Engaging Physics Tutoring

Lektion 8

Impulserhaltung
Drehimpulserhaltung
Stösse

Aufgaben

ENGAGING PHYSICS TUTORING EPT

Alternativer Antrieb auf dem Eis

Rückstoss auf dem Eis

Mujinga Kambundji ist mal wieder beim Schlittschuhfahren.

Heute will sie sich durch Rückstoss fortbewegen. Dazu wirft sie aus dem Stand einen schweren Stein ($m_S = 20\ \mathrm{kg}$) weg. Nach dem Wurf hat dieser eine Horizontalgeschwindigkeit von $v_S = 9\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

A) Wie schnell bewegt sich nun Kambundji?

B) Wie viel Arbeit mussten ihre Muskeln verrichten?

Annahme: Kambundji wiegt ungefähr 60 kg.

Rückstoss auf dem Eis

$$v_0 = 0$$
$$m_S = 20\ \text{kg}$$
$$m_K = 60\ \text{kg}$$
$$v_S = 9\ \text{m/s}$$

A) Wie schnell bewegt sich nun Kambundji?

Impulsbilanz: $p_{0,ges} = p'_{ges}$

$p_{0,ges} =$

$p'_{ges} =$

$\Rightarrow v_K =$

B) Wie viel Arbeit mussten ihre Muskeln verrichten?

(“inelastischer Stoss rückwärts”)

$W =$

Rückstoss auf dem Eis

$$v_0 = 0$$
$$m_S = 20\ \text{kg}$$
$$m_K = 60\ \text{kg}$$
$$v_S = 9\ \text{m/s}$$

A) Wie schnell bewegt sich nun Kambundji?

Impulsbilanz: $p_{0,ges} = p'_{ges}$

$$p_{0,ges} = (m_K + m_S) \cdot v_0 = 0$$

$$p'_{ges} = \qquad \Rightarrow v_K =$$

B) Wie viel Arbeit mussten ihre Muskeln verrichten?

("inelastischer Stoss rückwärts")

$$W =$$

Rückstoss auf dem Eis

$$v_0 = 0$$
$$m_S = 20 \text{ kg}$$
$$m_K = 60 \text{ kg}$$
$$v_S = 9 \text{ m/s}$$

A) Wie schnell bewegt sich nun Kambundji?

Impulsbilanz: $p_{0,ges} = p'_{ges}$

$$p_{0,ges} = (m_K + m_S) \cdot v_0 = 0$$

$$p'_{ges} = m_K v_K - m_S v_S \overset{!}{=} 0 \quad \Rightarrow v_K = \frac{m_S}{m_K} v_S = 3 \; \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

B) Wie viel Arbeit mussten ihre Muskeln verrichten?

(“inelastischer Stoss rückwärts”)

$W =$

Rückstoss auf dem Eis

$$v_0 = 0$$
$$m_S = 20 \text{ kg}$$
$$m_K = 60 \text{ kg}$$
$$v_S = 9 \text{ m/s}$$

A) Wie schnell bewegt sich nun Kambundji?

Impulsbilanz: $p_{0,ges} = p'_{ges}$

$$p_{0,ges} = (m_K + m_S) \cdot v_0 = 0$$

$$p'_{ges} = m_K v_K - m_S v_S \overset{!}{=} 0 \quad \Rightarrow v_K = \frac{m_S}{m_K} v_S = 3 \; \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

B) Wie viel Arbeit mussten ihre Muskeln verrichten?

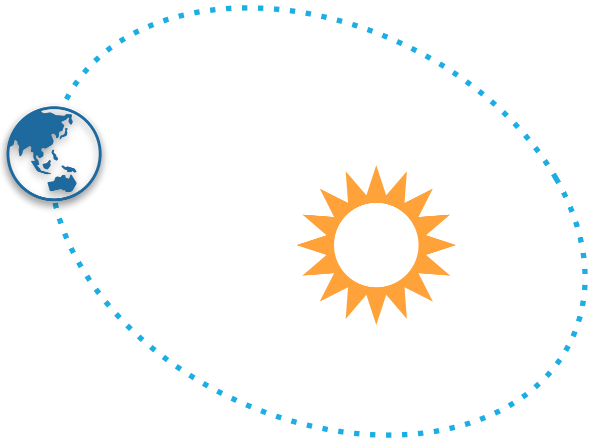
Die Arbeit, die sie aufbringen musste, entspricht Differenz der Gesamtenergie nach dem Stoss und vor dem Stoss.

(“inelastischer Stoss rückwärts”)

$$W = \Delta U = E'_{ges} - E_{0,ges} = \frac{1}{2} m_S v_S^2 + \frac{1}{2} m_K v_K^2 - 0 = 1.08 \text{ kJ}$$

Drehimpuls der Erde um die Sonne

Erde und Sonne



Die Erde kreist einmal im Jahr um die Sonne.

Die Masse der Erde ist $m_E = 5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$,
die der Sonne $m_S = 1.99 \cdot 10^{30}\mathrm{kg}$.

Gravitationskraft: $\left|F_G\right| = \dfrac{m_S m_E G}{r^2}$

Annahme: Wir nähern die Bewegung als Kreisbewegung.

<u>Fragen:</u>

Wie gross ist der Abstand Sonne-Erde?
Welche Bahngeschwindigkeit hat die Erde?

Wie gross ist der Betrag des Drehimpuls der Erde um die Sonne?

Erde und Sonne

Idee: Zentripetalkraft wird durch Gravitationskraft geliefert.

$$\left|F_G\right| = \left|F_{ZP}\right|$$

$\left|F_{ZP}\right| =$ $\omega =$

Gleichsetzen liefert:

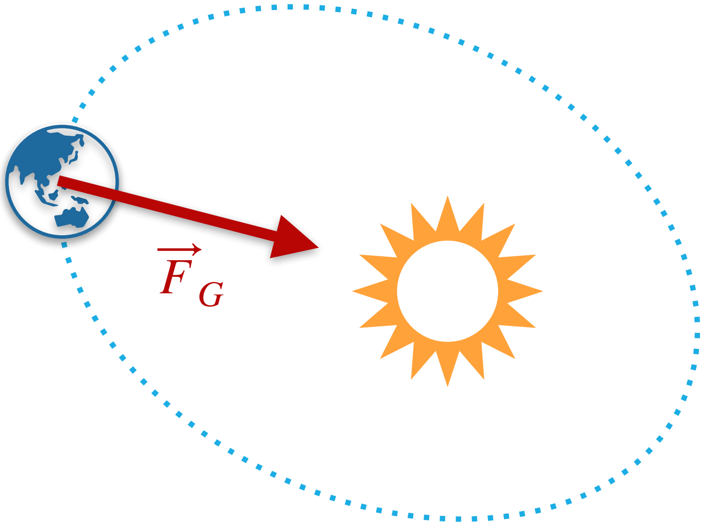
$$r =$$

Bahngeschwindigkeit: $v =$

$$m_E = 5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$
$$m_S = 1.99 \cdot 10^{30}\mathrm{kg}.$$

$$\left|F_G\right| = \frac{m_S m_E G}{r^2}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\ s}^2}$$



Erde und Sonne

$$m_E = 5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$
$$m_S = 1.99 \cdot 10^{30}\mathrm{kg}.$$

$$\left|F_G\right| = \frac{m_S m_E G}{r^2}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\ s}^2}$$

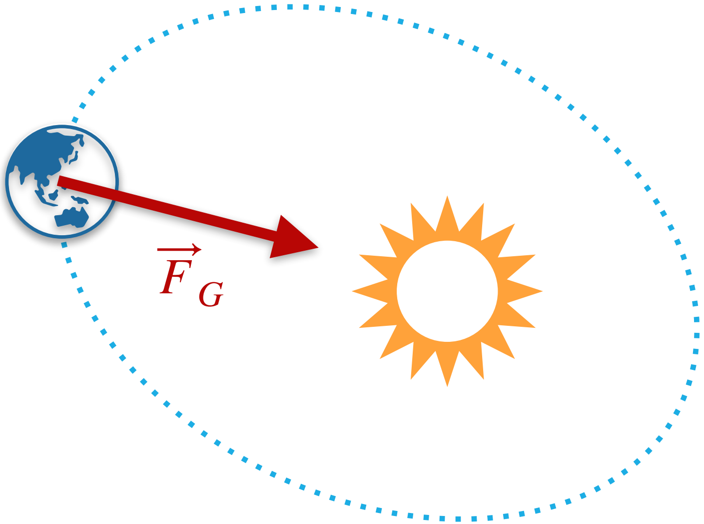
Idee: Zentripetalkraft wird durch Gravitationskraft geliefert.

$$\left|F_G\right| = \left|F_{ZP}\right|$$

$$\left|F_{ZP}\right| = m_E \omega^2 r \qquad \omega = \frac{2\pi}{365\ d} = 1.99 \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Gleichsetzen liefert: $r^3 = \dfrac{m_S G}{\omega^2}$

$$\Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{m_S G}{\omega^2}} = 149.6 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$$



Bahngeschwindigkeit: $v = \omega r = \sqrt{\dfrac{m_S G}{r}} = 29.8\ \dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$

Erde und Sonne

Betrag des Drehimpuls der Erde
um die Sonne:

$$\left|L\right| = \left|m_E\ \vec{r} \times \vec{v}\right|$$

$$v = \sqrt{\frac{m_S G}{r}}$$

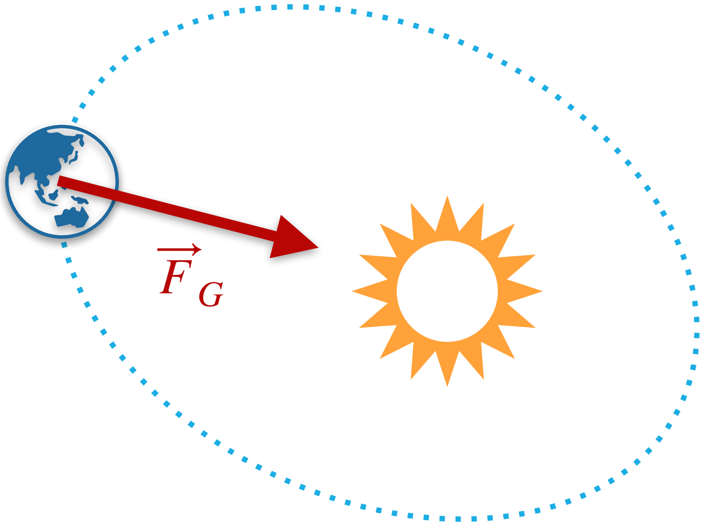
$$m_E = 5.97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$$
$$m_S = 1.99 \cdot 10^{30}\text{kg}.$$

$$\left|F_G\right| = \frac{m_S m_E G}{r^2}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

Bei Kreisbewegung $\vec{r} \perp \vec{v}$

$$\left|L\right| =$$



Erde und Sonne

Betrag des Drehimpuls der Erde
um die Sonne:

$$\left|L\right| = \left|m_E\,\vec{r} \times \vec{v}\right|$$

Bei Kreisbewegung $\vec{r} \perp \vec{v}$

$$\left|L\right| = m_E r v = m_E \sqrt{m_S G r} = 2.7 \cdot 10^{40}\ \frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}}$$

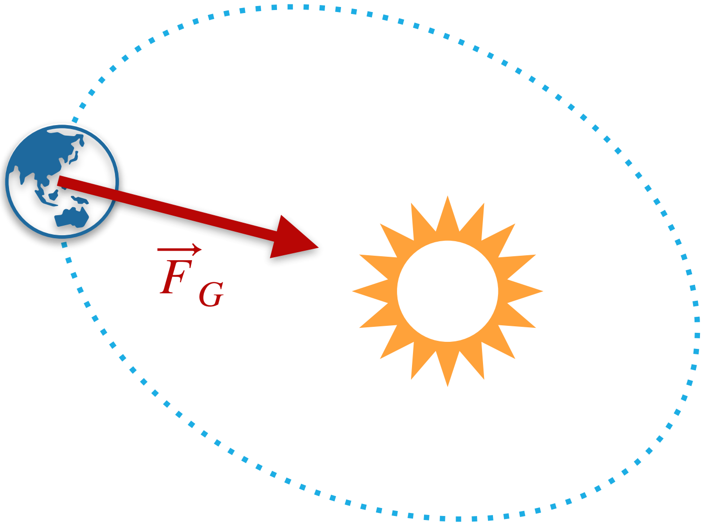
Wie weit wäre ein Planet von der Sonne entfernt, dessen Drehimpuls doppelt so gross ist, wie der der Erde?

$$v = \sqrt{\frac{m_S G}{r}}$$

$$m_E = 5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$
$$m_S = 1.99 \cdot 10^{30}\mathrm{kg}.$$

$$\left|F_G\right| = \frac{m_S m_E G}{r^2}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\ s}^2}$$



Erde und Sonne

$$m_E = 5.97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$$
$$m_S = 1.99 \cdot 10^{30}\text{kg}.$$

$$\left|F_G\right| = \frac{m_S m_E G}{r^2}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

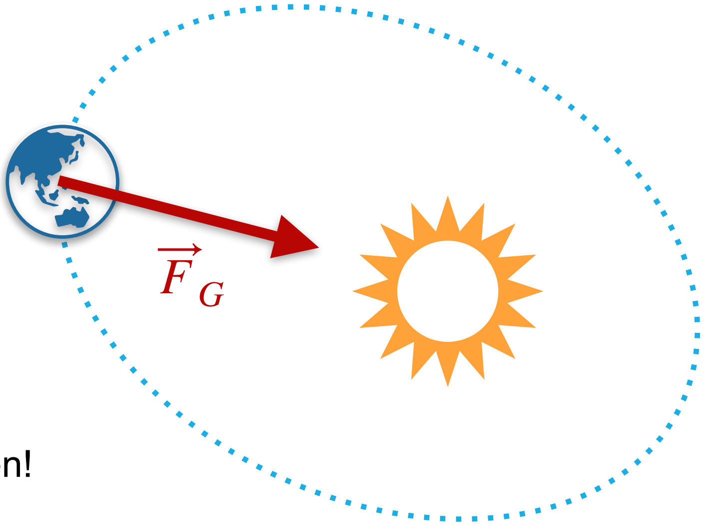
Betrag des Drehimpuls der Erde um die Sonne:

$$v = \sqrt{\frac{m_S G}{r}}$$

$$\left|L\right| = \left|m_E\ \vec{r} \times \vec{v}\right|$$

Bei Kreisbewegung $\vec{r} \perp \vec{v}$

$$\left|L\right| = m_E r v = m_E\ \sqrt{m_S G r} = 2.7 \cdot 10^{40}\ \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$$



Wie weit wäre ein Planet von der Sonne entfernt, dessen Drehimpuls doppelt so gross ist, wie der der Erde?

Aus Ergebnis oben sieht man $L \sim \sqrt{r}$.

Für Verdopplung von L muss sich der Abstand also vervierfachen!