Engaging Physics Tutoring

Lektion 6

Beschleunigte Bezugssysteme
Arbeit

Aufgaben

ENGAGING PHYSICS TUTORING EPT

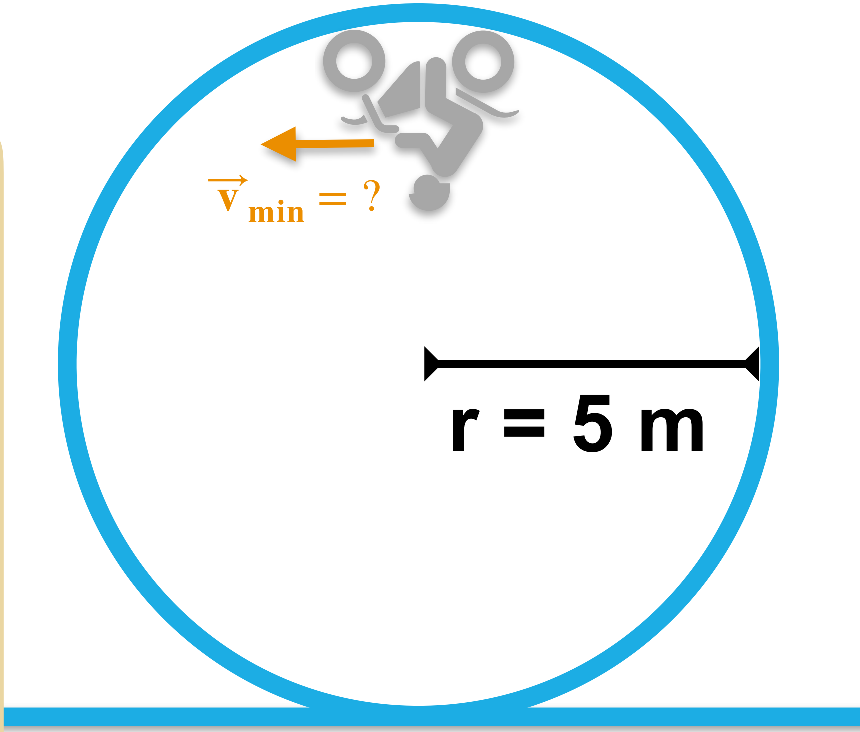
Motorrad im Looping

Motorrad im Looping

Fragen:

Welche Kräfte wirken im höchsten Punkt auf den Fahrer im Looping?

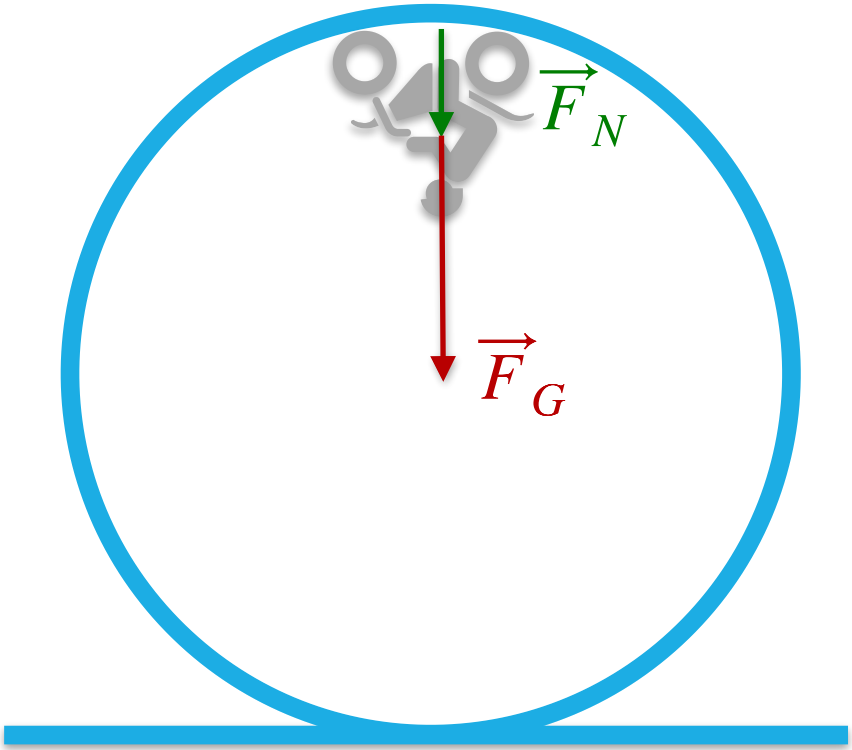
Welche Geschwindigkeit muss der Fahrer am höchsten Punkt mindestens noch haben, um durch den Looping zu kommen?



Motorrad im Looping - Kräfte im Scheitelpunkt

Zentripetalkraft wird von Gewichtskraft und Normalkraft zusammen aufgebracht.

$$\vec{F}_{ZP} = \vec{F}_G + \vec{F}_N$$



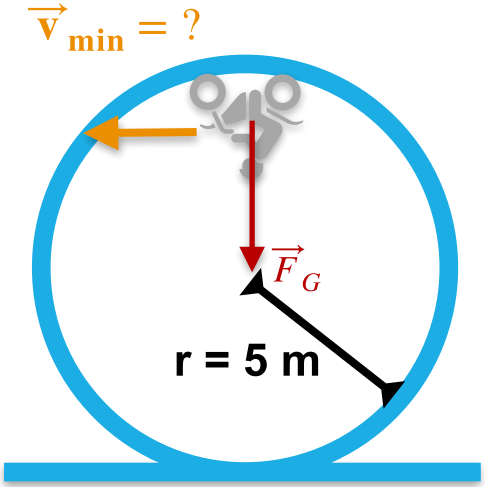
Motorrad im Looping - minimale Geschwindigkeit im Scheitelpunkt

Bei der minimalen Geschwindigkeit übernimmt die Gewichtskraft die Zentripetalkraft alleine. $F_N\left(v_{min}\right) = 0$

$$\left|F_{ZP}\left(v_{min}\right)\right| = \left|F_G\right|$$

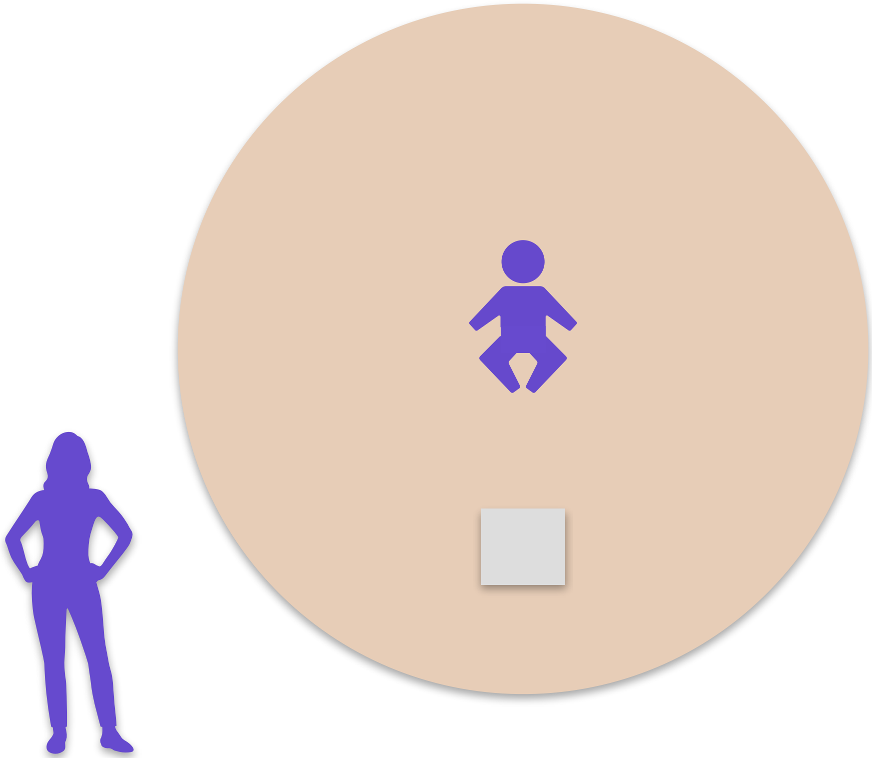
$$m\frac{v_{min}^2}{r} = mg$$

$$\Rightarrow v_{min} = \sqrt{gr} = \sqrt{50}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 7.1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 25.5\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$



Drehscheibe

Drehscheiben - Experimente



Eine Physikerin möchte ihrem Sohn die Beschleunigungen in rotierenden Bezugsystemen näher bringen.

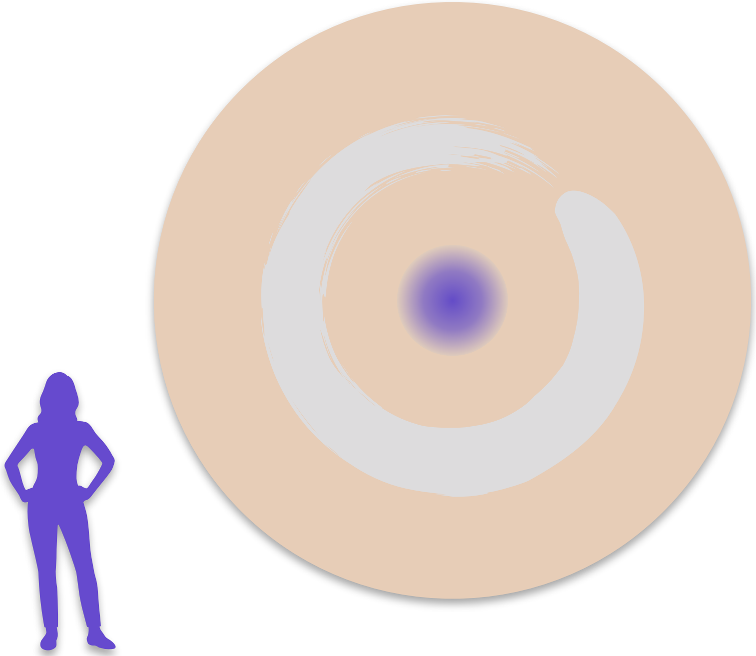
Das Kind setzt sich in die Mitte einer Drehscheibe. In etwas Entfernung platzieren die beiden ein Stück Karton.

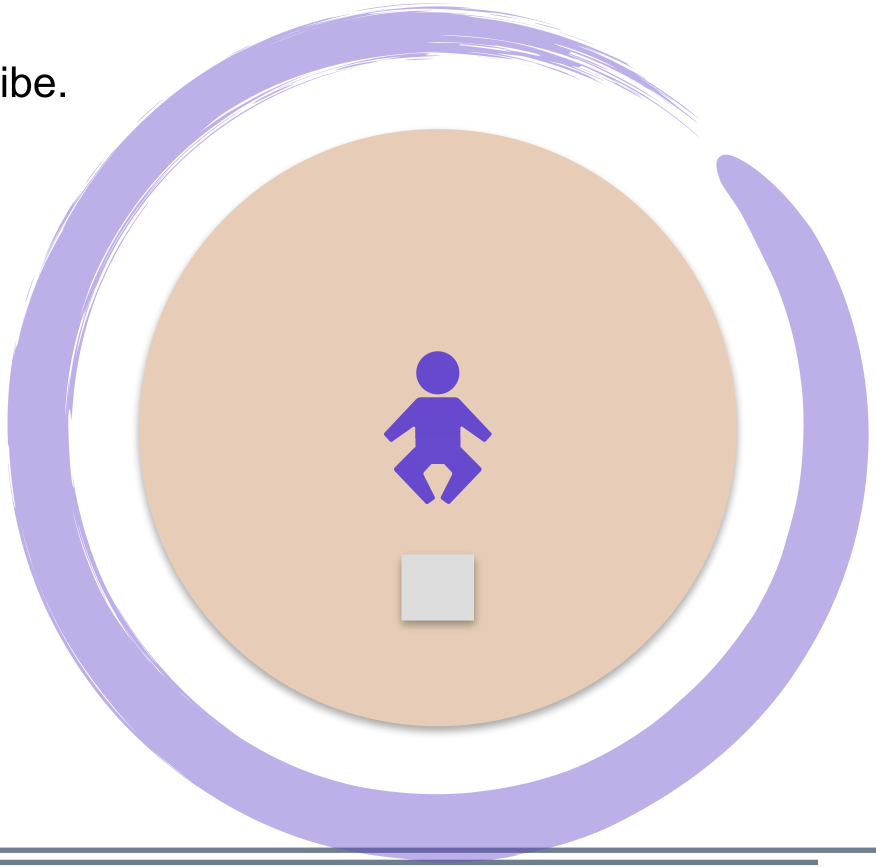
Nun beginn die Mutter, die Scheibe zu drehen.

Wie sieht die Drehung aus Sicht der Mutter und aus Sicht des Kindes aus?

Welche Beschleunigungen erfährt der Karton in den Systemen?

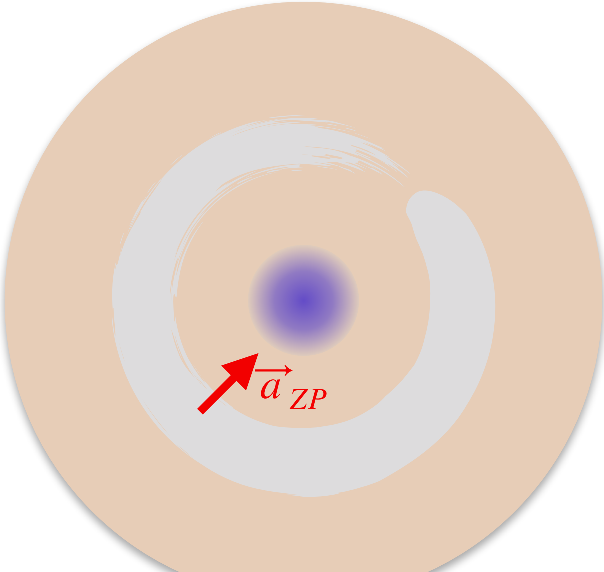
Annahme: Der Karton hafte auf der Scheibe.

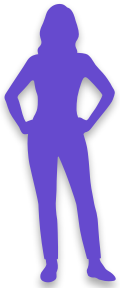




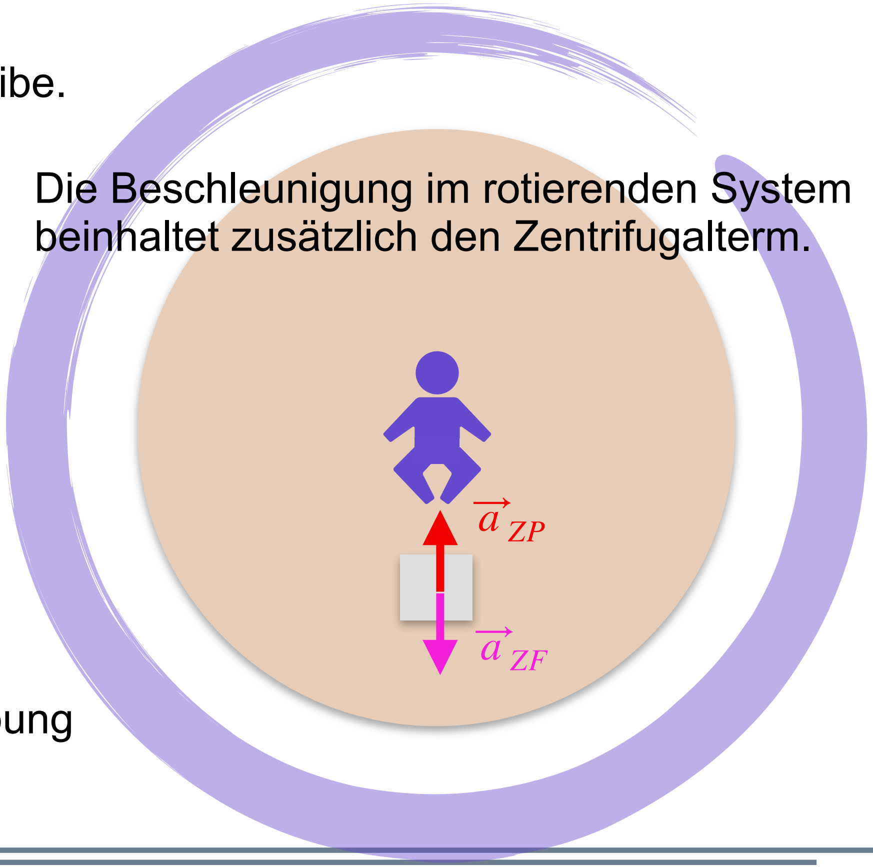
Welche Beschleunigungen erfährt der Karton in den Systemen?

Annahme: Der Karton hafte auf der Scheibe.



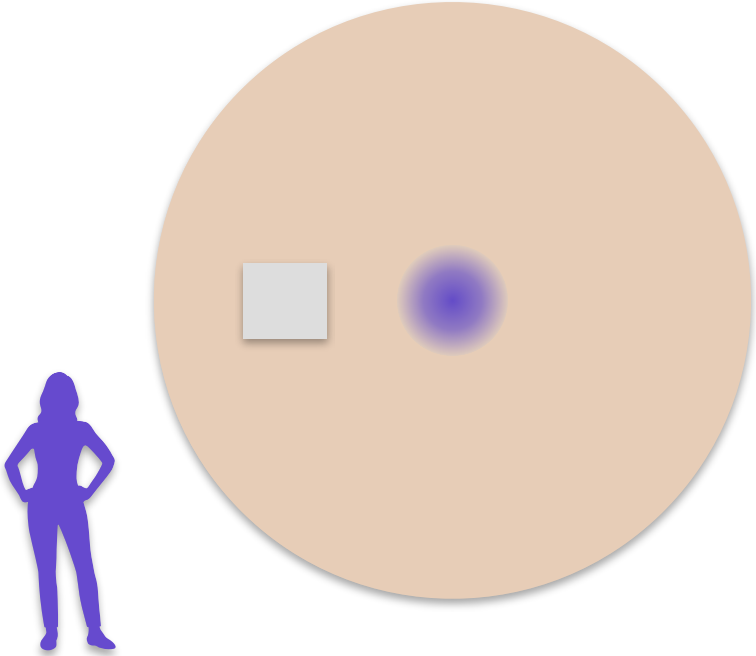


Die Beschleunigung im rotierenden System beinhaltet zusätzlich den Zentrifugalterm.



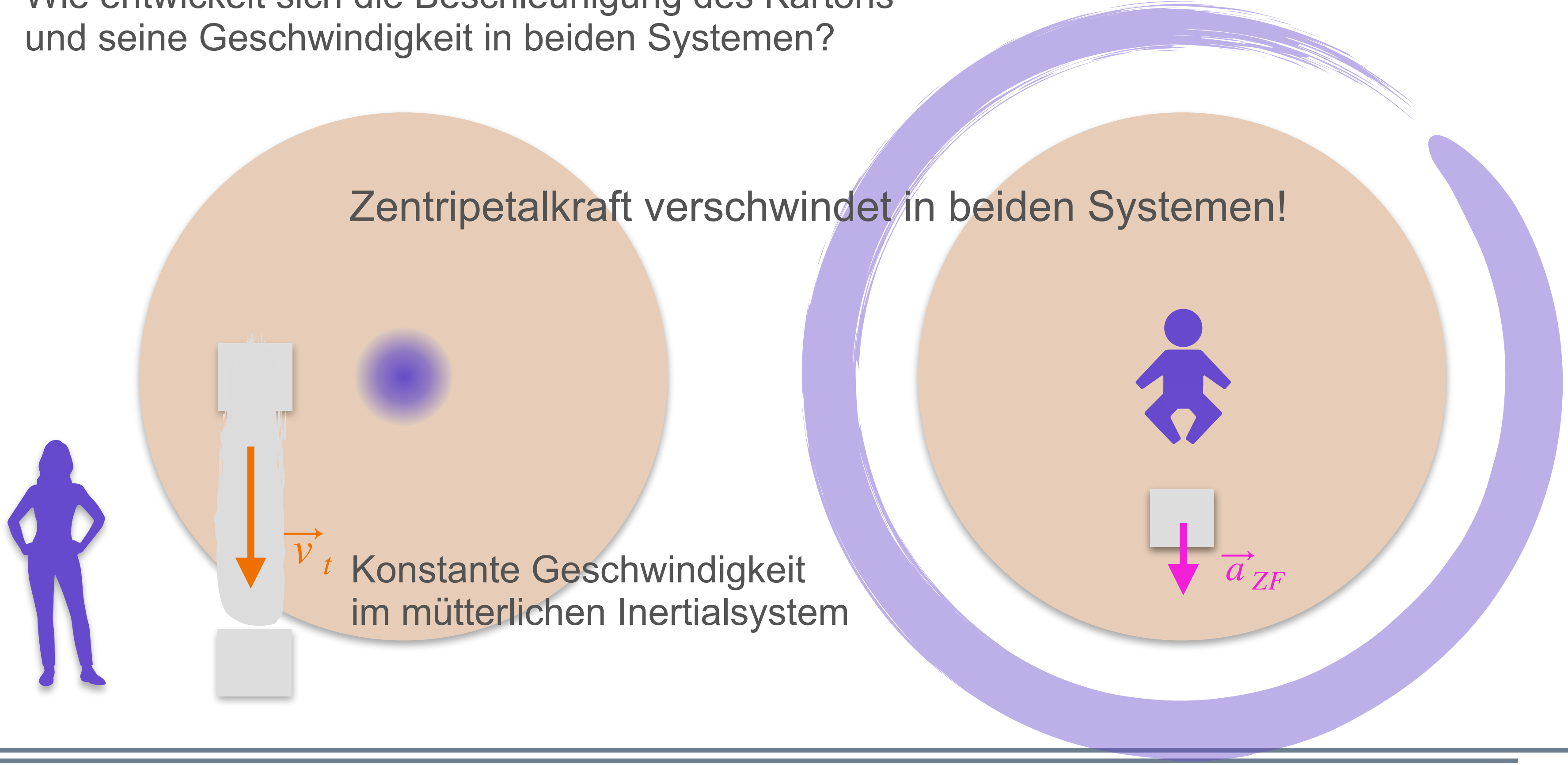
Zentripetalkraft wird durch die Haftreibung auf der Drehscheibe aufgebracht.

Nun löst sich der Karton von der Scheibe und fliegt weg.
Wie entwickelt sich die Beschleunigung des Kartons
und seine Geschwindigkeit in beiden Systemen?



Nun löst sich der Karton von der Scheibe und fliegt weg.

Wie entwickelt sich die Beschleunigung des Kartons
und seine Geschwindigkeit in beiden Systemen?

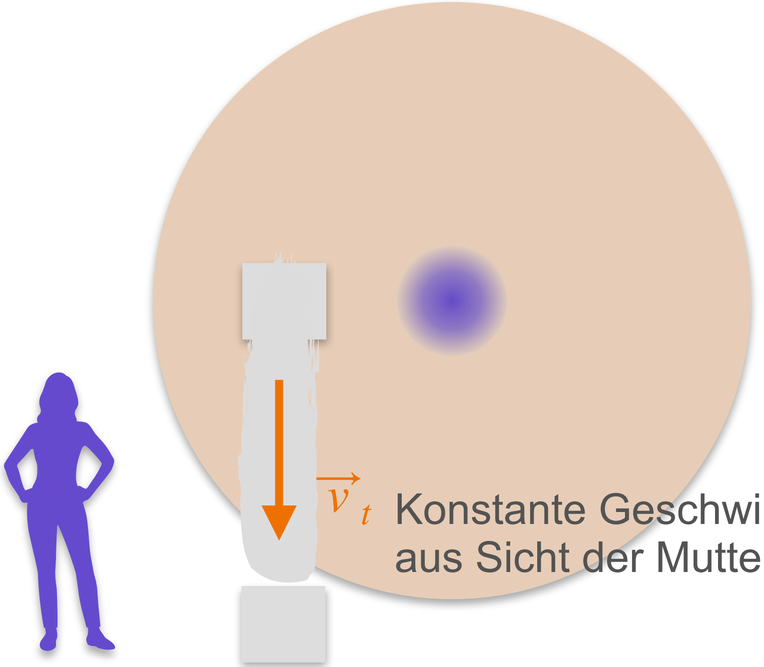


Zentripetalkraft verschwindet in beiden Systemen!

Konstante Geschwindigkeit
im mütterlichen Inertialsystem

Nun löst sich der Karton von der Scheibe und fliegt weg.

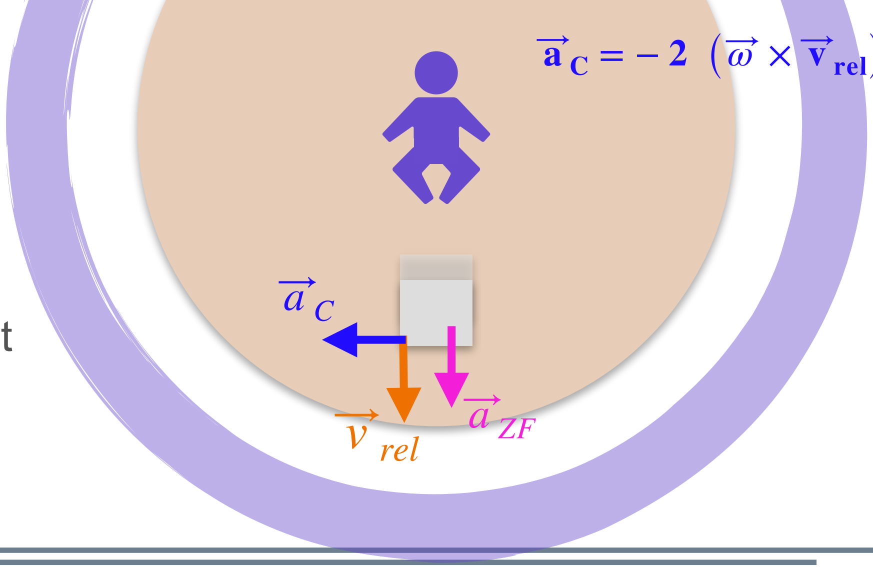
Wie entwickelt sich die Beschleunigung des Kartons
und seine Geschwindigkeit in beiden Systemen?



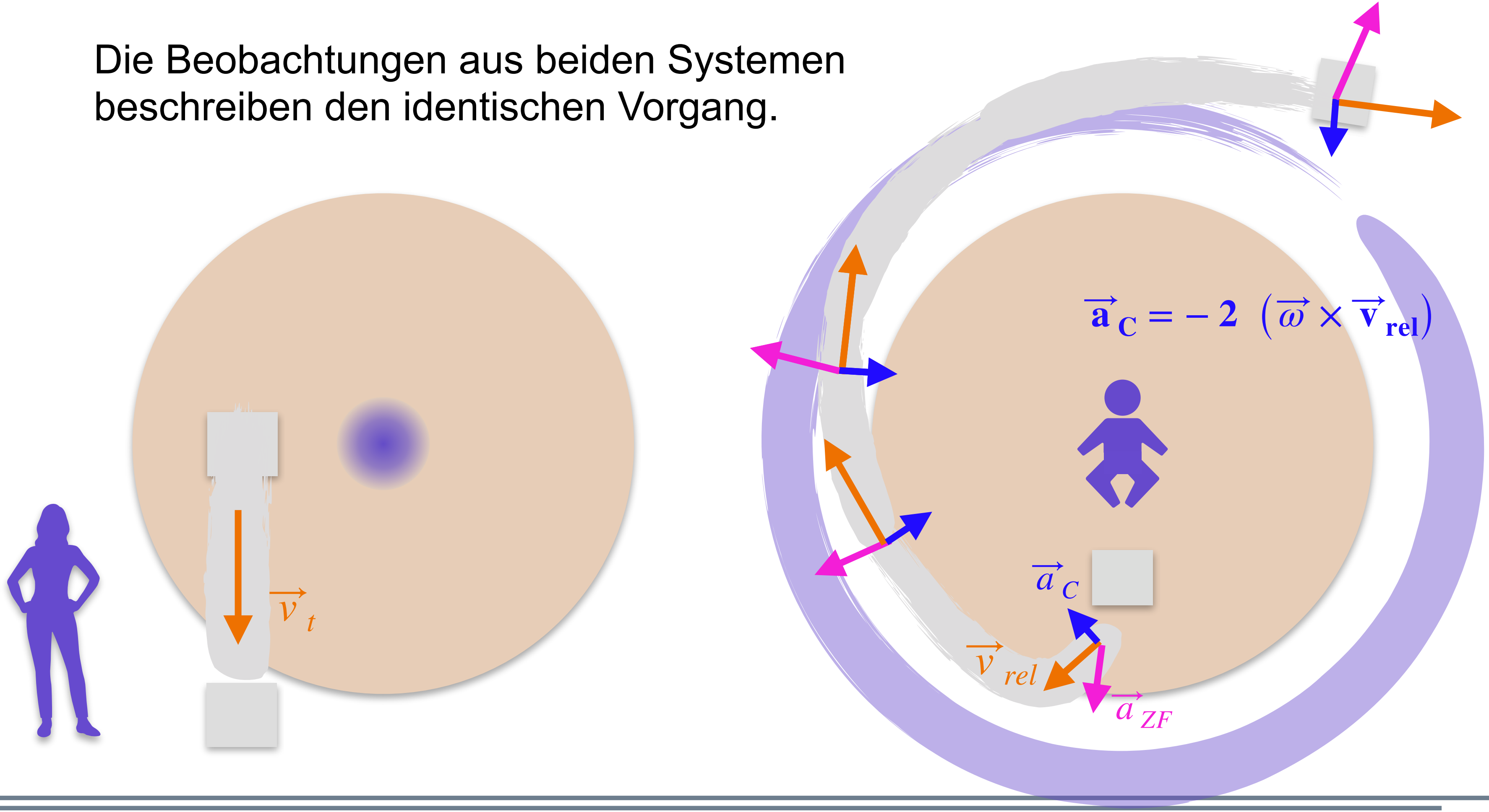
Konstante Geschwindigkeit
aus Sicht der Mutter

Sobald sich der Karton im rotierenden
System nach aussen bewegt, kommt der
Coriolisterm zur Beschleunigung dazu.

$$\vec{\mathbf{a}}_C = -2\left(\vec{\omega} \times \vec{\mathbf{v}}_{rel}\right)$$



Die Beobachtungen aus beiden Systemen beschreiben den identischen Vorgang.



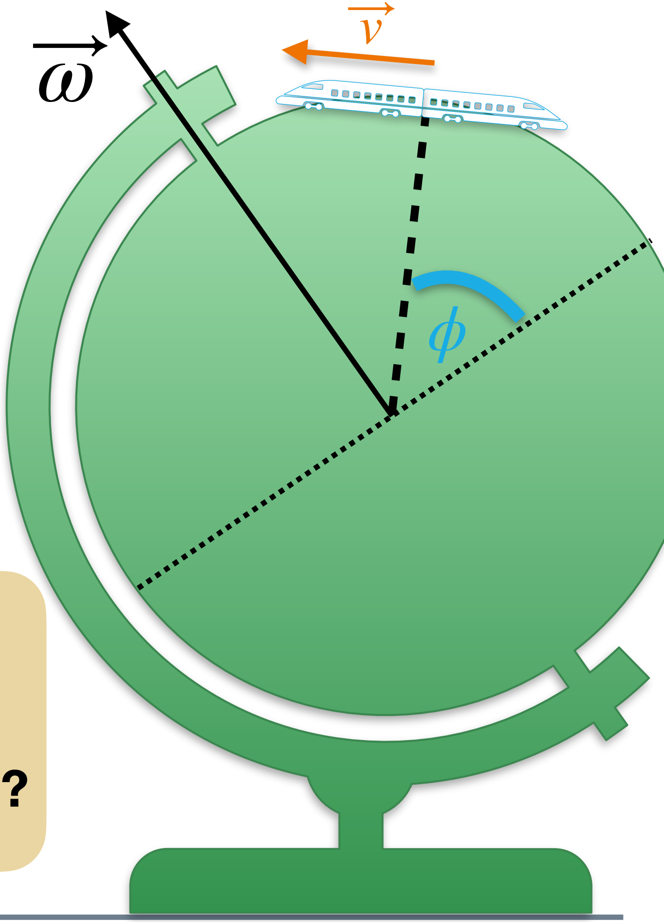
ENGAGING PHYSICS TUTORING EPT

Zug und Coriolisterm

Zug und Coriolisterm

Ein Zug der Gesamtmasse $m = 200\ \mathrm{t}$ **ist auf dem Weg Richtung Norden zwischen Zürich und Schaffhausen. Er fährt mit der Geschwindigkeit**

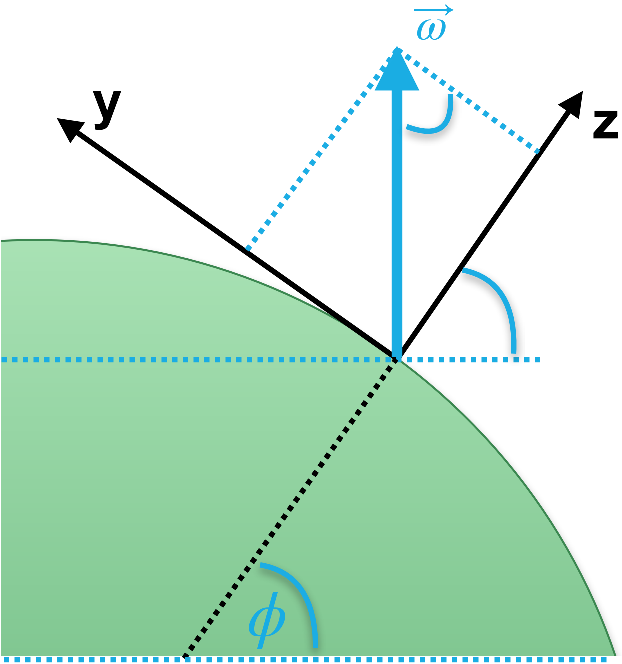
$v = 216\ \mathrm{km/h} = 60\ \mathrm{m/s}$



Frage:

Was ist die Coriolisbeschleunigung auf den Zug, wenn er bei 47.5° nördlicher Breite unterwegs ist?

Zug und Coriolisterm - lokale Koordinaten



Coriolisbeschleunigung: $\vec{a}_C = -2\left(\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}\right)$

Die Winkelgeschwindigkeit ist durch die tägliche Rotation der Erde gegeben:

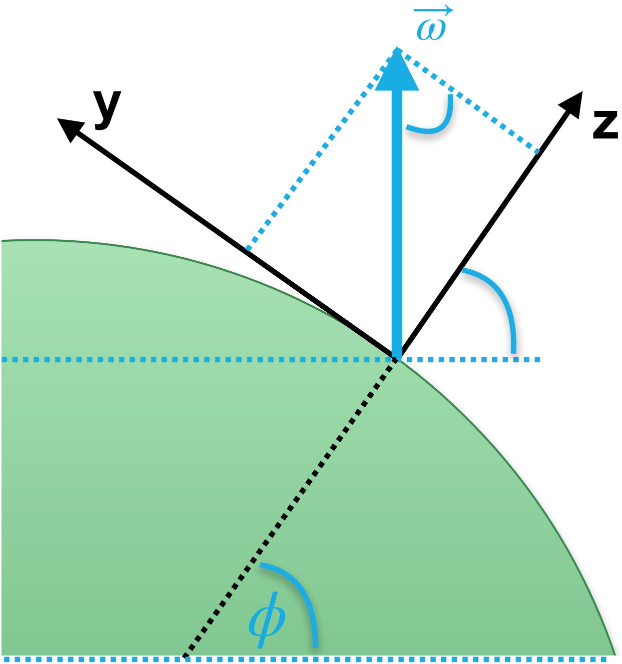
$$\omega = \frac{2\pi}{d} = ???$$

Drücke ω und v im lokalen Koordinatensystem (links) aus:

$$\vec{\omega} = \omega \cdot \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

ENGAGING PHYSICS TUTORING EPT

Zug und Coriolisterm - lokale Koordinaten



Coriolisbeschleunigung: $\vec{a}_C = -2\left(\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}\right)$

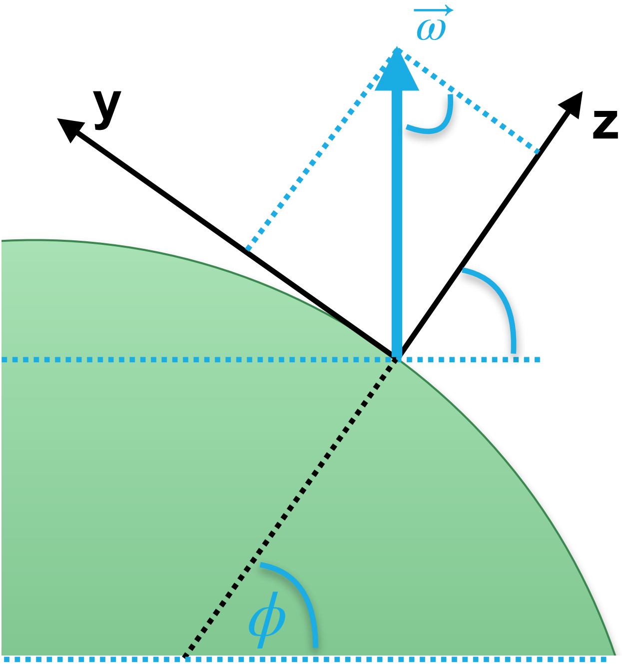
Die Winkelgeschwindigkeit ist durch die tägliche Rotation der Erde gegeben:

$$\omega = \frac{2\pi}{d} = \frac{2\pi}{3600 \cdot 24\ \mathrm{s}} = 7.3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{s}$$

Drücke ω und v im lokalen Koordinatensystem (links) aus:

$$\vec{\omega} = \omega \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix} \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{pmatrix}$$

Zug und Coriolisterm - Rechnung



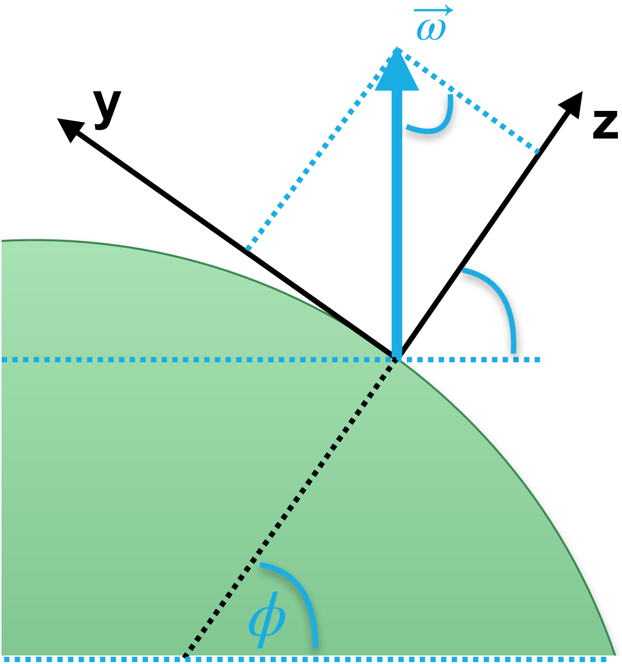
$$\omega = \frac{2\pi}{d} = \frac{2\pi}{3600 \cdot 24 \text{ s}} = 7.3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{s}$$

$$\vec{\omega} = \omega \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \phi = 47.5^o = 0.83 \text{ rad} \qquad m = 200\ 000 \text{ kg}$$

$$\vec{a}_C = -2\left(\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}\right) \qquad \Rightarrow \vec{a}_C = \dots$$

Zug und Coriolisterm - Rechnung



$$\omega = \frac{2\pi}{d} = \frac{2\pi}{3600 \cdot 24 \text{ s}} = 7.3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{s} \qquad \vec{\omega} = \omega \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \phi = 47.5^o = 0.83 \text{ rad} \qquad m = 200\ 000 \text{ kg}$$

$$\vec{a}_C = -2\left(\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}\right) \qquad \Rightarrow \vec{a}_C = 2\omega v \cdot \begin{pmatrix} \sin\phi \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 2\omega v \sin\phi \cdot \hat{e}_x$$

$\Rightarrow \left|a_C\right| = 6.5 \dfrac{\text{mm}}{\text{s}^2}$ in Richtung Osten (in Fahrtrichtung rechts)

Daraus resultierende erhöhte Gleisabnutzung rechts ist nicht messbar (z.B. ist Erdbeschleunigung etwa 1500 mal grösser).