

Beispiel „Khan-Aufgabe“

Laura Gioia Andrea Keller

8. Mai 2019

Die vorliegende Dokumentation illustriert das Prinzip der „Kahn-Aufgaben“ am Beispiel der Multiplikation komplexer Zahlen.

Zu Beginn sieht der Student/die Studentin eine vorgeschlagene Multiplikation zweier komplexer Zahlen und kann

- seine/ihre Lösung eingeben, welche auf Richtigkeit geprüft wird (über die „enter“- Schaltfläche)
- oder: eine andere Multiplikation anfordern, falls die vorliegende zu schwierig erscheint (siehe Pfeil auf dem folgenden Bild)
- oder: ein erstes Mal Hilfe anfordern (siehe Hinweis auf dem folgenden Bild)

Multiplikation komplexer Zahlen 1/16

Bestimmen Sie $(-2 + 4i) \cdot (5 + i) = ?$

Auswahl einer anderen Aufgabe

Bestätigung der Eingabe / Kontrolle

Anfordern von Hilfe

Abbildung 1: Ausgangssituation

Es folgt nun auf den folgenden Seiten eine Abfolge der möglichen Iterationen mit immer mehr Hinweisen.

Multiplikation komplexer Zahlen 1/16



Bestimmen Sie $(-2 + 4i) \cdot (5 + i) = ?$



Komplexe Zahlen werden wie Binome ausmultipliziert.

Abbildung 2: nach einmaligem Aufruf der Hilfe

Multiplikation komplexer Zahlen 1/16



Bestimmen Sie $(-2 + 4i) \cdot (5 + i) = ?$



Komplexe Zahlen werden wie Binome ausmultipliziert.

Zuerst benutze die Distributivität:

$$\begin{aligned} &(-2 + 4i) \cdot (5 + i) = \\ &(-2 \cdot 5) + (-2 \cdot i) + (4i \cdot 5) + (4i \cdot i) \end{aligned}$$

Abbildung 3: nach zweimaligem Aufruf der Hilfe

Multiplikation komplexer Zahlen 1/16

H

Bestimmen Sie $(-2 + 4i) \cdot (5 + i) = ?$

Komplexe Zahlen werden wie Binome ausmultipliziert.

Zuerst benutze die Distributivität:

$$\begin{aligned}(-2 + 4i) \cdot (5 + i) &= \\(-2 \cdot 5) + (-2 \cdot i) + (4i \cdot 5) + (4i \cdot i)\end{aligned}$$

Vereinfachen ergibt:

$$(-10) + (-2i) + (20i) + (4i^2)$$

Abbildung 4: nach dreimaligem Aufruf der Hilfe

Multiplikation komplexer Zahlen 1/16

H

Bestimmen Sie $(-2 + 4i) \cdot (5 + i) = ?$

Komplexe Zahlen werden wie Binome ausmultipliziert.

Zuerst benutze die Distributivität:

$$\begin{aligned}(-2 + 4i) \cdot (5 + i) &= \\(-2 \cdot 5) + (-2 \cdot i) + (4i \cdot 5) + (4i \cdot i)\end{aligned}$$

Vereinfachen ergibt:

$$(-10) + (-2i) + (20i) + (4i^2)$$

Imaginärteile können zusammen gruppiert werden.

$$-10 + (-2 + 20)i + 4i^2$$

Abbildung 5: nach viermaligem Aufruf der Hilfe

Multiplikation komplexer Zahlen 1/16

H

Bestimmen Sie $(-2 + 4i) \cdot (5 + i) = ?$

?

Komplexe Zahlen werden wie Binome ausmultipliziert.

Zuerst benutze die Distributivität:

$$\begin{aligned}(-2 + 4i) \cdot (5 + i) &= \\(-2 \cdot 5) + (-2 \cdot i) + (4i \cdot 5) + (4i \cdot i)\end{aligned}$$

Vereinfachen ergibt:

$$(-10) + (-2i) + (20i) + (4i^2)$$

Imaginärteile können zusammen gruppiert werden.

$$-10 + (-2 + 20)i + 4i^2$$

Nachdem wir $i^2 = -1$ einfügen, wird die Lösung

$$-10 + (-2 + 20)i - 4$$

Abbildung 6: nach fünfmaligem Aufruf der Hilfe

Multiplikation komplexer Zahlen 1/16



Bestimmen Sie $(-2 + 4i) \cdot (5 + i) = ?$



Komplexe Zahlen werden wie Binome ausmultipliziert.

Zuerst benutze die Distributivität:

$$\begin{aligned}(-2 + 4i) \cdot (5 + i) &= \\(-2 \cdot 5) + (-2 \cdot i) + (4i \cdot 5) + (4i \cdot i)\end{aligned}$$

Vereinfachen ergibt:

$$\begin{aligned}(-10) + (-2i) + (20i) + (4i^2) \\ \text{Imaginärteile können zusammen gruppiert werden.}\end{aligned}$$

$$-10 + (-2 + 20)i + 4i^2$$

Nachdem wir $i^2 = -1$ einfügen, wird die Lösung

$$-10 + (-2 + 20)i - 4$$

Dies kann man vereinfachen zu: $(-10 - 4) + (18i) = -14 + 18i$

Abbildung 7: und schlussendlich nach sechsmaligem Aufruf der Hilfe