Engaging Physics Tutoring

Lektion 2

Radioaktivität

Kinematik (intro)

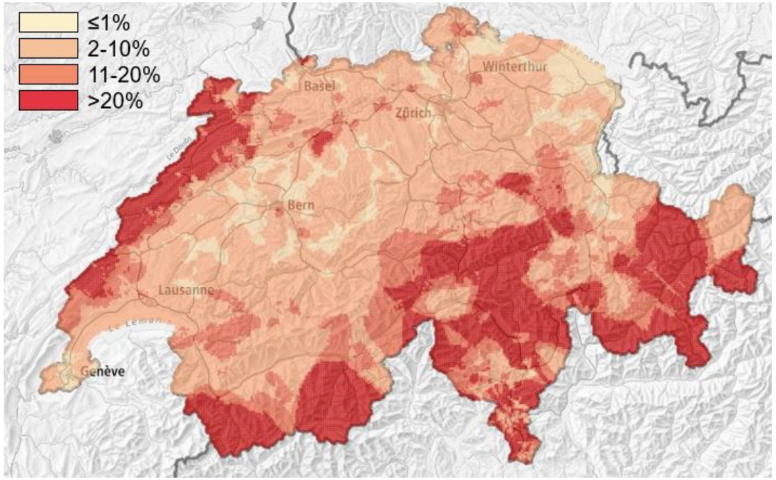
Aufgaben

ENGAGING PHYSICS TUTORING EPT

Radon im Keller

Radon im Keller

Radon ist ein Gas, das durch radioaktive Zerfälle im Gestein entsteht. Radon selbst zerfällt in einem α-Zerfall mit einer Halbwertszeit von 3.8 Tagen $\left(\approx 3.3 \cdot 10^5\ s\right)$.



Source: Federal Office of Public Health, 2018

Wahrscheinlichkeit für Überschreitung des Referenzwertes in der Schweiz

<u>Problem:</u> Radon entweicht als Gas aus dem Gestein und kann sich z.B. in Kellern anreichern (schwerer als Luft).

**Der Referenzwert der Schweiz für Radon in der Raumluft liegt bei 300 Bq/m³ im jährlichen Durchschnitt.
Darüber sollte das Gebäude saniert werden.**

Radon im Keller

gegeben:

Halbwertszeit: $\tau_{1/2} = 3.3 \cdot 10^5 \ s$

Maximale Aktivität pro Volumen: $\frac{A}{V} = 300 \ \frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{m}^3}$

Frage: **Wieviele Radon-Atome atmet man mit einem Atemzug (V = 3.3l) ein, wenn der Grenzwert gerade erreicht ist?**

Wieviele Zerfälle finden innerhalb der Lunge statt, wenn man nach dem Einatmen die Luft für 20 s anhält?

Radon im Keller - Lösung 1

Frage: **Wieviele Radon-Atome atmet man mit einem Atemzug (V_L = 3.3 l) ein, wenn der Grenzwert gerade erreicht ist?**

$$\tau_{1/2} = 3.3 \cdot 10^5 \ s$$

$$\frac{A}{V} = 300 \ \frac{\text{Bq}}{\text{m}^3}$$

1. Berechne eingeatmete Aktivität

$$A_0 = \frac{A}{V} \cdot V_L = 300 \ \frac{\text{Bq}}{m^3} \cdot 3.3 \ l$$

$$m^3 = 1000 \ l$$

$$A_0 = 1.0 \ \text{Bq}$$

2. Berechne Anzahl Radon-Atome aus Aktivität

$$A_0 = \lambda N_0 \qquad \textbf{mit} \quad \lambda = \frac{\ln(2)}{\tau_{1/2}}$$

$$\ln(2) \approx 0.7$$

$$\Rightarrow N_0 = A_0 \cdot \frac{\tau_{1/2}}{\ln(2)} = 4.7 \cdot 10^5$$

Radon im Keller - Lösung 2

Frage: **Wieviele Zerfälle finden innerhalb der Lunge statt, wenn man nach dem Einatmen die Luft für 20 s anhält?**

Benutze Exponentialgesetz und berechne verbliebene Atome nach Zeit t

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$N_0 = 4.7 \cdot 10^5$$

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{\tau_{1/2}} = 2.12 \cdot 10^{-}6 \ \frac{1}{s}$$

In der Zeit t müssen nun also zerfallen sein:

$$N_{\text{Zerfall}} = N_0 - N(t) = N_0 \left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

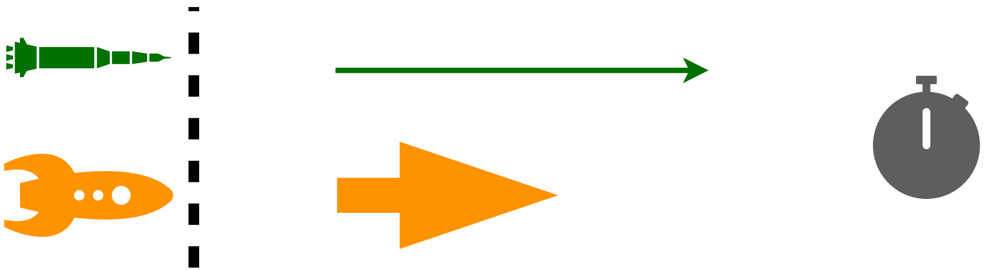
Ergebnis für $t = 20\ s$ **:**

$$N_{\text{Zerfall}}(t = 20\ s) \approx 20$$

Nicht der Zerfall von Radon-Atome selbst ist gefährlich, sondern deren radioaktive Zerfallsprodukte!

Sportskanonen

Sportskanonen

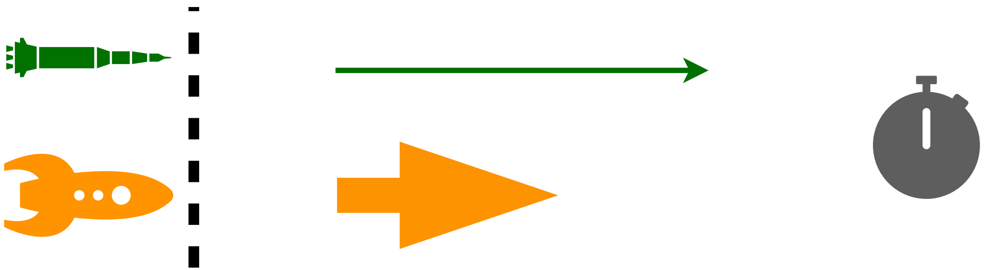


Zwei Sportskanonen laufen um die Wette. Ziel ist es, in 50 s eine möglichst weite Strecke zurückzulegen.

Eine der Sportskanonen läuft mit einer konstanten Geschwindigkeit von $v_1 = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$**.**

Die andere startet mit $v_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$**, aber wird pro Sekunde um 1% ihrer derzeitigen Geschwindigkeit langsamer.**

Sportskanonen



Zwei Sportskanonen laufen um die Wette. Ziel ist es, in 50 s eine möglichst weite Strecke zurückzulegen.

Eine der Sportskanonen läuft mit einer konstanten Geschwindigkeit von $v_1 = 8\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$**.**

Die andere startet mit $v_0 = 10\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$**, aber wird pro Sekunde um 1% ihrer derzeitigen Geschwindigkeit langsamer.**

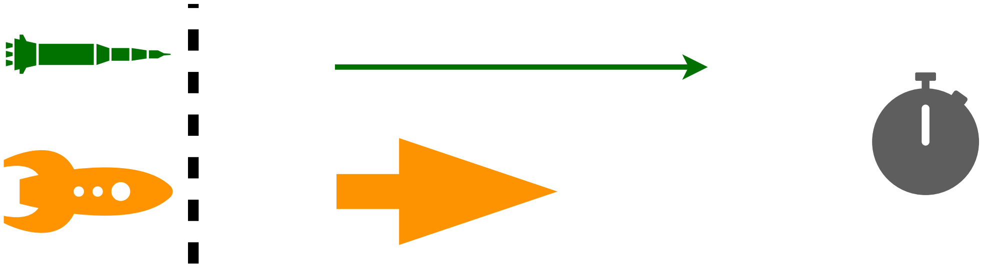
Für v_2: Vergleiche Herleitung Zerfallsgesetz!

$$\frac{\mathrm{d}v_2(t)}{\mathrm{d}t} = -\gamma v_2(t) \quad \longleftrightarrow \quad v_2(t) = v_0 \cdot e^{-\gamma t} \qquad \text{mit } \gamma = \frac{0.01}{s}$$

Sportskanonen

Alternativer Anfang

Sportskanonen



$$v_1 = 8\ \frac{m}{s}$$

$$v_2(t) = v_0 \cdot e^{-\gamma t} \quad \text{mit } \gamma = \frac{0.01}{s}$$

Frage: **Wie weit kommen beide Sportskanonen in 50 s?**

Sportskanonen - Lösung für v_1 = konst

$$v_1 = 8\ \frac{m}{s}$$

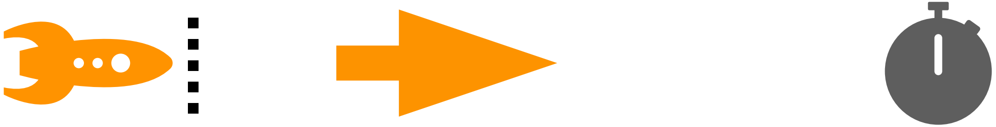
1. Integriere auf Strecke $$x(t) = \int_0^t v_1 \, \mathrm{d}t' = v_1 \cdot t$$

$$v_1 = \text{const}\,.$$

2. Löse durch einsetzen der Werte

$$x(t = 50\ s) = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 50\ s = 400\ \mathrm{m}$$

Sportskanonen - Lösung für v_2



$$v_2(t) = v_0 \cdot e^{-\gamma t}$$ mit $\gamma = \frac{0.01}{s}$ und $v_0 = 10\ \frac{m}{s}$

1. Integriere auf Strecke

$$x(t) = \int_0^t v_2(t')\ \mathrm{d}t'$$

Abkürzung wie vorher nicht möglich: v_2 ist zeitabhängig!

$$x(t) = \int_0^t v_0\ e^{-\gamma t'}\ \mathrm{d}t' = -\frac{v_0}{\gamma}\left(e^{-\gamma t} - 1\right) = \frac{v_0}{\gamma}\left(1 - e^{-\gamma t}\right)$$

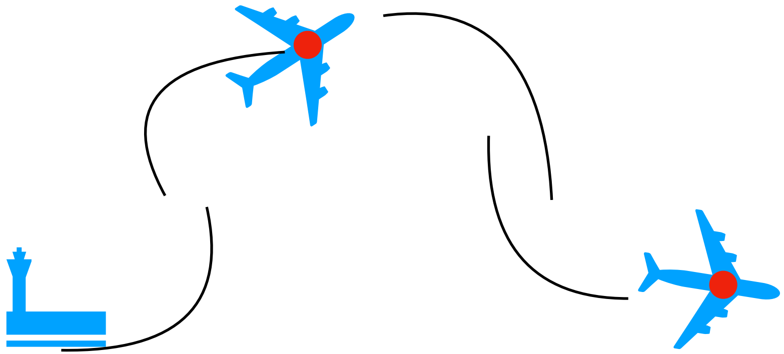
2. Löse durch einsetzen der Werte

$$x(t = 50\ s) = 1000\ m \cdot \left(1 - e^{-0.5}\right) = 393.5\ \mathrm{m}$$

ENGAGING PHYSICS TUTORING EPT

Flugzeug - Navigation

Flugzeug - Navigation



Ein Flugzeug befindet sich zur Flugzeit t_1 = 5 min auf 1000 m Höhe und fliegt 40 km westlich und 30 km nördlich von Zürich.
Bei Flugzeit t_2 = 10 min befindet sich das Flugzeug auf 10000 m Höhe und fliegt genau 100 km westlich von Zürich.

Was war die durchschnittliche Geschwindigkeit des Flugzeugs zwischen t_1 und t_2?

Flugzeug Navigation - Lösung

Frage: **Was war die durchschnittliche Geschwindigkeit des Flugzeugs zwischen t_1 und t_2?**

$$\vec{r}(t_1) = \begin{pmatrix} 40\ \text{km} \\ 30\ \text{km} \\ 1.0\ \text{km} \end{pmatrix} \qquad \vec{r}(t_2) = \begin{pmatrix} 100\ \text{km} \\ 0\ \text{km} \\ 10.0\ \text{km} \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Benutze hier: $\vec{v}_{\text{Durschnitt}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

<u>Denn:</u> Durchschnittsgeschwindigkeit gefragt

$$\vec{v}_{\text{Durschnitt}} = \begin{pmatrix} (100-40)\ \text{km} \\ (0-30)\ \text{km} \\ (10.0-1.0)\ \text{km} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{(10-5)\ \text{min}} = \begin{pmatrix} 60\ \text{km} \\ -30\ \text{km} \\ 9\ \text{km} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{5\ \text{min}}$$

Flugzeug Navigation - Lösung

Frage: **Was war die durchschnittliche Geschwindigkeit des Flugzeugs zwischen t_1 und t_2?**

$$\vec{v}_{\text{Durschnitt}} = \begin{pmatrix} (100 - 40)\ \text{km} \\ (0 - 30)\ \text{km} \\ (10.0 - 1.0)\ \text{km} \end{pmatrix} \cdot \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{10 - 5})\ \text{min}} = \begin{pmatrix} 60\ \text{km} \\ -30\ \text{km} \\ 9\ \text{km} \end{pmatrix} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}\ \text{min}}$$

$$\vec{v}_{\text{Durschnitt}} = \begin{pmatrix} 12\ \frac{\text{km}}{\text{min}} \\ -6\ \frac{\text{km}}{\text{min}} \\ 1.8\ \frac{\text{km}}{\text{min}} \end{pmatrix}$$

Betrag der durchschnittlichen Geschwindigkeit:

$$\bar{v} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = 13.5\ \frac{\text{km}}{\text{min}}$$