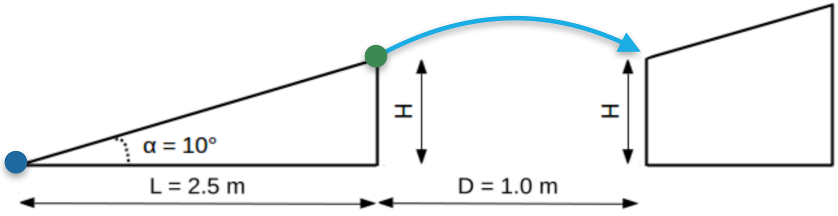
Physik I für Medis 2021

Anmerkung zu Aufgabe 5, Blatt 3 - Rollstuhl

gefragt:

Nötige Geschwindigkeit, um Loch zu überspringen. v_0



Integration:

$$x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot t + x_0$$

$$y(t) = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} + y_0$$

Beachte Wahl des Koordinatensystems!

$x_0 = 0$, $y_0 = 0$:

$$v_0 \cos\alpha \cdot t_e = D$$

$$v_0 \sin\alpha \cdot t_e - \frac{gt_e^2}{2} = 0$$

... aber wie weiter?

$x_0 = L$, $y_0 = H$:

$$v_0 \cos\alpha \cdot t_e + L = D + L$$

$$v_0 \sin\alpha \cdot t_e - \frac{gt_e^2}{2} + H = H$$

Danach lösen für v_0

t **und** v_0 sind unbekannt.

$\Rightarrow$ Eliminiere t!

Thema heute

Kräfte nach Newton

Newton II
Bewegungsgleichungen

Zerlegung und Addition von Kräften

Actio - Reactio

(Kräftegleichgewicht)

Impulse von letzter Woche

Masse:

Was ist das?
Was beeinflusst diese Grösse und was macht sie aus?

bestimmt, wie einfach sich ein Körper durch Kräfte beschleunigen lässt (Trägheit)

(zusätzlich, hier weniger gemeint: bestimmt stärke der Anziehung zu anderen Massen)

Kraft:

Was ist das?
Was bewirkt diese Grösse?

Einwirkung auf Körper, die eine Beschleunigung (oder Verformung) verursacht.

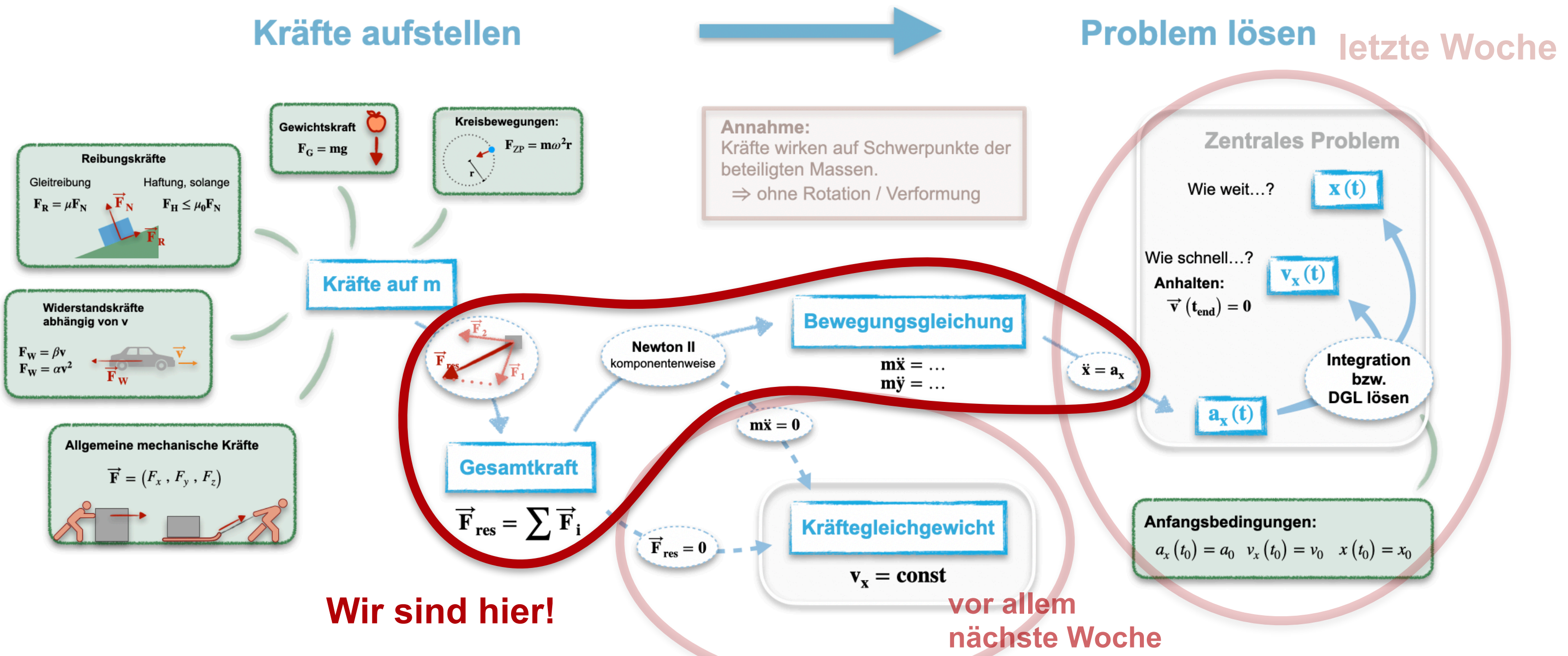
Kraftbegriff ist nicht von Beschleunigung trennbar!

Was verbindet diese beiden Grössen mit dem Thema letzte Woche?

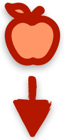
Beide hängen direkt mit der Beschleunigung zusammen. $F = ma$

Newton II: Was ist die Beschleunigung einer Masse m, wenn Kraft F auf ihn wirkt?

Einordnung: Was machen wir gerade?

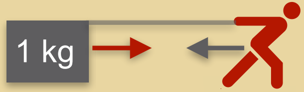


Kraft $\vec{F}$



actio - reactio:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



Superposition:

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots$$

Kräfte auf eine Masse addieren sich vektoriell

Ohne Kräfte:

$$\vec{F} = 0 \quad \rightarrow \vec{v} = \text{const}.$$

Geschwindigkeit der Masse bleibt unverändert!

analog: **Für Aufgabe 1!**

Kräftegleichgewicht:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \quad \rightarrow \vec{v} = \text{const}.$$

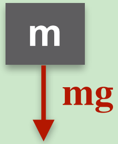
Einheit "Newton"

$$[F] = N = kg\frac{m}{s^2}$$

"1N beschleunigt 1kg in 1s auf 1m/s"

Newton II:

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}}$$

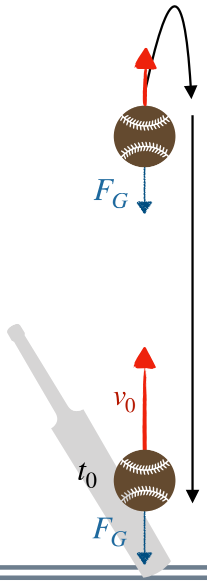


$$m\vec{a} = \vec{F}_{res} \quad [m = const.]$$

Beschleunigung wird <u>immer</u> durch Kräfte ausgelöst

Ergänzung Rezept: Senkrechter Wurf mit Newton 2

**Objekt wird mit Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben geschossen.
Es wirkt die Gewichtskraft**



Anfangsbedingungen: explizit: $v_y(t_0) = v_0$ implizit: $y(t_0) = y_0 \equiv 0$ $t_0 \equiv 0$

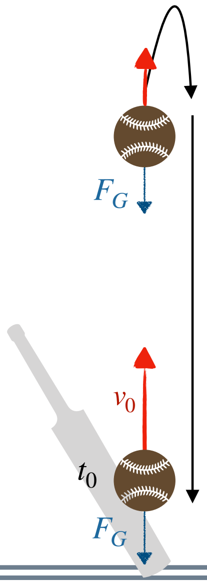
Beschleunigung: $a_y = -g = const.$

Was ist $v_y(t)$? $$v_y(t) = v_y(t_0) + \int_0^t a_y \, \mathrm{d}t = v_0 - g \cdot t$$

Was ist $\vec{r}(t)$? $$y(t) = y(t_0) + \int_0^t v_y(t) \, \mathrm{d}t = 0 + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Ergänzung: Senkrechter Wurf und Newton 2

Objekt wird mit Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben geschossen. Es wirkt die Gewichtskraft



Bewegungsgleichung mit Newton 2: $ma_y = F_G \longrightarrow m\ddot{y} = -mg$

Anfangsbedingungen: explizit: $v_y(t_0) = v_0$ implizit: $y(t_0) = y_0 \equiv 0$ $t_0 \equiv 0$

Beschleunigung: $a_y = -g = const.$

aus Aufgabe und Bewegungsgleichung

Was ist $v_y(t)$? $v_y(t) = v_y(t_0) + \int_0^t a_y \, \mathrm{d}t = v_0 - g \cdot t$

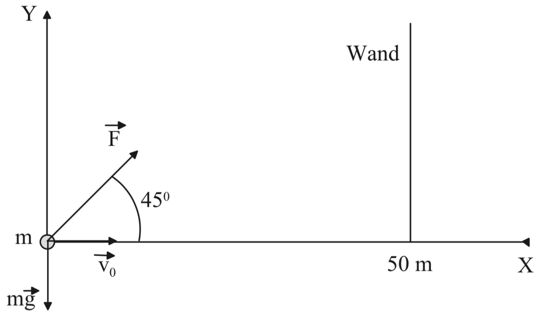
Integrieren

Was ist $\vec{r}(t)$? $y(t) = y(t_0) + \int_0^t v_y(t) \, \mathrm{d}t = 0 + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$

Bewegungsgleichungen aufstellen - Beispiel aus Übungen

Ball mit Masse m wird geworfen mit $\vec{v_0}$.

Es wirken konstante Kräfte $\vec{F}_g$ und $\vec{F}$.



Vorgehen nach Rezept:

Bewegungsgleichungen aus Newton II

$$m\ddot{\vec{r}} = \qquad \begin{pmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \end{pmatrix} =$$

Anfangsbedingungen

$$\vec{r}\,(t = 0) = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} =$$

$$\vec{v}\,(t = 0) = \begin{pmatrix} v_{x,0} \\ v_{y,0} \end{pmatrix} =$$

Beschleunigung

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} =$$

Geschwindigkeit

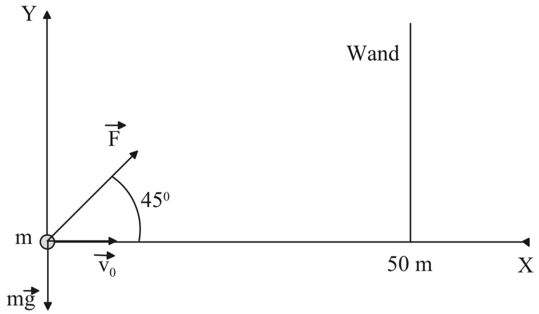
Ortskurve

daheim…

Bewegungsgleichungen aufstellen - Beispiel aus Übungen

Ball mit Masse m wird geworfen mit $\vec{v_0}$.

Es wirken konstante Kräfte $\vec{F}_g$ und $\vec{F}$.



Vorgehen nach Rezept:

Bewegungsgleichungen aus Newton II

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_G + \vec{F} \qquad \begin{pmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F\cos\alpha \\ F\sin\alpha - mg \end{pmatrix}$$

Anfangsbedingungen

$$\vec{r}\,(t=0) = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}\,(t=0) = \begin{pmatrix} v_{x,0} \\ v_{y,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Beschleunigung

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{F}{m}\cos\alpha \\ \frac{F}{m}\sin\alpha - g \end{pmatrix}$$

Integrieren

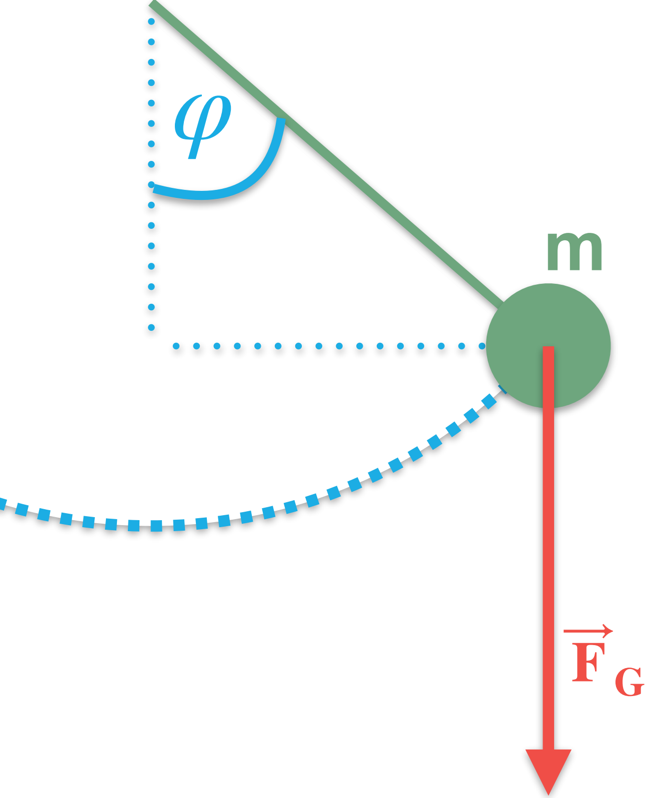
Geschwindigkeit

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} =$$

Ortskurve

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} =$$

daheim…



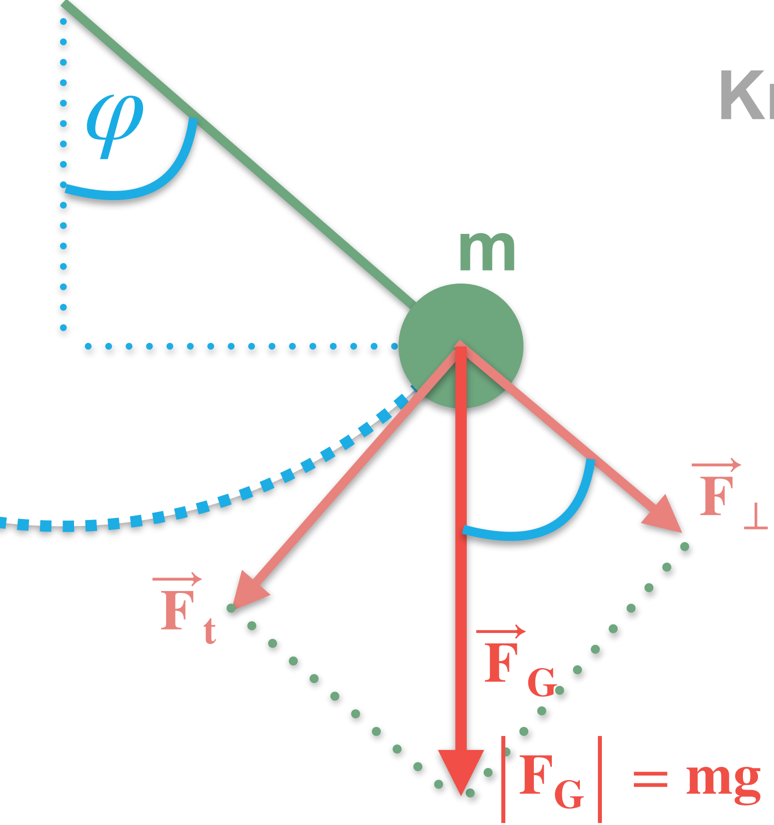
Kräfte beim Fadenpendel

<u>Frage:</u>

In welche Kraftkomponenten lässt sich die Gewichtskraft beim abgebildeten Fadenpendel zerlegen?

Gibt es weiteren Kräfte, die auf Masse m wirken?
Tipp: Wohin bewegt sich die Masse?

Kräfte beim Fadenpendel



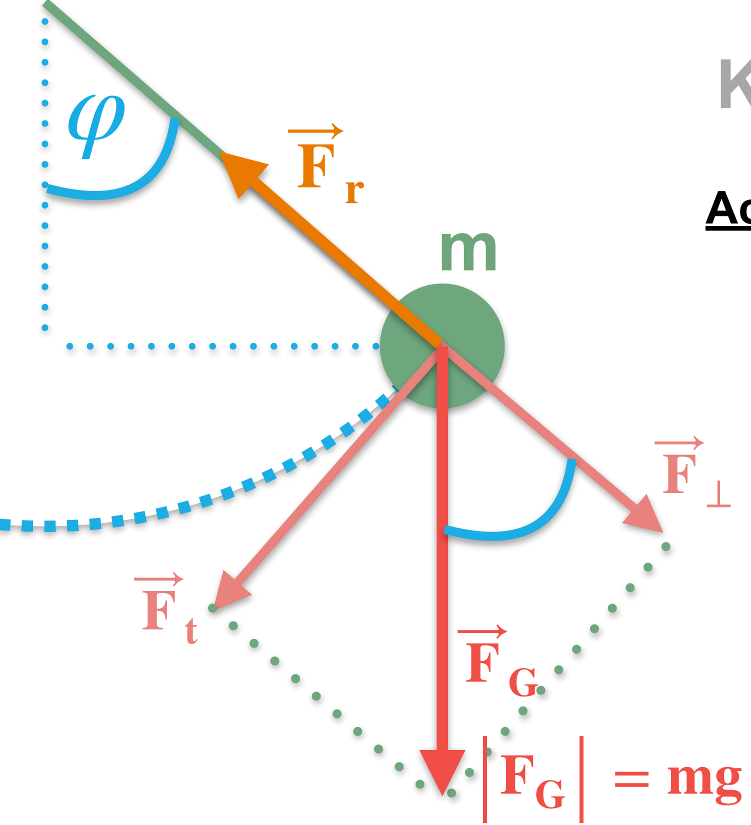
Konstruktion des Kräfteparallelograms

Finde: $\left|\vec{F}_\perp\right| = mg\cos\varphi$

$$\left|\vec{F}_t\right| = mg\sin\varphi$$

Aber warum bewegt sich das Pendel dann nur in tangential?

Kräfte beim Fadenpendel



Achtung: Actio - Reactio

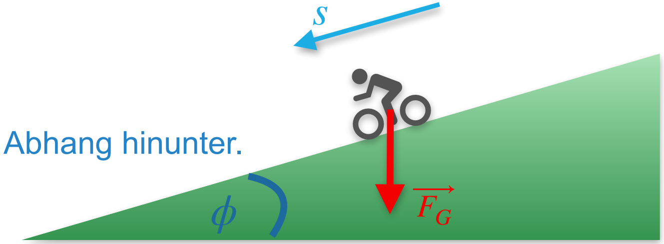
Weitere Kraft wird durch Seil aufgebracht!

$$\left|\vec{F}_r\right| = \left|\vec{F}_\perp\right|$$

Als resultierende Kraft bleibt nur $\vec{F}_t$ übrig!

→ Resultierende Beschleunigung ist rein tangential

Warm - up Clicker



Eine Fahrradfahrerin rollt reibungslos und ohne Antrieb einen Abhang hinunter.
Welche Aussagen stimmen?

A) Die Bewegungsgleichung in Fahrtrichtung kann so aussehen:

$$m\ddot{s} = mg \sin\phi$$

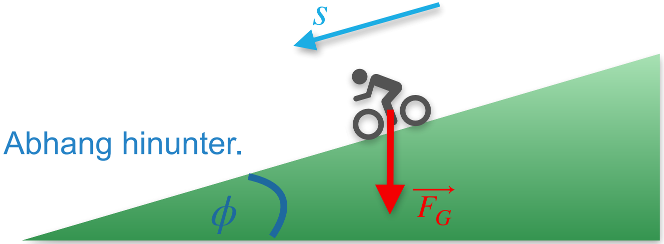
B) Ohne Reibung wirkt nur die Gewichtskraft auf die Fahrerin.

C) Orthogonal zur Strasse befindet sich die Fahrerin im Kräftegleichgewicht.

D) Die Bewegungsgleichung in Fahrtrichtung kann so aussehen:

$$s(t) = \frac{1}{2} g \sin\phi t^2 + v_0 t + s_0$$

Warm - up Clicker



Eine Fahrradfahrerin rollt reibungslos und ohne Antrieb einen Abhang hinunter.
Welche Aussagen stimmen?

Die Bewegungsgleichung in Fahrtrichtung kann so aussehen:

$$m\ddot{s} = mg\sin\phi$$

ja, das ist schon die Bewegungsgleichung

B) Ohne Reibung wirkt nur die Gewichtskraft auf die Fahrerin.

Zusätzlich drückt die Strasse mit der Normalkraft gegen die Fahrerin

Orthogonal zur Strasse befindet sich die Fahrerin im Kräftegleichgewicht.

Ja, sonst würde sie einfach nach unten Fallen

D) Die Bewegungsgleichung in Fahrtrichtung kann so aussehen:

$$s(t) = \frac{1}{2}g\sin\phi t^2 + v_0 t + s_0$$

Das ist schon die Lösung der Bewegungsgleichung

Hinweis zu Aufgabe 1, Blatt 4

Hier wirken drei Kräfte. Alle drei müssen in der Bewegungsgleichung aufaddiert werden.

Gewichtskraft der Kugel	$F_G = \rho_K \cdot V_K \cdot g$	Zieht Kugel nach unten Es gilt hier $m_K = \rho_K \cdot V_K$
Reibungskraft im Honig	$F_r = A \cdot v$ $A =$ Konstanten	Bremst den Fall, Richtung nach oben
Auftriebskraft der Kugel	$F_G = \rho_W \cdot V_K \cdot g$	Gewicht von Wasser drückt Kugel nach oben

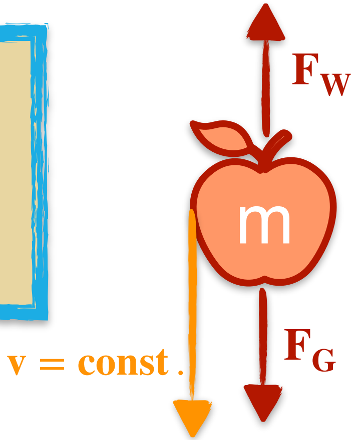
Wegen Abhängigkeit von v in Reibungskraft wird konstante Geschwindigkeit erreicht, bei der sich die Kräfte gerade aufheben, also netto keine Beschleunigung wirkt ($a_z = 0$).

Rechnen im Kräftegleichgewicht

Kräftegleichgewicht: $\sum \vec{F}_i = 0$ *"Summe aller Kräfte ist null"*

mit 2. Newton folgt $\mathbf{m\ddot{\vec{r}} = \sum_i \vec{F}_i = 0}$ $\mathbf{\ddot{\vec{r}} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0}$

→ *Geschwindigkeit muss konstant sein!*



Häufige Aufgabe: Berechne konstante Geschwindigkeit

Vorgehen:

1.) Stelle Summe aller Kräfte auf

2.) Setze $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{tot}} = \mathbf{0}$ und löse nach v auf

Beispiel: Fall mit Luftwiderstand

$\mathbf{F_G = -mg}$ und $\mathbf{F_W = \alpha v^2}$

$\rightarrow \mathbf{F_{tot} = -mg + \alpha v^2 = 0}$ $\rightarrow \mathbf{v^2 = \frac{mg}{\alpha}}$

Die Newton'sche Bewegungsgleichung

Mit Newton II lässt sich aus Kräften auf die Dynamik eines Körpers schliessen

$$m\vec{a} = m\ddot{\vec{x}} = \sum_i \vec{F}_i$$

heisst deshalb **"Bewegungsgleichung"**

Vorgehen:

1.) Kräfte aufsummieren $\quad \vec{F}_{tot} = \dots$

2.) Bewegungsgleichung hinschreiben $\quad m\ddot{\vec{r}} = \dots$

3.) Bewegungsgleichung lösen

3. a) Integration

$$\vec{a} \xrightarrow{\int} \vec{v} \xrightarrow{\int} \vec{r}$$

oder

3. b) Lösung der DGL

Falls r, v und/oder a gemeinsam in Gleichung

Beispiel für freien Fall:

1.) $\vec{F}_{tot} = -mg\hat{e}_z$

2.) $m\ddot{\vec{r}} = -mg\hat{e}_z$

$\rightarrow m\ddot{z} = -mg$

3.) $v_z = -gt + v_0$

$$z = z_0 - \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$