

Engaging Physics Tutoring

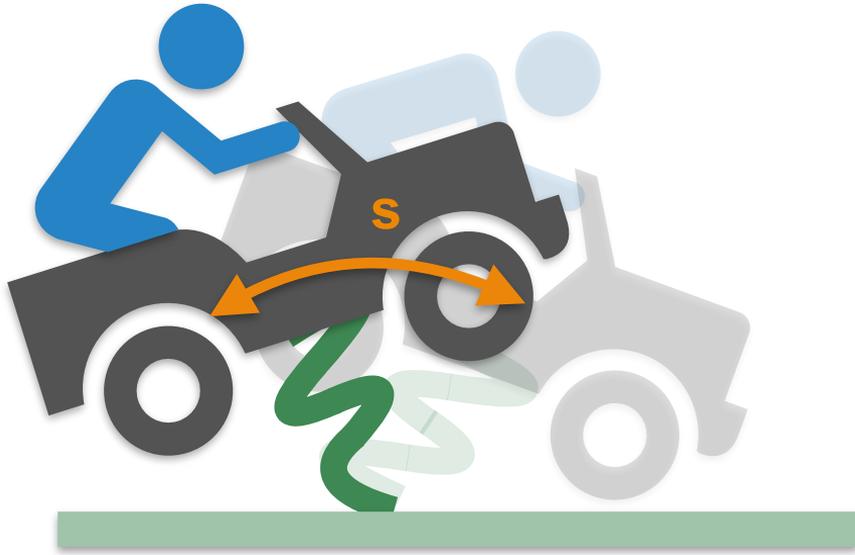
Lektion 9

Federkraft
Schwingungen

Aufgaben

Federwippe

Federwippe



Zwei Kinder sitzen auf dem Spielplatz auf Federwippen.

Wir nehmen an, dass die Federn bei der kreisförmigen Auslenkung (Richtung $\mathbf{s}(\mathbf{t})$) aus der Ruhelage eine Federkonstante von $\mathbf{D} = 5 \text{ kN/m}$ haben.

Zusammen mit der Federwippe sind die Massen der Kinder $m_1 = 30 \text{ kg}$ und $m_2 = 40 \text{ kg}$.

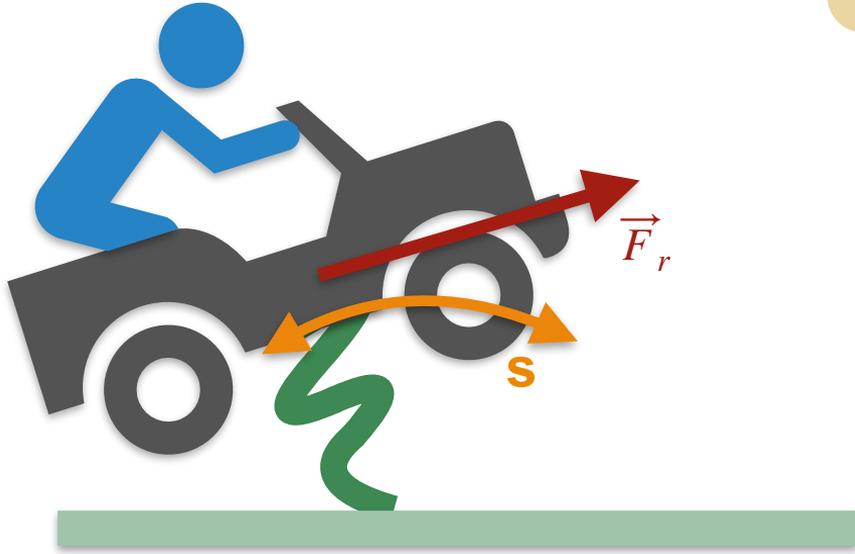
Beide Kinder springen so auf, dass sie aus der Ruhelage mit $v_0 = 5 \text{ m/s}$ starten.

Fragen:

Wie sieht die Bewegungsgleichung der Schwingungen aus?

Welches schwingt schneller hin und her? (wie schnell?)

Federwippe



$$\begin{aligned} D &= 5 \text{ kN/m} & m_1 &= 30 \text{ kg} \\ v_0 &= 5 \text{ m/s} & m_2 &= 40 \text{ kg} \end{aligned}$$

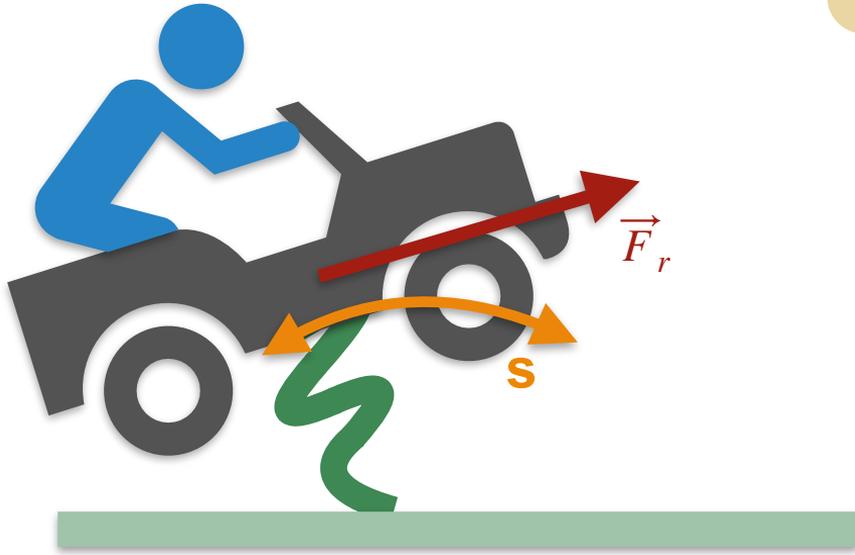
Wie sieht die Bewegungsgleichung der Schwingungen aus?

⇒ Newton II

Rückstellkraft wirkt in Richtung $s(t)$:

Welches Kind schwingt schneller hin und her?
(wie schnell?)

Federwippe



$$\begin{aligned} D &= 5 \text{ kN/m} & m_1 &= 30 \text{ kg} \\ v_0 &= 5 \text{ m/s} & m_2 &= 40 \text{ kg} \end{aligned}$$

Wie sieht die Bewegungsgleichung der Schwingungen aus?

⇒ **Newton II**

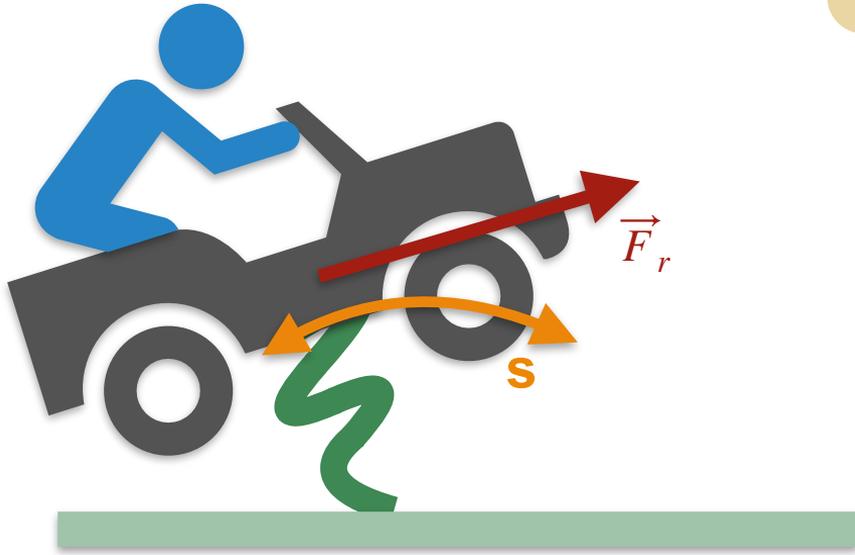
Rückstellkraft wirkt in Richtung $s(t)$:

$$\begin{aligned} m\ddot{s} &= F_r = -Ds \\ \Rightarrow \ddot{s} + \frac{D}{m}s &= 0 \end{aligned}$$

Bewegungsgleichung für harmonischen Oszillator!

Welches Kind schwingt schneller hin und her?
(wie schnell?)

Federwippe



$$\begin{aligned} D &= 5 \text{ kN/m} & m_1 &= 30 \text{ kg} \\ v_0 &= 5 \text{ m/s} & m_2 &= 40 \text{ kg} \end{aligned}$$

Wie sieht die Bewegungsgleichung der Schwingungen aus?

⇒ **Newton II**

Rückstellkraft wirkt in Richtung $s(t)$:

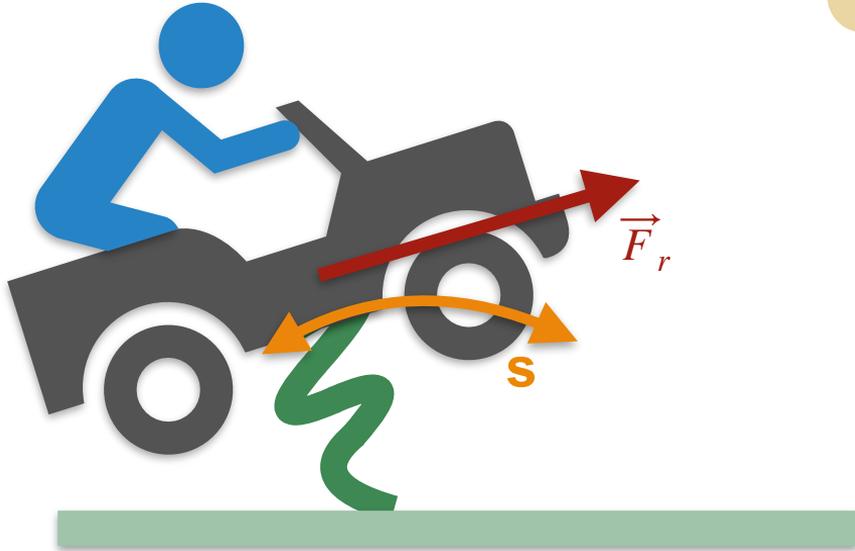
$$\begin{aligned} m\ddot{s} &= F_r = -Ds \\ \Rightarrow \ddot{s} + \frac{D}{m}s &= 0 \end{aligned}$$

Bewegungsgleichung für harmonischen Oszillator!

Welches Kind schwingt schneller hin und her?
(wie schnell?)

Identifiziere Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$

Federwippe



$$\begin{aligned} D &= 5 \text{ kN/m} & m_1 &= 30 \text{ kg} \\ v_0 &= 5 \text{ m/s} & m_2 &= 40 \text{ kg} \end{aligned}$$

Wie sieht die Bewegungsgleichung der Schwingungen aus?

⇒ **Newton II**

Rückstellkraft wirkt in Richtung $s(t)$:

$$\begin{aligned} m\ddot{s} &= F_r = -Ds \\ \Rightarrow \ddot{s} + \frac{D}{m}s &= 0 \end{aligned}$$

Bewegungsgleichung für harmonischen Oszillator!

Welches Kind schwingt schneller hin und her? (wie schnell?)

Identifiziere Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$

⇒ Das leichtere Kind schwingt mit höherer Frequenz

Eine Periode der Schwingung dauert $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{D}} = \frac{2\pi}{10} \text{ s} = 0.63 \text{ s}$

Federwippe



Zwei Kinder sitzen auf dem Spielplatz auf Federwippen.

$$m\ddot{s} = F_r = -Ds$$

$$\begin{aligned} D &= 5 \text{ kN/m} & m_1 &= 30 \text{ kg} \\ v_0 &= 5 \text{ m/s} & m_2 &= 40 \text{ kg} \end{aligned}$$

Bewegungsgleichung: $\ddot{s} + \omega_0 s = 0$

mit Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$

Harmonischer Oszillator!

Fragen: Durch welche Funktion werden die Auslenkungen $s(t)$ beschrieben?
Welches Kind schwingt weiter aus? (wie weit?)

Federwippe

$$\begin{aligned} D &= 5 \text{ kN/m} & m_1 &= 30 \text{ kg} \\ v_0 &= 5 \text{ m/s} & m_2 &= 40 \text{ kg} \\ & & \ddot{s} + \omega_0 s &= 0 \end{aligned}$$

Durch welche Funktion werden die Auslenkungen $s(t)$ beschrieben?

❖ Allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$$

Spick!

Federwippe

$$\begin{aligned} D &= 5 \text{ kN/m} & m_1 &= 30 \text{ kg} \\ v_0 &= 5 \text{ m/s} & m_2 &= 40 \text{ kg} \\ & & \ddot{s} + \omega_0 s &= 0 \end{aligned}$$

Durch welche Funktion werden die Auslenkungen $s(t)$ beschrieben?

- ❖ Allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung: $x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$ **Spick!**
- ❖ Setze Anfangsbedingungen ein:

Federwippe

$$\begin{aligned} D &= 5 \text{ kN/m} & m_1 &= 30 \text{ kg} \\ v_0 &= 5 \text{ m/s} & m_2 &= 40 \text{ kg} \\ & & \ddot{s} + \omega_0 s &= 0 \end{aligned}$$

Durch welche Funktion werden die Auslenkungen $s(t)$ beschrieben?

- ❖ Allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \cos(\omega_0 t) + \mathbf{B} \sin(\omega_0 t)$$

Spick!

- ❖ Setze Anfangsbedingungen ein:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{A} = \mathbf{0}$$

$$\dot{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{v}_0 \quad \mathbf{v}_0 = \mathbf{B} \omega_0 \cos(\omega_0 \cdot 0)$$

Amplitude der Schwingung

$$\Rightarrow \mathbf{B} = \frac{\mathbf{v}_0}{\omega_0} = v_0 \sqrt{\frac{m}{D}}$$

\Rightarrow Schwingung entspricht Funktion $\mathbf{x}(t) = \frac{\mathbf{v}_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$

Federwippe

$$\begin{aligned} D &= 5 \text{ kN/m} & m_1 &= 30 \text{ kg} \\ v_0 &= 5 \text{ m/s} & m_2 &= 40 \text{ kg} \\ & & \ddot{s} + \omega_0 s &= 0 \end{aligned}$$

Durch welche Funktion werden die Auslenkungen $s(t)$ beschrieben?

- ❖ Allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \cos(\omega_0 t) + \mathbf{B} \sin(\omega_0 t)$$

Spick!

- ❖ Setze Anfangsbedingungen ein:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{A} = \mathbf{0}$$

$$\dot{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{v}_0 \quad \mathbf{v}_0 = \mathbf{B} \omega_0 \cos(\omega_0 \cdot 0)$$

Amplitude der Schwingung

$$\Rightarrow \mathbf{B} = \frac{\mathbf{v}_0}{\omega_0} = v_0 \sqrt{\frac{m}{D}}$$

⇒ Schwingung entspricht Funktion $\mathbf{x}(t) = \frac{\mathbf{v}_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$

Welches Kind schwingt weiter aus? (wie weit?)

Federwippe

$$\begin{aligned} D &= 5 \text{ kN/m} & m_1 &= 30 \text{ kg} \\ v_0 &= 5 \text{ m/s} & m_2 &= 40 \text{ kg} \\ & & \ddot{s} + \omega_0 s &= 0 \end{aligned}$$

Durch welche Funktion werden die Auslenkungen $s(t)$ beschrieben?

- ❖ Allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$$

Spick!

- ❖ Setze Anfangsbedingungen ein:

$$x(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad A = 0$$

$$\dot{x}(0) = v_0 \quad v_0 = B \omega_0 \cos(\omega_0 \cdot 0)$$

Amplitude der Schwingung

$$\Rightarrow B = \frac{v_0}{\omega_0} = v_0 \sqrt{\frac{m}{D}}$$

⇒ Schwingung entspricht Funktion $x(t) = \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$

Welches Kind schwingt weiter aus? (wie weit?)

Beim schwereren Kind ist die Schwingungsamplitude B grösser.

Sie beträgt $B = v_0 \sqrt{\frac{m}{D}} = 0.5 \text{ m}$