Engaging Physics Tutoring

Lektion 3

Kinematik
Kreisbewegungen
Würfe

Konzepte + Tricks

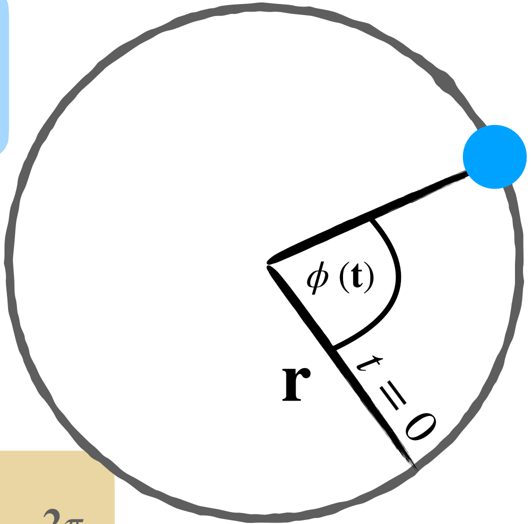
ENGAGING PHYSICS TUTORING EPT

Kreisbewegungen

Befindet sich eine Masse auf einer Kreisbahn, so wirkt auf die Masse <u>immer</u> eine Beschleunigung, die Richtung Kreismitte zeigt.

Bogenmaß für Winkel

$$360^o \mathrel{\widehat{=}} 2\pi \Longleftrightarrow 3^o \mathrel{\widehat{=}} \frac{3^o}{360^o} \cdot 2\pi$$



Winkel, der nach Zeit t überstrichen wurde: $\phi\,(\mathbf{t}) = \omega \mathbf{t}$ [für $\omega = const.$]

Winkelgeschwindigkeit

Wieviel Winkel pro Zeit?

(volle Umdrehung nach T)

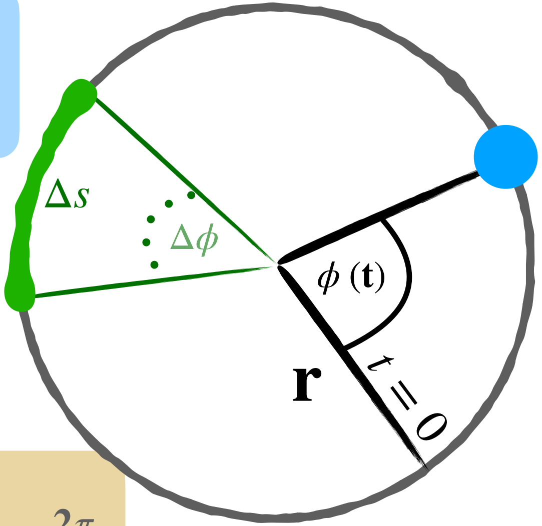
$$\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$$

Kreisbewegungen

Befindet sich eine Masse auf einer Kreisbahn, so wirkt auf die Masse immer eine Beschleunigung, die Richtung Kreismitte zeigt.

Bogenmaß für Winkel

$$360^o \mathrel{\widehat{=}} 2\pi \Longleftrightarrow 3^o \mathrel{\widehat{=}} \frac{3^o}{360^o} \cdot 2\pi$$



Winkel, der nach Zeit t überstrichen wurde:

$$\phi\,(\mathbf{t}) = \omega\mathbf{t} \qquad [\text{für } \omega = const.]$$

Länge Kreissegment:

$$\Delta s = r \cdot \Delta\phi$$

Winkelgeschwindigkeit

Wieviel Winkel pro Zeit?

(volle Umdrehung nach T)

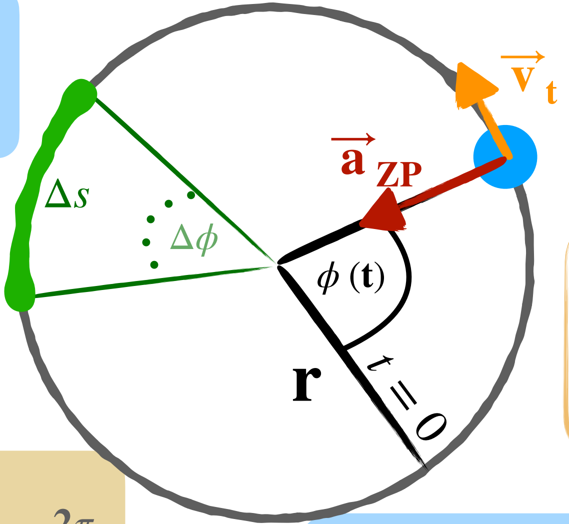
$$\omega = \frac{2\pi}{\mathbf{T}}$$

Kreisbewegungen

Befindet sich eine Masse auf einer Kreisbahn, so wirkt auf die Masse <u>immer</u> eine Beschleunigung, die Richtung Kreismitte zeigt.

Bogenmaß für Winkel

$$360^o \mathrel{\widehat{=}} 2\pi \Longleftrightarrow 3^o \mathrel{\widehat{=}} \frac{3^o}{360^o} \cdot 2\pi$$



Winkel, der nach Zeit t überstrichen wurde: $\phi(t) = \omega t \quad$ [für $\omega = const.$]

Länge Kreissegment:

$$\Delta s = r \cdot \Delta \phi$$

Tangentialgeschwindigkeit: $\left|\vec{v}_t\right| = \omega r$

Zentripetalbeschleunigung: $\left|\vec{a}_{ZP}\right| = \omega^2 r = \frac{v_t^2}{r}$

(hält Masse auf Kreisbahn)

Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Wieviel Winkel pro Zeit?

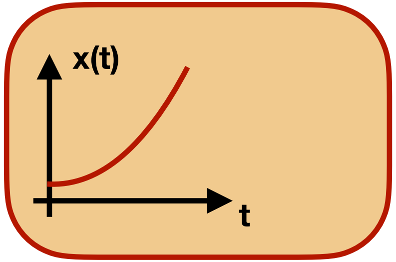
(volle Umdrehung nach T)

<u>übrigens:</u>

Beträge von v_t und a_{ZP} lassen sich durch (zweifaches) Ableiten des Positionsvektors herleiten

$$\vec{r} \leftrightarrow \vec{v} \leftrightarrow \vec{a}$$

Wie ist der Zusammenhang dieser Begriffe?



Ableiten

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

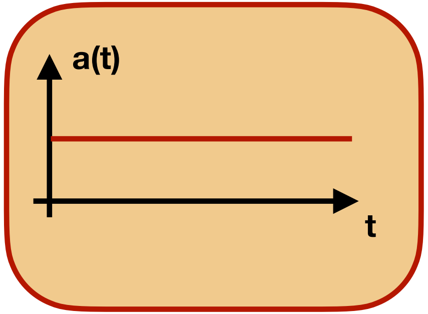
Geschwindigkeit

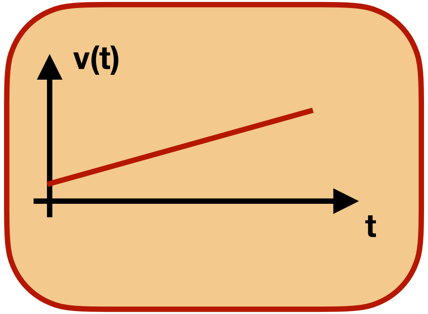
Position

Ableiten

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Beschleunigung





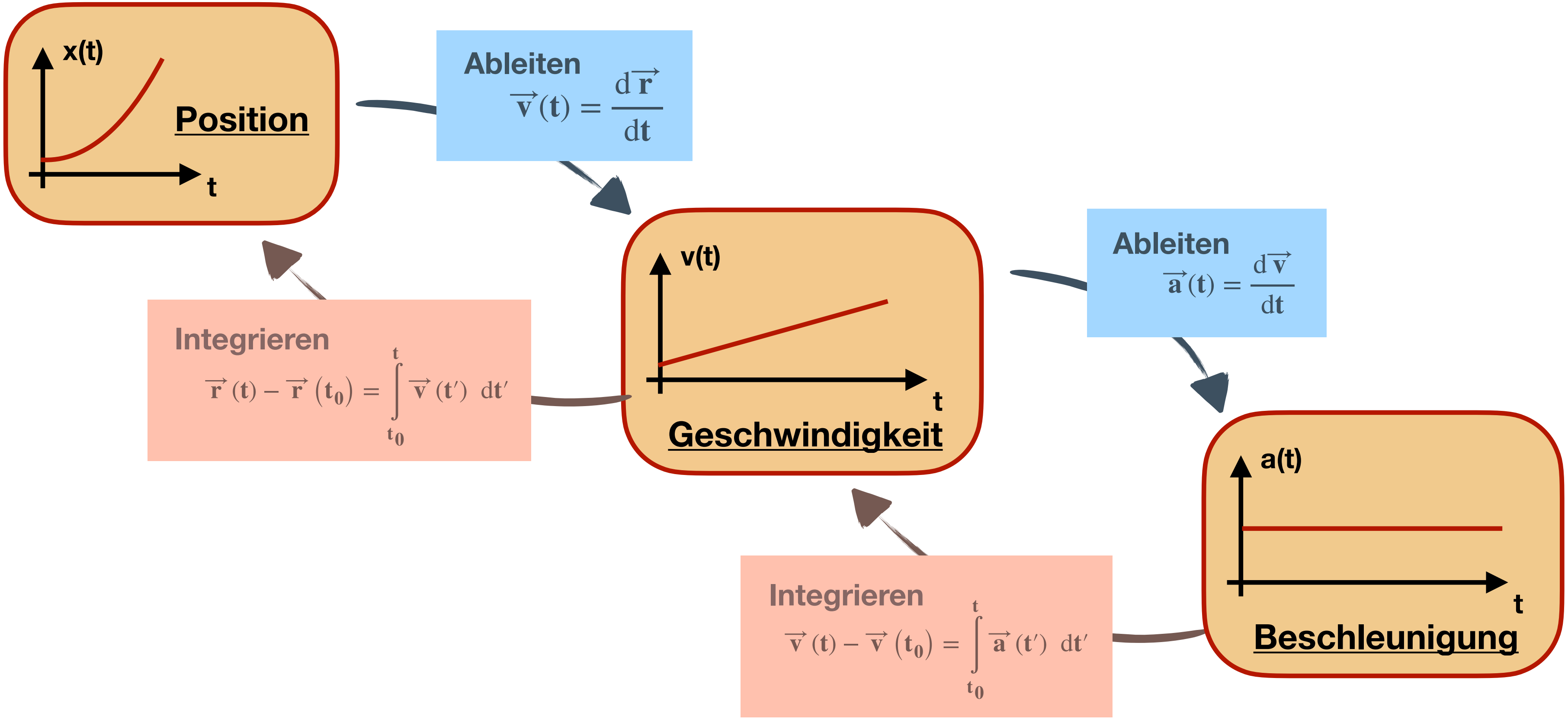
Integrieren

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t')\ dt'$$

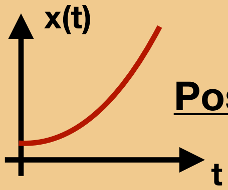
Integrieren

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t')\ dt'$$

$$\vec{r} \leftrightarrow \vec{v} \leftrightarrow \vec{a}$$



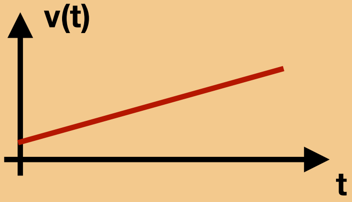
$$\vec{r} \leftrightarrow \vec{v} \leftrightarrow \vec{a}$$



Position

Ableiten

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



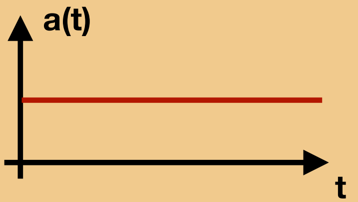
Geschwindigkeit

Integrieren

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t')\ dt'$$

Ableiten

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



Beschleunigung

Integrieren

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t')\ dt'$$

Spezialfall 1:

Konstante Geschwindigkeit $\leftrightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t$$

Spezialfall 2:

Konstante Beschleunigung $\leftrightarrow \frac{d\vec{a}}{dt} = 0$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{a}}{2} \cdot t^2$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t$$

Analogie

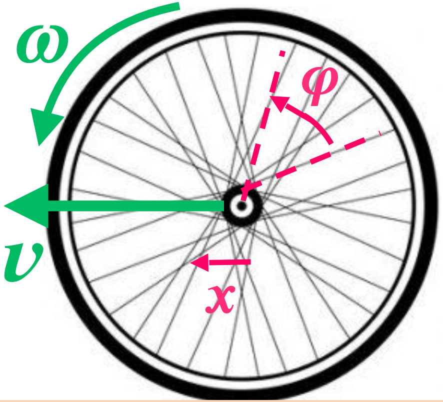
Analogie: Translation und Rotation

Lineare Bewegung

$$x = vt$$

$[\mathrm{v} = \mathrm{const.}]$

$$v = \frac{dx}{dt}$$



Kreisbewegung

$$\varphi = \omega t$$

$[\omega = \mathrm{const.}]$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$v = v_0 + at$$

Lineare Bewegung

$[\mathrm{a} = \mathrm{const.}]$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$[\alpha = \mathrm{const.}]$

Kreisbewegung

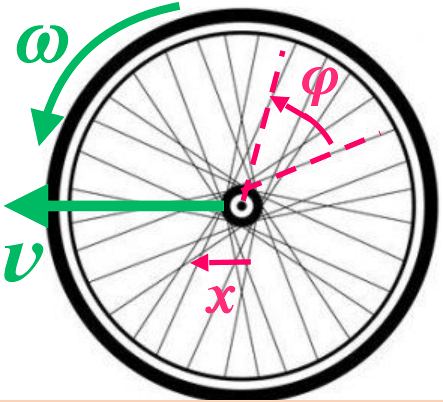
Analogie: Translation und Rotation

Lineare Bewegung

$$x = vt$$

[v = const.]

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt}$$



Kreisbewegung

$$\varphi = \omega t$$

[ω = const.]

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \qquad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + at$$

Lineare Bewegung

[a = const.]

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

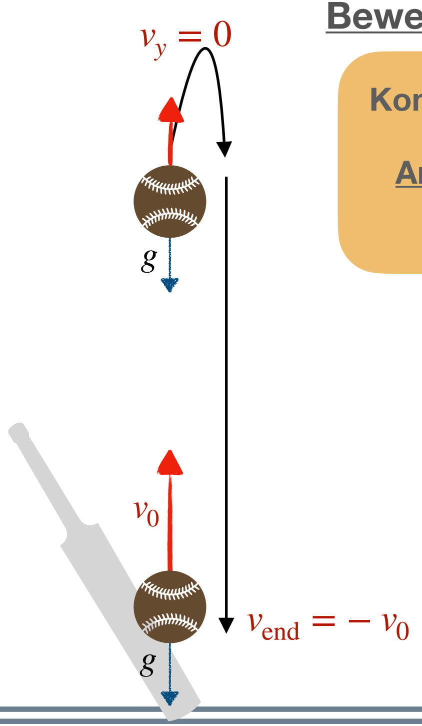
[α = const.]

Kreisbewegung

Übersicht Würfe

Senkrechter Wurf

Objekt wird mit Anfangsgeschwindigkeit senkrecht nach oben geschossen. Konstante Beschleunigung bremst bis zum Scheitelpunkt, dann fällt das Objekt.



Bewegung ist rein vertikal - betrachte in 1D

Konstante Beschleunigung: $a_y = -g = const.$

Anfangsbedingungen: $y(0) = y_0 \qquad v(t) = v_0$

Wie hoch und wie schnell startet das Objekt?

Zweifache Integration liefert v(t) und y(t)

$$v_y(t) = v_0 - gt \qquad y(t) = y_0 + v_0\, t - \frac{1}{2} g t^2$$

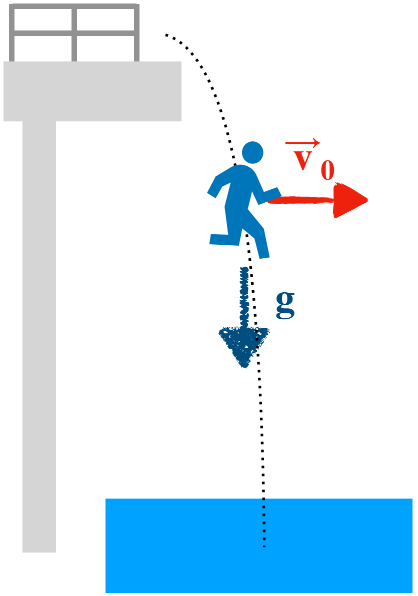
$\Rightarrow$ **Dann: Löse nach gesuchtem Parameter auf!**

Spezialfall freier Fall:

$v_0 = 0 \qquad y_0 = h \qquad y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$

Waagerechter Wurf

Konstante Geschwindigkeit in horizontaler Richtung.
Freier Fall in der Vertikalen.



Objekt wird konstant nach unten beschleunigt

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} = -g\ \hat{e}_y$$

Anfangsbedingungen:

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix} = v_0\ \hat{e}_x \qquad \vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ y_0 \end{pmatrix} = y_0\ \hat{e}_y$$

Wo ist das Objekt am Anfang mit welcher Geschwindigkeit?

Integration - *Tipp: behandle Komponenten getrennt*

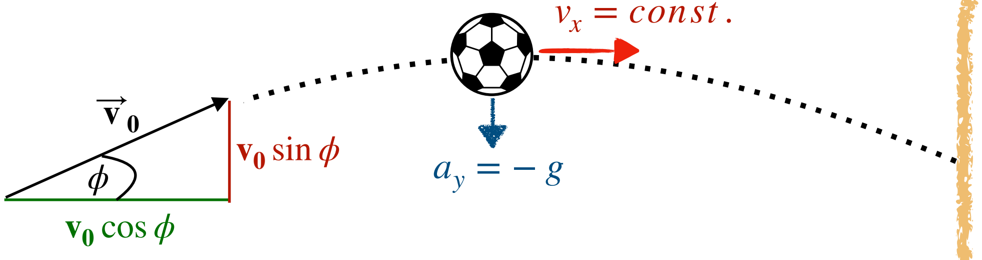
$$v_x(t) = v_0 \qquad v_y(t) = -gt$$

$$x(t) = v_x\ t \qquad y(t) = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

Verbunden via t

Schräger Wurf

Konstante Geschwindigkeit in horizontaler Richtung. Senkrechter Wurf in der Vertikalen.



Beschleunigung konstant

$$\vec{a} = -g\ \hat{e}_y$$

Anfangsbedingungen:

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} \qquad \vec{v}_0 = v_0 \cdot \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix}$$

horizontal: gleichförmige Bewegung

$$v_x(t) = v_0 \cos\phi$$

$$x(t) = x_0 + v_0\ t \cos\phi$$

vertikal: senkrechter Wurf

$$v_y(t) = v_0 \sin\phi - gt$$

$$y(t) = y_0 + v_0\ t \sin\phi - \frac{1}{2} g t^2$$

Verbunden via t und v_0