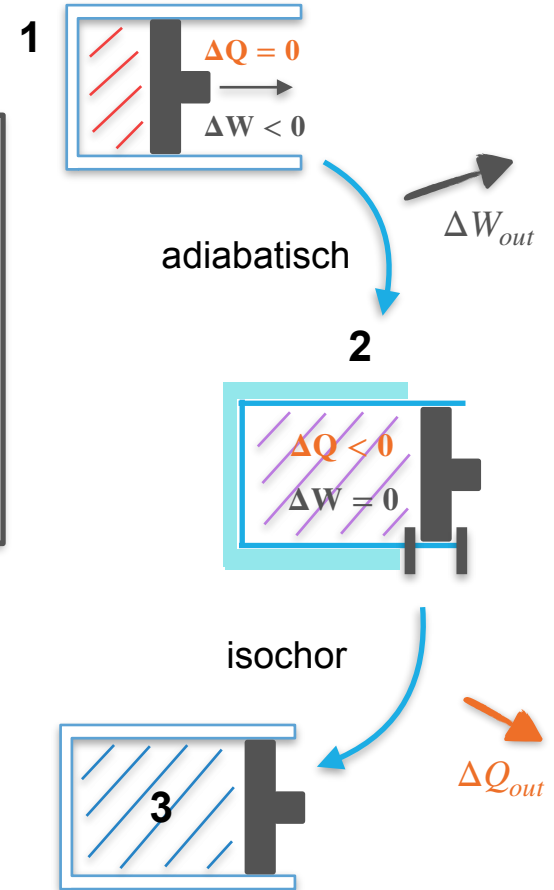
Wie gross ist ΔW_{out} ?
 (abhängig von V_1, V_2, γ, c_1)

$$\Delta W_{out} = - \int_? p \dots$$

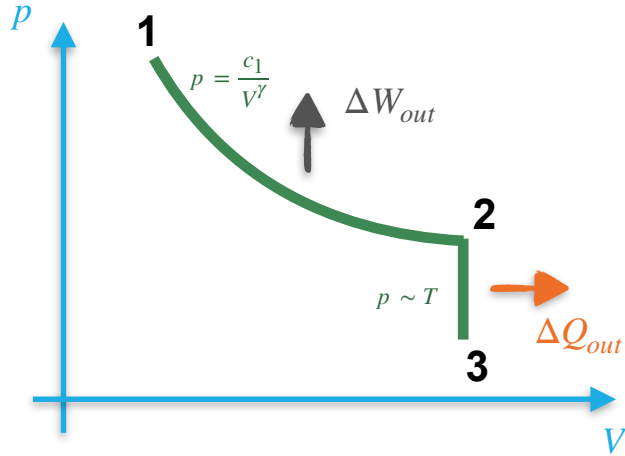
Wie gross ist ΔS_{23} ?
 (abhängig von T_2, T_3, f)

$$\Delta Q_{out} = \Delta U_{23}$$

$$T dS = \frac{f}{2} nR dT \quad \rightarrow \int \dots = \int \dots$$

$$\Delta S_{23} =$$


Berechnungen von Arbeit und Entropie



Wie gross ist ΔW_{out} ?
 (abhängig von V_1, V_2, γ, c_1)

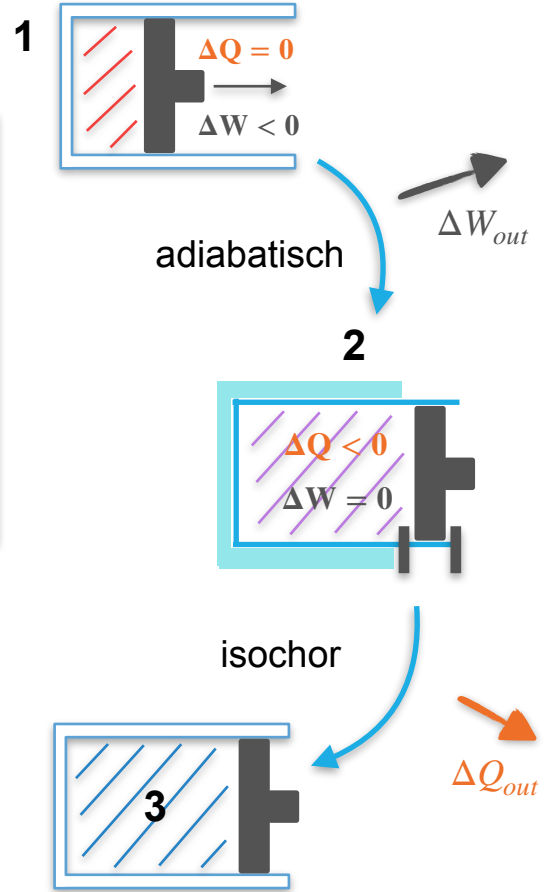
$$\Delta W_{out} = - \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{c_1}{V^\gamma} \, dV$$

$$\Delta W_{out} = - \frac{c_1}{1-\gamma} \left(V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma} \right) < 0$$

Wie gross ist ΔS_{23} ?
 (abhängig von T_2, T_3, f)

$$\Delta Q_{out} = \Delta U_{23}$$

$$T \, dS = \frac{f}{2} nR \, dT \quad \rightarrow \quad \int_{S_2}^{S_3} dS = \frac{f}{2} nR \int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S_{23} = \frac{f}{2} nR \ln \frac{T_3}{T_2} < 0$$


Konzeptfragen

Die folgenden Fragen sind extrahiert von
“Konzeptfragen zur Newtonschen Mechanik und Thermodynamik”
von Rafael Gort

Frage 1

Zwei genau gleich grosse Zimmer sind durch eine offene Türe miteinander verbunden. In eines der beiden Zimmer scheint die Sonne, darum ist es darin 5°C wärmer als im anderen. In welchem Zimmer befinden sich mehr Luftmoleküle? (Angenommen Luft sei ein ideales Gas)

1. Im Zimmer mit der Sonne.
2. Im Zimmer ohne Sonne.
3. In beiden Zimmern hat es gleich viel Luft.

Frage 1

Zwei genau gleich grosse Zimmer sind durch eine offene Türe miteinander verbunden. In eines der beiden Zimmer scheint die Sonne, darum ist es darin 5°C wärmer als im anderen. In welchem Zimmer befinden sich mehr Luftmoleküle? (Angenommen Luft sei ein ideales Gas)

1. Im Zimmer mit der Sonne.



Im Zimmer ohne Sonne.

3. In beiden Zimmern hat es gleich viel Luft.

Frage 2

Ein System besteht aus einer bestimmten Menge eines idealen Gases in einem Zylinder mit beweglichem Kolben. Bei einer adiabatischen Expansion nimmt die Temperatur des Systems ab. Warum?

1. Vom System wird Wärme abgegeben, wenn sich der Kolben bewegt.
2. Weil der Druck des Gases konstant bleibt.
3. Das System nimmt Wärme auf, wenn es Arbeit verrichtet.
4. Die vom System verrichtete Arbeit geht vollständig auf Kosten der inneren Energie.

Frage 2

Ein System besteht aus einer bestimmten Menge eines idealen Gases in einem Zylinder mit beweglichem Kolben. Bei einer adiabatischen Expansion nimmt die Temperatur des Systems ab. Warum?

1. Vom System wird Wärme abgegeben, wenn sich der Kolben bewegt.
2. Weil der Druck des Gases abnimmt.
3. Das System nimmt Wärme auf.
4. Die vom System verrichtete Arbeit geht auf Kosten der inneren Energie.

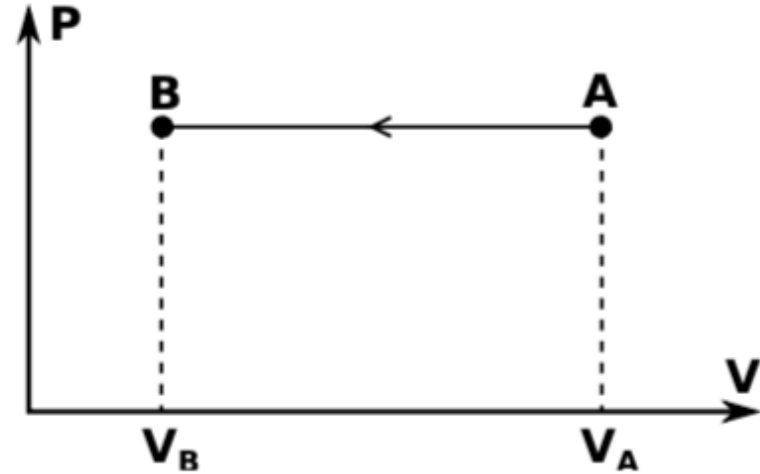
Antwort: 4.

Bei einem adiabatischen Prozess findet kein Wärmeaustausch statt. Nach dem ersten Hauptsatz gilt also:

$$dU = \delta W$$

Frage 3

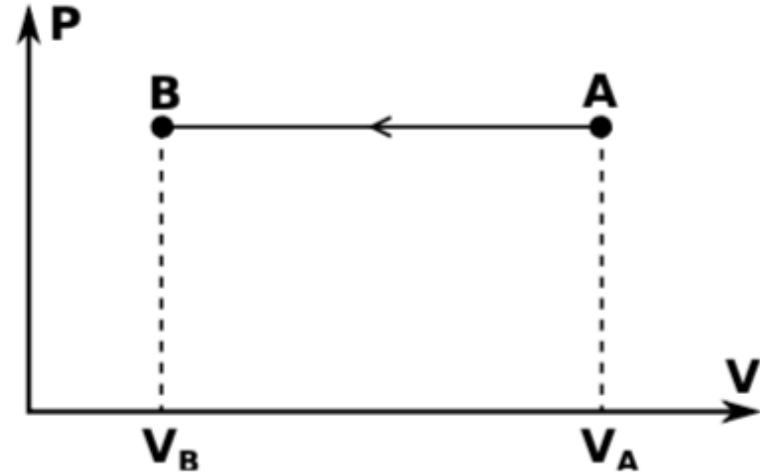
Ein Kolben ist gefüllt mit einem idealen Gas. Das Gas wird vom thermodynamischen Zustand A zum Zustand B gebracht, wie im obigen P-V Diagramm gezeigt. Wie gross ist die vom Gas verrichtete Arbeit?



1. Es wird keine Arbeit verrichtet.
2. Die Arbeit entspricht der Fläche unter der Kurve.
3. Die Arbeit entspricht der negativen Fläche unter der Kurve.

Frage 3

Ein Kolben ist gefüllt mit einem idealen Gas. Das Gas wird vom thermodynamischen Zustand A zum Zustand B gebracht, wie im obigen P-V Diagramm gezeigt. Wie gross ist die vom Gas verrichtete Arbeit?



1. Es wird keine Arbeit verrichtet.
2. Die Arbeit entspricht der Fläche unter der Kurve.
3. Die Arbeit entspricht der negativen Fläche unter der Kurve.

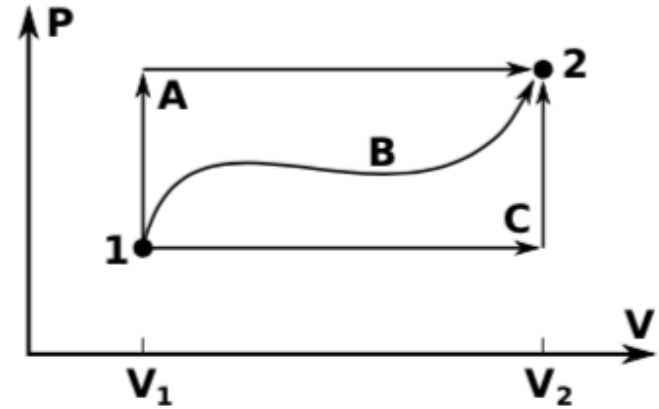
Antwort: 3.

Das Gas kann bei Volumenausdehnung Arbeit verrichten. Wird das Volumen kleiner wird Arbeit am Gas verrichtet.

Frage 4

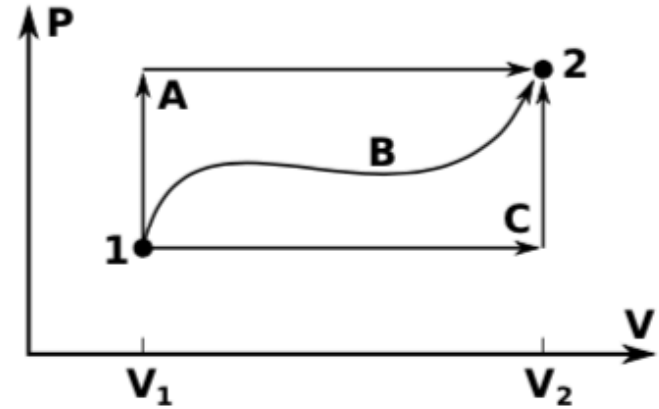
Ein Kolben ist gefüllt mit einem idealen Gas. Das Gas wird vom thermodynamischen Zustand 1 zum Zustand 2 gebracht, wie im obigen P-V Diagramm gezeigt. Für welchen Weg ist die vom Gas verrichtete Arbeit am grössten?

1. Weg A.
2. Weg B.
3. Weg C.
4. Die verrichtete Arbeit ist überall gleich gross.



Frage 4

Ein Kolben ist gefüllt mit einem idealen Gas. Das Gas wird vom thermodynamischen Zustand 1 zum Zustand 2 gebracht, wie im obigen P-V Diagramm gezeigt. Für welchen Weg ist die vom Gas verrichtete Arbeit am grössten?



1. Weg A.
2. Weg B.
3. Weg C.
4. Die verrichtete Arbeit ist überall gleich gross.

Antwort: 1. Weg A

Die verrichtete Arbeit entspricht der Fläche unter der Kurve im P-V Diagramm.