Lösen einer Differentialgleichung

Dr. Laura Keller

Januar 2017

Das Ziel hier ist das Bestimmen der allgemeinen Lösung der folgenden Differentialgleichung

$$\dot{c}(t) = 1.5 - 0.03 \cdot c(t)$$

Das Ziel hier ist das Bestimmen der allgemeinen Lösung der folgenden Differentialgleichung

$$\dot{c}(t) = 1.5 - 0.03 \cdot c(t)$$

Umschreiben :

$$\dot{c}(t) = \frac{dc}{dt} = 1{,}5 - 0.03c$$

Trennung der Variablen:

Trennung der Variablen: $\frac{dc}{dt} = 1{,}5 - 0{,}03\,c \Longrightarrow \frac{1}{1{,}5-0{,}03c}\,dc = dt$

Unbestimmte Integration : $\int \frac{1}{1{,}5-0{,}03c}\,dc = \int dt$

Trennung der Variablen: $\frac{dc}{dt} = 1{,}5 - 0{,}03c \implies \frac{1}{1{,}5-0{,}03c}\,dc = dt$

Unbestimmte Integration : $\int \frac{1}{1{,}5-0{,}03c}\,dc = \int dt$

Substitution : $1{,}5 - 0{,}03c = u \implies \frac{du}{dc} = -0{,}03 \implies dc = \frac{-1}{0{,}03}\,du$

also: $\int \frac{1}{1{,}5-0{,}03c}\,dc = -\frac{1}{0{,}03}\int \frac{1}{u}\,du = -\frac{1}{0{,}03}\ln|u| + K_1$

$= -\frac{1}{0{,}03}\ln|1{,}5-0{,}03c| + K_1$

Trennung der Variablen: $\frac{dc}{dt} = 1{,}5 - 0{,}03\,c \implies \frac{1}{1{,}5-0{,}03c}\,dc = dt$

Unbestimmte Integration: $\int \frac{1}{1{,}5-0{,}03c}\,dc = \int dt$

Substitution: $1{,}5 - 0{,}03c = u \implies \frac{du}{dc} = -0{,}03 \implies dc = \frac{-1}{0{,}03}\,du$

also: $\int \frac{1}{1{,}5-0{,}03c}\,dc = -\frac{1}{0{,}03}\int \frac{1}{u}\,du = -\frac{1}{0{,}03}\ln|u| + K_1$

$$= -\frac{1}{0{,}03}\ln|1{,}5-0{,}03c| + K_1$$

ausserdem: $\int dt = \int 1\,dt = t + K_2$

Zusammengefasst: $-\frac{1}{0{,}03}\ln|1{,}5-0{,}03c|+K_1 = t + K_2$

$\Rightarrow \ln|1{,}5-0{,}03c| = -0{,}03t + K$

$\Rightarrow 1{,}5-0{,}03c = Ke^{-0{,}03t} \Rightarrow 1{,}5 - Ke^{-0{,}03t} = 0{,}03c$

Schlussendlich: $\boxed{c = c(t) = \frac{1{,}5}{0{,}03} - Ke^{-0{,}03t}}$